

**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 12 (1930)

**Artikel:** Axes liés à un système en mouvement et critères de stabilités  
**Autor:** Wavre, Rolin  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-741296>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

En réduisant l'isomère A par la poudre de zinc et l'ammoniaque, on obtient un des acides  $\gamma$ -benzylanthracène- $\beta$ -carboniques représentés par les figures VII et VIII. Cet acide cristallise en aiguilles jaunes, fondant à 266°. Il se dissout dans l'acide sulfurique concentré avec une coloration verte. Ses solutions dans les dissolvants organiques (dans la plupart desquels il est extrêmement peu soluble) sont jaune-pâle avec une belle fluorescence bleue.

L'acide  $\gamma$ -benzylanthracène- $\beta$  carbonique, préparé par réduction de l'isomère A optiquement actif, a été examiné au polarimètre en solution à 3 % dans la cyclohexanone; il s'est révélé totalement inactif. La valeur probante de ce fait n'est malheureusement pas très grande: pour effectuer la réduction de l'acide benzyloxanthrone- $\beta$ -carbonique, il faut une ébullition prolongée avec l'ammoniaque et la poudre de zinc. Dans ces conditions, il n'est pas exclu que l'inaktivité du produit de réduction soit due à une racémisation, et non pas à sa constitution elle-même. Toutefois, une tentative de dédoubler directement l'acide  $\gamma$ -benzylanthracène- $\beta$ -carbonique par cristallisation fractionnée de son sel de brucine, a donné, elle aussi, un résultat négatif.

Dans la mesure où l'on peut attribuer une valeur probante à des résultats négatifs, ces expériences tendent donc à prouver la non existence d'une liaison médiane entre les atomes de carbone 9 et 10 de l'anthracène.

**Rolin Wavre.** — *Axes liés à un système en mouvement et critères de stabilités.*

On connaît les critères de stabilité de l'équilibre relatif d'un fluide en mouvement donnés par Poincaré et par Lord Kelvin.

J'ai cherché un critère général englobant ces deux derniers; cela m'a conduit tout d'abord aux remarques suivantes:

Envisageons un fluide en mouvement et cherchons à définir un système d'axes tels que, si le fluide est en équilibre relatif, il n'ait pas de mouvement par rapport à ce système. On prendra évidemment le centre de gravité de la masse fluide comme

origine. On peut d'ailleurs supposer ce point immobile. Ensuite deux systèmes s'imposent tout d'abord à l'attention.

1. Les axes centraux d'inertie  $Z_h$ ,  $h = 1, 2, 3$ . Les produits d'inertie  $B_h$  sont identiquement nuls

$$B_h = \sum m Z_{h'} Z_{h''} \equiv 0 ;$$

$h, h', h''$  sont trois indices pris dans l'ordre circulaire 1, 2, 3.

2. Soit  $T^A$  l'énergie cinétique absolue,  $T^R$  l'énergie cinétique relative au système choisi,  $G$  le moment cinétique,  $P$  la rotation instantanée,  $G^R$  le moment cinétique relatif et  $A_h$  les moments d'inertie. On prend alors un système  $X_h$  tel que l'on ait

$$G_h^R \equiv 0 \quad \text{d'où} \quad G_h = A_h P_h - B_h P_{h''} - B_{h''} P_{h'} .$$

Et alors l'énergie  $T^A$  prend la forme simple

$$T^A = T' + T^R .$$

$T'$  est l'énergie du corps solide équivalent, c'est-à-dire du fluide supposé figé à l'instant considéré et animé de la rotation  $P$ .

*Remarque.* — Certains auteurs ont confondu les deux systèmes précédents  $Z_h$  et  $X_h$  et cependant ils sont différents et ne peuvent coïncider au cours du temps, pour certains mouvements. Par exemple, pour deux barres homogènes, de même densité, de longueur inégale, se coupant en leur milieu et animées de rotation en sens inverse.

3. *Critère général de la stabilité.* Pour l'étude de la stabilité de l'équilibre relatif d'un fluide en mouvement, il est préférable de ne pas spécifier à l'avance le système  $Y_h$  de comparaison. Tout ce qu'on lui demande, c'est que la force vive relative soit nulle si le fluide est en état d'équilibre relatif. On peut alors écrire :

$$G_h = G_h^S + G_h^R , \quad G_h^S = A_h P_h - B_h P_{h''} - B_{h''} P_{h'} .$$

puis, une parenthèse représentant un produit intérieur:

$$T^A = T' + (P, G^R) + T^R \quad T' = \frac{1}{2}(P, G^S) .$$

L'équation de l'énergie, où  $W$  est l'énergie potentielle,  $-dh$  le travail des forces dissipatives et  $\Lambda$  le moment résultant des forces extérieures, s'écrit:

$$dT^A = dW + (\Lambda, P) dt + dh$$

et l'équation des moments cinétiques s'écrit:

$$\frac{dG_h}{dt} + [P, G]_h = \Lambda_h .$$

De ces relations on déduit deux formes de l'équation de l'énergie, la première:

$$\left( G, \frac{dP}{dt} \right) + \frac{d}{dt} \{ T^R - W - T' \} = \frac{dh}{dt} \quad (1)$$

qui ne contient plus les  $\Lambda_h$ , et la seconde

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2}(P, G^S) - W + T^R \right\} = (\Lambda, P) + \frac{dh}{dt} . \quad (2)$$

En l'absence de forces extérieures cette dernière devient:

$$T^R = h + W - \frac{1}{2}(P, G^S) .$$

La fonction  $h$  ne peut que diminuer au cours du temps, de sorte que, si dans une position quelconque du fluide, on a

$$T^R = 0 \quad \text{et} \quad W - \frac{1}{2}(P, G^S) \quad \text{maximum} . \quad (3)$$

Cette configuration sera stable.

J'appellerai la condition (3), condition générale de stabilité. En particularisant, maintenant, le choix des axes  $Y_h$  de comparaison, on retrouve le critère de Poincaré

$$W - \frac{1}{2} \frac{G^2}{J} \max ; \quad \text{avec } \Lambda = 0 , \quad G \text{ constant} \quad \text{et} \quad G = JP .$$

et celui de Lord Kelvin

$$W + \frac{1}{2} JP^2 \text{ max , avec } P \text{ constant .}$$

Ce point de vue général nous paraît très utile, pour comparer et coordonner les différents critères de stabilité de Poincaré, Lord Kelvin, Leans, ainsi que les différentes formes données à l'équation de l'énergie, dans l'étude des équilibres relatifs des fluides en mouvement. Cette méthode introduit, croyons-nous, plus d'unité dans le sujet. Nous la développerons dans un livre à paraître.

**Georges Tiercy. — *Les dimensions du sphéroïde terrestre.***

1. — M. R. Wavre a montré récemment<sup>1</sup> que la valeur la plus convenable de l'aplatissement terrestre est  $h = \frac{1}{294}$ , solution de seconde approximation, qui met d'accord la théorie de la précession avec les mesures géodésiques.

J'ai montré, d'autre part<sup>2</sup>, comment, en adoptant cette valeur  $h = \frac{1}{294}$  pour l'aplatissement du globe, on arrive à une répartition théorique des densités qui semble admissible; la loi trouvée donne, comme densité de la couche superficielle de la Terre, la valeur 2,6, qui correspond bien aux données expérimentales; tandis que les aplatissements plus faibles (en particulier, celui volontiers proposé aujourd'hui en théorie de première approximation, soit  $\frac{1}{297}$ ) ne donnent pas satisfaction sur ce point.

D'ailleurs, la valeur  $h = \frac{1}{294}$  est celle qui cadre le mieux avec

<sup>1</sup> Archives (5), 11, p. 131, 212, 295, et (5), 12, p. 11; les mêmes dans Publ. de l'Observatoire de Genève, fasc. 8 et 10.

<sup>2</sup> Archives (5), 12, p. 115; le même dans Publ. de l'Obs. de Genève, fasc. 12.