Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 12 (1930)

Artikel: La déviation gravitationnelle des rayons solaires et le régime thermique des hauts plateaux

Autor: Tiercy, Georges

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741244

1930 Vol. 12. Septembre-Octobre

La déviation gravitationnelle des rayons solaires et le régime thermique des hauts plateaux[1]

PAR

Georges TIERCY

(Avec 4 fig.)

§ 1. — Le problème des hauts plateaux.

1. — On connaît la répartition des moyennes *annuelles* de température à la surface du globe terrestre; les isothermes affectent des formes très capricieuses.

S'il n'y avait pas de continents, ou si la croûte terrestre était unie et dépourvue de mers, la température moyenne annuelle décroîtrait régulièrement de l'équateur au pôle en fonction de la seule latitude; les isothermes seraient de petits cercles parallèles à l'équateur. La répartition irrégulière des continents et des mers a pour conséquence une déformation considérable de ces isothermes.

On connaît plus ou moins le rôle physique de l'atmosphère humide qui domine les mers, et celui de l'atmosphère sèche située au-dessus des grands continents; on a dit le rôle de la végétation relativement aux variations annuelles de température; on a dit aussi le rôle de l'altitude en ce qui concerne la répartition des températures. Mais je pense que ce dernier

[1] Communication présentée à la session du 12-13 septembre 1930 de la Société suisse de Géophysique, Météorologie et Astronomie, à St-Gall.

problème n'a reçu qu'une solution par trop insuffisante dans le cas des hauts plateaux.

Les traités de climatologie se bornent à dire en substance ceci: « Un plateau élevé est dominé par une atmosphère moins dense que celle qui surmonte les plaines plus basses de même latitude; étant moins dense, cette atmosphère est moins absorbante; le plateau reçoit plus de chaleur pendant le jour; mais, pour la même raison, la perte par rayonnement pendant la nuit est plus grande. Dans les basses latitudes, le gain l'emporte sur la perte; et les isothermes annuelles marquent une inflexion vers le nord dans la région du plateau (exemple: haut plateau de l'ouest des Etats-Unis). L'effet serait contraire dans les latitudes élevées. »

L'explication est évidemment insuffisante; et l'on voit bien que, pour une latitude convenable, le gain équilibrera la perte (du moins le gain et la perte au sens indiqué ci-dessus); un calcul relativement simple montre que l'équilibre en question a lieu vers 30° ou 35° de latitude. Or, c'est là justement la latitude du haut plateau asiatique et du haut plateau de l'ouest américain; et cependant, ces deux plateaux bénéficient d'un régime thermométrique de faveur, comparativement aux autres régions terrestres de même latitude, en dépit de l'équilibre signalé plus haut.

La présente étude apportera une contribution nouvelle à ce problème des hauts plateaux; il se peut aussi que la solution qu'on lui donnera ci-après contribue à expliquer, mieux qu'on ne le faisait auparavant, la forme capricieuse des isothermes annuelles. Si les hauts plateaux sont avantagés dans leur régime thermique, par rapport aux autres régions continentales de même latitude, la raison en est peut-être de nature mécanique; un haut plateau forme un énorme renflement local de la croûte terrestre; la masse de ce renflement est considérable; cette masse doit exercer une attraction, faible mais certaine, sur les rayons solaires, suivant la théorie gravitationnelle; et cette déviation des rayons solaires, provoquant une sorte de concentration des rayons sur la région privilégiée, doit entraîner une augmentation de la température moyenne annuelle. C'est du moins ce que cette étude essaie de montrer; c'est là une question de géophysique.

2. — Le cas du plateau thibétain est relativement facile à traiter. On sait que la latitude en est de 30° à 35° Nord environ. Les températures moyennes suivantes ont été enregistrées: [1]

A *Lhassa* (3930 m d'altitude):

juin	18°,3	(pas de gel);
août	19°,5	» » »
septembre	16°,7	» » »
décembre	— 2°,8 ;	
Moyenne sur 235 jours consécutifs: 9°,6.		

A *Chumbi* (3000 m), en mai, 11°,8;
A Gyantse (4025 m), en juin, 19°,1.

On sait, d'ailleurs, que dans le *Tsangpotal* (3600-3700 m), les récoltes sont riches; les arbres hauts de plus de dix mètres sont nombreux.

Admettons, pour l'ensemble de cette région, une température moyenne annuelle de 7° à 8°; en adoptant une loi de décroissance de température de 1° pour 200 mètres d'élévation, et une altitude moyenne de 3600 mètres, la réduction au niveau de la mer donne une température de 26°; tout ce plateau est donc situé sur l'isotherme annuelle de 25° ou 26°.

3. — La carte des isothermes annuelles montre, en effet, que, dans l'hémisphère nord, l'isotherme de 25° « monte » vers le Nord en deux régions: le haut plateau du Thibet et de l'Asie Mineure, et le haut plateau de l'Ouest américain; ces plateaux sont tous deux situés à 30°-35° environ de latitude nord.

Tous les autres lieux terrestres situés sur le 30^{me} degré de latitude nord sont sur des isothermes annuelles inférieures à 25° de température; on y trouve des températures moyennes annuelles allant de 18° à 25°; dans l'ensemble, la température moyenne annuelle sur le 30^{me} degré de latitude nord est de 21° C., en laissant de côté les deux plateaux indiqués. On voit donc que ces plateaux bénéficient d'un avantage thermique de 4° à 5° centigrades, par rapport à l'ensemble des localités situées à la même latitude.

[1] HAHN, *Klimatologie.*

Et cependant, le gain et la perte, au sens indiqué au n° 1, s'y font équilibre. A quoi donc est dû ce bénéfice thermométrique ?

§ 2. — Etude théorique; chaleur supplémentaire journalière par km².

4. — Rappelons tout d'abord que la déviation des rayons lumineux stellaires passant dans le voisinage immédiat du Soleil est de 1″,75; cette valeur est prévue par la théorie de la gravitation einsteinienne; elle a été confirmée, dans la mesure du possible, lors de récentes éclipses de Soleil.

On sait, d'autre part, que la masse solaire vaut 333000 fois celle de la Terre, cette dernière masse étant égale à $(5{,}974).10^{27}$ gr; la masse du Soleil est donc de $(19{,}9)\,.\,10^{32}$ gr, soit environ $2\,.\,10^{33}$ gr; c'est cette masse qui provoque la déviation de 1″,75 pour les rayons lumineux rasant le disque solaire, suivant la formule:

$$\text{déviation} = \frac{4fM}{c^2 r_s},$$

où M est la masse du Soleil, r_s le rayon solaire, et c la vitesse de la lumière.

5. — Considérons maintenant le haut plateau asiatique avec ses montagnes énormes; il couvre approximativement une étendue de 900 degrés carrés, soit en nombre rond 9.000.000 km²; son altitude *moyenne* au-dessus du globe peut-être prise égale à 4 km, en tenant compte des masses montagneuses. Le volume de cette énorme verrue terrestre est ainsi de 36.000.000 km³ environ, soit $(3{,}6)\,.\,10^{22}$ cm³.

Si l'on adopte une densité moyenne égale à 3, la masse de la verrue est égale à:

$$(10{,}8)\,.\,10^{22}\ \text{gr}\ , \quad \text{soit environ}\ (1{,}1)\ 10^{23}\ \text{gr}\ .$$

Le rapport $\left(\dfrac{\text{masse de la verrue}}{\text{masse du soleil}}\right)$ a donc la valeur suivante :

$$\frac{(1.08)\,.\,10^{23}}{2\,.\,10^{33}} = (0.54)\,.\,10^{-10}\ .$$

D'où l'on déduit qu'une telle verrue doit être capable de dévier les rayons solaires passant dans son voisinage immédiat d'un angle égal à:

$$(1'',75) \,.\, (2,2) \,.\, 10^{-8} \;;$$

en effet, d'après la formule générale:

$$\text{déviation} = \frac{4fM}{c^2 r} ,$$

la déviation est proportionnelle à $\left(\frac{M}{r}\right)$, r étant la distance au centre de la masse déviante; on a pour le Soleil:

$$\frac{M}{r_s} = \frac{V \,.\, \text{densité}}{r_s} = \frac{4\pi r_s^3 \,.\, (1,41)}{3 r_s} = \pi \left[\frac{4}{3}(696000)^2 \,.\, (1,41)\right] = 0,91\pi 10^{12} \;;$$

et pour la verrue, avec $r = 1700$ km:

$$\frac{M'}{r} = \frac{V' \,.\, \text{densité}}{r} = \frac{(36000000)\,(3)}{1700} = (6,4) \,.\, 10^4 \;;$$

le rapport des deux valeurs du quotient $\left(\frac{M}{r}\right)$ est ainsi de $(2,2)10^{-8}$; et la déviation produite par la verrue à sa périphérie vaut $(1'',75)$ $(2,2)$ 10^{-8}, soit approximativement $4''.10^{-8}$ sur la branche de fuite de l'hyperbole représentative; cela fait $(2'',0).10^{-8}$ au sommet de l'hyperbole, où le rayon atteint le sol.

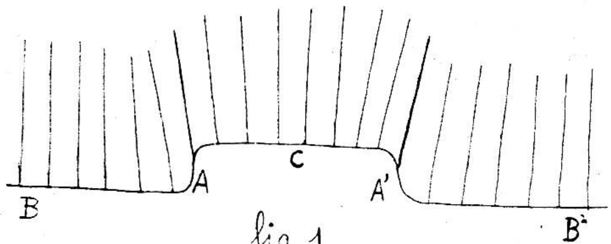


fig 1

Cette déviation est évidemment très faible; mais elle est permanente et a lieu tout autour du plateau; elle doit donc produire une sorte de légère concentration des rayons solaires sur le plateau (fig. 1). Et cela doit provoquer une hausse de température. Quelle est cette hausse ?

6. — Considérons tout d'abord le cas où les rayons solaires tombent verticalement sur le sol, ou à peu près, dans la région centrale du plateau (fig. 1), et soit ACA′ la coupe verticale de celui-ci. Entre A et A′, les rayons seront plus «serrés» que ce ne serait le cas en l'absence de la masse de la verrue. Il s'ensuit d'ailleurs que, dans les plaines voisines, en B et en B′, les rayons seront quelque peu « raréfiés »; il doit donc y faire légèrement moins chaud que dans les régions plus éloignées de ces plaines, à l'Est et à l'Ouest.

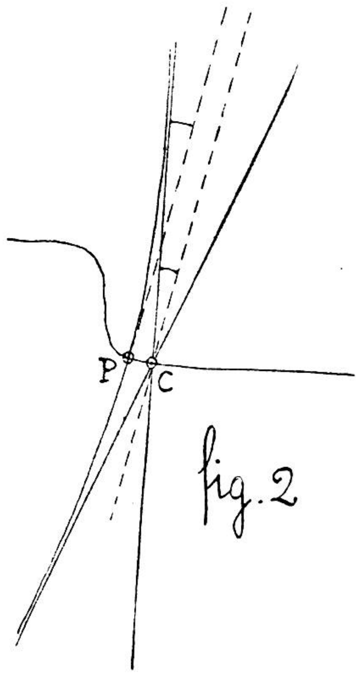


fig. 2

Nous avons dit que la verrue déviait les rayons solaires de $\delta = 2'' \,.\, 10^{-8}$ (tangente au sommet de l'hyperbole représentative, fig. 2). On a bien, en effet:

$$\text{déviation totale} = \frac{4fM}{c^2 r} = 2\delta \;;$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{M}{r} &= (6{,}4)\,.\,10^{14} \text{ unités C.G.S.} \;; \\ f &= (0{,}666)\,.\,10^{-7} \;; \\ c^2 &= 9\,.\,10^{20} \;; \end{aligned}\right.$$

$$2\delta = (0{,}2)\,.\,10^{-12} \text{ radian} \quad \text{ou} \quad 2\delta = 4''.\,10^{-8}$$

$$\delta = 2''.\,10^{-8}\,.$$

A quel déplacement horizontal CP correspond cette déviation angulaire ?

La trajectoire étant presque une hyperbole $\rho = \dfrac{p}{1 + e\cos\varphi}$, on peut poser, en faisant $\varphi = 0$:

$$r = a(e - 1)\,,$$

où (a) est le demi-axe transverse. L'excentricité (e) est donnée, comme on sait, par:

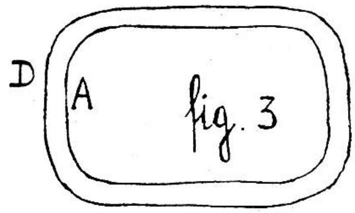
$$\delta \text{ (en radians)} = \sin \frac{1}{e} \ ; \qquad \text{ici :} \quad \delta = \frac{1}{e} \ ;$$

$$e = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{(1{,}0) \,.\, 10^{-13}} = 10^{13} \ ,$$

d'où, avec $r = 1700$ km:

$$a = \frac{r}{e-1} = \text{cm} \ \frac{(1.7) \ 10^{8}}{10^{13} - 1} \ .$$

$$\text{soit environ :} \quad CP = 0^{\text{cm}},00002 = d \ .$$



C'est là la déviation linéaire cherchée, et provoquée par la présence de la verrue.

Autrement dit, si on considère un contour D (fig. 3) tracé autour du contour A du plateau à une distance (d), les rayons solaires qui, sans le plateau, tomberaient également répartis sur la surface D, sont concentrés sur la surface A.

7. — On peut exprimer la chose en disant que la constante solaire générale doit être, pour le plateau, multipliée par le rapport $\frac{D}{A}$.

Soit pour le plateau asiatique central, $A = 9.000.000$ km^2 environ; on a pour D:

$$D = A + \text{cm}^2 \ 24000$$

$$D = A + \text{km}^2 \ 0{,}0000024 \ ;$$

et il vient:

$$\frac{D}{A} = 1{,}000.000.000.000.27 \ ;$$

la constante solaire est donc, sur le plateau A, augmentée de 27 cent-trillionièmes par rapport à sa valeur générale, qui est:

$$\begin{cases} 1^{\text{cal}}.938 \text{ par minute et par cm}^2 \ , \\ \text{ou} \quad 19.380.000.000 \text{ par minute et par km}^2 \ . \end{cases}$$

L'augmentation de chaleur, par minute et par km², due au jeu du facteur $\frac{D}{A}$, est ainsi de 0^{cal}, 0053.

8. — Par heure, cela représente 0,32 calorie supplémentaire par km², à la limite atmosphérique. Ce résultat est à peu près valable pour les heures du milieu du jour, par exemple de 10 h. à 14 h. Pour le reste de la journée, il faudra tenir compte de l'obliquité plus ou moins accentuée des rayons solaires par rapport à la verticale. On obtient approximativement 2,6 calories par km² et par jour, à la limite atmosphérique. Cette approximation est suffisante. Elle représente environ 1,5 calorie supplémentaire au sol.

9. — Cette chaleur supplémentaire par km² de A est-elle suffisante pour expliquer l'avantage de température bien connu de ce haut plateau, par rapport au régime thermique des autres régions de même latitude ?

Cet avantage calorifique de 2,6 calories par km² est évidemment petit, comparativement à la chaleur totale reçue du Soleil à la limite atmosphérique, soit:

$$\text{cal.}\ (19380.000.000)\,.\,60 = (11,6)\,.\,10^{11}\ \text{calories par heure}\ ;$$

ce qui fait environ $(72,5)\,.\,10^{11}$ calories par jour en moyenne, en tenant compte de l'obliquité des rayons suivant l'heure. Cette valeur peut être adoptée pour les latitudes comprises entre 30° et 40°.

Le rapport du *supplément de chaleur*, dû à la présence de la verrue, à la chaleur générale journalière, est ainsi:

$$\frac{\Delta e}{e} = \frac{2,6}{(72,5)\,.\,10^{11}} = (0,36)\,.\,10^{-12}\,.$$

Ce rapport est d'ailleurs aussi bien valable au sol qu'à la limite atmosphérique; car la réflexion par les nuages et la diffusion dans l'espace s'appliquent identiquement à la chaleur journalière de base et à la radiation supplémentaire.

Rappelons que l'albedo du système Terre-atmosphère vaut 0,42 à 0,43 (*Annals of the Smithsonian Institution*, 1922); le système reçoit donc l'énergie suivante, par jour et par km², entre 30° et 40° de latitude:

$$(0{,}575)\,.\,(72{,}5)\,.\,10^{11} = (4{,}17)\,.\,10^{12} \text{ calories} ,$$

soit de $(4{,}1).10^{12}$ à $(4{,}2).10^{12}$ calories.

§ 3. — Recherche de la température correspondant a l'équilibre thermique du plateau.

10. — Cherchons tout d'abord à évaluer ce que l'énergie supplémentaire reçue peut provoquer comme accroissement journalier de température.

Il est impossible d'utiliser la formule simple des corps noirs:

$$\mathrm{E} = \sigma \mathrm{T}^4 , \qquad \text{où} \qquad \sigma = (1{,}364)\,.\,10^{-12} ;$$

car on est loin de leur cas; on sait que, pour un corps gris ou pour un corps naturel, la même température T correspond à une énergie (e) plus faible que E, suivant une relation approchée du type:

$$e = \sigma_0 \mathrm{T}^4 ,$$

où $\sigma_0 < \sigma$; on a même proposé pour ces corps une loi monôme plus souple :

$$e = \sigma_1 \mathrm{T}^n ,$$

où $n > 4$ avec σ_1 convenablement choisi; on a trouvé, pour quelques cas de corps naturels, des valeurs de n comprises entre 4 et 5.

Dans le cas du système Terre-atmosphère, une valeur voisine de $n = 4{,}5$ semble admissible; et nous utiliserons la formule approchée:

$$e = \sigma_1 \mathrm{T}^{4,5} ,$$

pour déterminer le bénéfice thermométrique dû au bénéfice énergétique journalier de 2,6 calories à la limite supérieure de l'atmosphère (soit 1,47 cal. au sol, puisque le coefficient d'absorption du système Terre-atmosphère est 0,57).

La valeur de σ_1 à utiliser sera déterminée en considérant que la valeur expérimentale de (e) vaut *en moyenne* par seconde:

$$e = \frac{(72,5) \,.\, 10^{11} \,.\, (0,575)}{24 \,.\, 3600},$$

et que, pour le plateau thibétain, la température moyenne annuelle est + 7° C. (en T = 280°). On a donc:

$$\sigma_1 = \frac{e}{T^{4,5}} = \frac{(0,575) \,.\, (72,5) \,.\, 10^{11}}{24 \,.\, 3600 \,.\, (280)^{4,5}}.$$

Cela posé on aura:

$$(T + \Delta T)^{4,5} = \frac{e + \Delta e}{\sigma_1},$$

$$(T + \Delta T)^{4,5} = \frac{(0,575)[(72,5) \,.\, 10^{11} + 2,6] \,.\, (280)^{4,5}}{(0,575)\,(72,5) \,.\, 10^{11}} = (280)^{4,5} \,.\left[1 + \frac{0.36}{10^{12}}\right].$$

$$T + \Delta T = 280\left[1 + \frac{0.36}{10^{12}}\right]^{\frac{1}{4,5}} = 280\left[1 + \frac{0.08}{10^{12}} - \frac{7}{81}\left(\frac{0,36}{10^{12}}\right)^2 + \ldots\right];$$

$$\Delta T = \frac{22.4}{10^{12}}, \qquad \text{soit} \qquad \frac{2\frac{1}{4}}{10^{11}}.$$

Tel est le gain thermométrique journalier; on peut le considérer comme constant pratiquement, même si la température moyenne augmente de quelques degrés; la différence pour ΔT serait de l'ordre de $\frac{0.3}{10^{12}}$.

S'il n'y avait pas de perte supplémentaire par rayonnement, cela représenterait une augmentation annuelle de température de $\frac{8°,21}{10^9}$; de sorte qu'en $\frac{5}{8}(10)^9$ années, on aurait une augmentation totale de 5° environ.

En réalité, il faut tenir compte du rayonnement supplémentaire qui va se produire, du fait de l'accroissement de température, et qui va provoquer une diminution du bénéfice journalier d'énergie; de sorte qu'il faudra un temps sensiblement plus long pour acquérir les 5 degrés de bénéfice thermométrique observé.

La formule approchée $e = \sigma_1 T^{4,5}$ nous a permis d'apprécier le gain de température pour la région du haut plateau; elle n'est pas capable de nous fournir le supplément de rayonnement du système Terre-atmosphère.

11. — Pour apprécier ce dernier, nous tiendrons compte du renseignement suivant: si un corps absorbe une partie b de la radiation qui tombe sur lui, il ne rayonne, à température égale, que la $b^{\text{ème}}$ partie du rayonnement du corps noir (loi de Kirchhoff).

Si le système Terre-atmosphère était un corps noir, on aurait, après un accroissement journalier de température ΔT, et la température de base étant supposée égale à 274°, au début:

$$R + \Delta R = \sigma \left[274 + \frac{2^1/_4}{10^{11}}\right]^4 = \frac{1.364}{10^{12}} \left[274 + \frac{2\ 25}{10^{11}}\right]^4 ,$$

où R représente l'énergie rayonnée par seconde et cm^2; puis:

$$\Delta R = \frac{(1.364)\,(274)^4}{10^{12}} \left[\frac{9}{(274)\,.\,10^{11}} + \dots\right] \longrightarrow \frac{2,50}{10^{15}}\ \text{cal.} ;$$

et, par jour et par km^2:

$$\Delta_1 R = 2,16\ \text{calories} .$$

On sait, d'autre part, que si l'albedo de la Terre est 0,42 à 0,43 (*Annals*, *Smithsonian Institution*, 1922), ce qui indique un pouvoir absorbant de 0,575 pour les rayons lumineux, le pouvoir absorbant b du système Terre-atmosphère pour les rayons obscurs de grandes longueurs d'ondes est vraisemblablement plus grand que 0,57. On peut admetttre $b = 0,9$ en ce qui concerne l'atmosphère seule (Fowle et Abbot); pour le sol, c'est beaucoup moins. Admettons donc $b = 0,60$ à 0,65 pour l'ensemble des radiations.

Le système régional Terre-atmosphère du haut plateau rayonne donc un supplément journalier de:

$$\Delta_1 R = (0,63)\,.\,(2,16)\ \text{cal.} , \qquad \text{soit} \qquad 1,36\ \text{cal. par km}^2 ,$$

après le premier accroissement de température. On trouve une valeur un peu inférieure à l'énergie supplémentaire Δe reçue par jour du fait de la verrue.

Il reste donc, comme *bénéfice net d'énergie* par jour et par km^2, au début (c'est-à-dire à la naissance de la verrue, pour une température moyenne initiale de 274°, correspondant à celle des stations de même latitude du reste du globe):

$$\text{cal. } 1{,}47 - 1{,}36 = 0{,}11 \text{ cal.} \;;$$

or, le rayonnement terrestre est égal à:

$$(0{,}64) \,.\, \sigma T^4 \;;$$

et la valeur de T va augmenter petit à petit; il en résulte que le rayonnement supplémentaire va augmenter, lui aussi, jusqu'au moment où il aura atteint la valeur constante (1,47 calorie) de l'énergie reçue en supplément; à ce moment, le plateau sera en équilibre thermique.

Au bout de combien de temps cet équilibre se produira-t-il, à partir de la formation de la verrue ? Et de combien la température aura-t-elle augmenté en tout au moment du nouvel équilibre ?

12. — Avant d'aborder ce calcul, cherchons quelle fraction du rayonnement total ordinaire représente le rayonnement supplémentaire *au début* (T = 274°). On a pour le corps noir:

$$R_{\text{sec.}} = (1{,}364) \,.\, 10^{-12} \,.\, (274)^4 = 0^{\text{cal}}.0076875 \text{ par cm}^2 \;;$$

par jour et par km^2, on obtient:

$$R = (6{,}64) \,.\, 10^{12} \text{ calories} \;;$$

et pour le système Terre-atmosphère:

$$R = (0{,}63)\,(6{,}64) \,.\, 10^{12} \longrightarrow (4{,}18) \,.\, 10^{12} \text{ calories} \;,$$

soit de $(4{,}1) \,.\, 10^{12}$ à $(4{,}2) \,.\, 10^{12}$ calories; ce qui équilibre l'énergie ordinaire reçue.

On a donc, *au début :*

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{1{,}36}{4{,}18} \,.\, 10^{-12} = (0{,}33) \,.\, 10^{-12} \;;$$

alors que l'énergie (Δe) reçue en supplément est constamment dans le rapport suivant avec l'énergie normale journalière:

$$\frac{\Delta e}{e} = (0{,}36) \,.\, 10^{-12} \,.$$

La fraction $\left(\frac{\Delta R}{R}\right)$ va augmenter jusqu'à ce qu'elle égale la fraction $\left(\frac{\Delta e}{e}\right)$.

13. — Cela posé, considérons le bénéfice *net* de chaleur du *premier jour*, soit 0,11 calorie au sol (ou $\frac{0{,}11}{0{,}575} = 0{,}191$ calorie à la limite supérieure de l'atmosphère); et reprenons l'équation approchée $e = \sigma_1 T^{4,5}$ pour calculer le bénéfice net de température du premier jour; on a:

$$(T + \Delta_1 T)^{4,5} = \frac{e + \Delta_1 e}{\sigma_1} = \frac{(0.575)\,[(72{,}5)\,.\,10^{11} + 0{,}191]\,(274)^{4,5}}{(0{,}575)\,.\,(72{,}5)\,.\,10^{11}} \,,$$

$$T + \Delta_1 T = 274 \left[1 + \frac{0{,}0263}{10^{12}}\right]^{\frac{1}{4,5}} ;$$

$$T + \Delta_1 T = 274 \left[1 + \frac{0{,}00584}{10^{12}} - \frac{7}{81}\left(\frac{0{,}026}{10^{12}}\right)^2 + \ldots\right] ;$$

$$(\Delta_1 T)_{\text{net}} = \frac{1{,}60}{10^{12}} \quad \text{ou} \quad \frac{0{,}16}{10^{11}} \,,$$

compte tenu du rayonnement supplémentaire.

14. — Voyons maintenant ce qui se passe le *deuxième jour*. La température de base sera $T + \Delta_1 T = 274° + \Delta_1 T$; et il vient:

$$R_1 + \Delta_2 R = (0{,}63)\,.\,\sigma\left[(274 + \Delta_1 T) + \frac{2.25}{10^{11}}\right]^4$$

par seconde et par cm²;

$$R_1 + \Delta_2 R = \frac{(0{,}63)\,(1{,}364)}{10^{12}} \,.\, \left(274 + \frac{0.16}{10^{11}}\right)^4 . \left[1 + \frac{2{,}25}{\left(274 + \frac{0.16}{10^{11}}\right)\,10^{11}}\right]^4 ;$$

d'où:

$$\Delta_2 R = \frac{(0{,}63)\,(1{,}364)\left(274 + \frac{0{,}16}{10^{11}}\right)^3 . \,(9{,}0)}{10^{12}\,.\,10^{11}} \;;$$

or, on a vu que:

$$\Delta_1 R = \frac{(0.63)\,(1.364))\,(274)^3 . 9}{10^{12} . 10^{11}} \; ;$$

la variation de ΔR, du premier au second jour, est ainsi:

$$\delta(\Delta R)_{1;\,2} = \frac{9\,(0{,}63)\,(1{,}364)}{10^{23}}\left[\left(274 + \frac{0.16}{10^{11}}\right)^3 - (274)^3\right] ;$$

$$\delta(\Delta R)_{1;\,2} = \frac{9\,(0\;63)\,(1{,}364)\,(274)^3}{10^{23}}\left[\left(1 + \frac{0{,}16}{274\,.\,10^{11}}\right)^3 - 1\right] ;$$

$$\delta(\Delta R)_{1;\,2} = \frac{9\,(0{,}63)\,(1\;364)\,(274)^3}{10^{23}}\left[\frac{0{,}48}{274{,}10^{11}} \cdots +\right] ;$$

$$\delta(\Delta R)_{1;\,2} = \frac{0.27852}{10^{28}} \; ;$$

par jour et par km², cela fait:

$$\delta(\Delta R)_{1;\,2} = \frac{240.64}{10^{16}} \qquad \text{soit} \qquad \frac{2{,}41}{10^{14}} \, .$$

Cherchons alors le bénéfice net de température du deuxième jour; reprenons encore l'équation $e = \sigma_1 T^{4,5}$; elle donne:

$$(T_1 + \Delta_2 T)^{4,5} = \frac{e_1 + \Delta_2 e}{\sigma_1} = \frac{(0{,}575)\left[(72{,}5)\,10^{11} + 0.191 + \dfrac{0.11 - \delta}{0\;57}\right](274)^{4,5}}{(0{,}575)\,(72{,}5)\;\;10^{11}} \, ,$$

où:

$$\left\{\begin{array}{l} \delta = \delta(\Delta R)_{1;\,2} = \dfrac{2\;41}{10^{14}} \, , \qquad \text{et} \\[2ex] \dfrac{0{,}11 - \delta}{0{,}575} = 0{,}191 - \dfrac{4{,}2}{10^{14}} \; ; \end{array}\right.$$

d'où:

$$(T_1 + \Delta_2 T)^{4,5} = \frac{\left[(72{,}5)\,10^{11} + 0{,}191 + 0.191 - \dfrac{4\;2}{10^{14}}\right](274)^{4,5}}{(72{,}5)\,.\,10^{11}} \; ;$$

$$(T_1 + \Delta_2 T)^{4,5} = (274)^{4,5} . \left[1 + \frac{0.00263}{10^{11}} + \frac{0{,}00263}{10^{11}} - \frac{0{,}058}{10^{25}}\right] ;$$

$$T_1 + \Delta_2 T = 274\left[1 + \frac{0{,}00584}{10^{12}} + \frac{0\;00584}{10^{12}} - \frac{0.00129}{10^{24}} - \ldots\right] ;$$

ou encore:

$$T_1 + \Delta_2 T = 274\left[1 + \frac{0{,}00584}{10^{12}} - \frac{7}{81}\left(\frac{0{,}026}{10^{12}}\right)^2\right] +$$

$$274\left[\frac{0{,}00584}{10^{12}} - \frac{0{,}00129}{10^{24}} + \frac{7}{81}\left(\frac{0{,}026}{10^{12}}\right)^2\right].$$

d'où:

$$(\Delta_2 T)_{\text{net}} = 274\left[\frac{0.00584}{10^{12}} - \frac{0{,}00129}{10^{24}} + \frac{0{,}000062}{10^{24}}\right]$$

$$(\Delta_2 T)_{\text{net}} = \frac{1.60}{10^{12}} - \frac{0.34}{10^{24}};$$

donc l'accroissement $\Delta_2 T$ est un peu plus petit que $\Delta_1 T$; et cela de $\frac{0.34}{10^{24}}$; ainsi, on peut prévoir que, petit à petit, $\Delta_i T$ tendra vers zéro.

Notons que l'accroissement total de température, à partir de $T = 274°$, sera:

$$\Delta T = \sum_i \Delta_i T .$$

15. — Cherchons maintenant le $\Delta_n R$ du $n^{\text{ième}}$ *jour*; la température de base sera:

$$T_{n-1} = 274 + \sum_{i=1}^{i=n-1} \Delta_i T ;$$

et il vient, par jour et par km²:

$$R_{n-1} + \Delta_n R = (0{,}63)\,(24\,.\,360)\,.\,10^{10}\sigma\left[\left(274 + \sum_{i=1}^{n-1}\Delta_i T\right) + \frac{2.25}{10^{11}}\right]^4;$$

$$R_{n-1} + \Delta_n R = (742{,}45248)\left(274 + \sum_{i=1}^{n-1}\Delta_i T\right)^4 . \left[1 + \frac{2.25}{10^{11}\left(274 + \sum_{i=1}^{n-1}\Delta_i T\right)}\right]^4;$$

$$\Delta_n R = (742{,}45248)\left(274 + \sum_{i=1}^{n-1}\Delta_i T\right)^4\left[\frac{9}{10^{11}\left(274 + \sum_{i=1}^{n-1}\Delta_i T\right)}\right];$$

$$\Delta_n R = \frac{6682{,}07232}{10^{11}}\left(274 + \sum_{i=1}^{n-1}\Delta_i T\right)^3.$$

Telle est l'expression de l'accroissement $\Delta_n R$, dont il est facile de tirer celle de $\delta(\Delta R)_{n-1\,;\,n}$.

16. — *Stabilité thermique.* — L'expression précédente permet de résoudre le problème posé relativement à la stabilité thermique. En effet, l'équilibre thermique sera réalisé lorsqu'on aura:

$$\Delta_n R = 1{,}47 \text{ calorie} \; ;$$

car alors, le bénéfice net de chaleur reçue étant nul, la température restera stable.

L'équation ainsi posée permet de calculer l'accroissement total de température $\sum_i \Delta_i T$ correspondant. On a:

$$1{,}47 = \frac{6682.07232}{10^{11}} \left(274 + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i T\right)^3 \; ;$$

d'où:

$$\left(274 + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i T\right)^3 = (21{,}999) \, . \, 10^6 \; ;$$

$$274 + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i T = 280 \; ;$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i T = 6^\circ \; .$$

(Avec $\Delta_n R = 1{,}43$ on trouverait $\sum \Delta_i T = 4^\circ$.)

Donc, lorsque la stabilité sera assurée, la température présentera un avantage de 4° à 6°, par rapport à celle des autres régions de même latitude 35°.

On trouve ainsi l'explication du bénéfice thermométrique constaté en faveur des hauts plateaux de latitude égale à 30° ou 35°, et pour lesquels « *le gain égale la perte* » (au sens ancien rappelé au n° 1).

§ 4. — DURÉE NÉCESSAIRE POUR ATTEINDRE CETTE STABILITÉ THERMIQUE.

17. — Il reste à trouver au bout de combien de temps cet équilibre sera réalisé, *à partir de la naissance de la verrue*, et dans l'hypothèse où cette verrue, une fois formée, n'aurait pas subi de modifications profondes durables. On a:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i \mathrm{T} = 6° \ .$$

Représentons graphiquement la variation des Δ_iT; on a trouvé (nos 13 et 14):

$$\begin{cases} \Delta_1 \mathrm{T} = \dfrac{1{,}60}{10^{12}} \ ; \\ \Delta_2 \mathrm{T} = \dfrac{1{,}60}{10^{12}} - \dfrac{0{,}34}{10^{24}} \ ; \\ \Delta_\infty \mathrm{T} \longrightarrow 0 \ . \end{cases}$$

Représentons la variation de ΔT par une courbe exponentielle (fig. 4):

$$\Delta_x \mathrm{T} = c \, . \, 10^{-bx} \ .$$

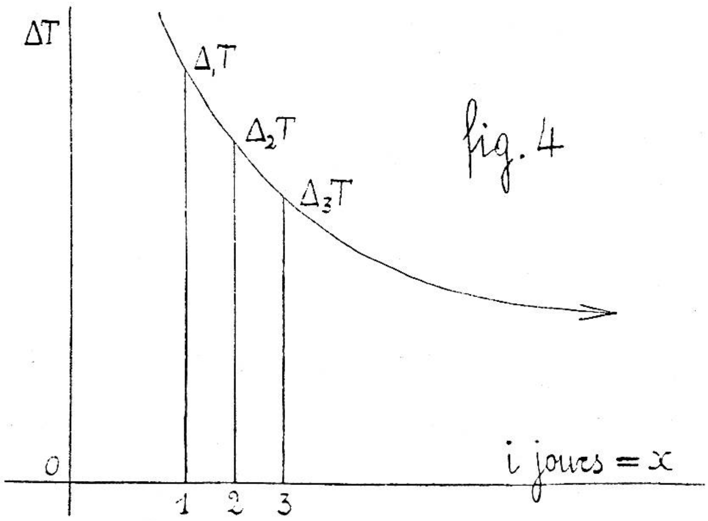


fig. 4

On a:

x	ΔT	valeur connue
0	c	
1	$\dfrac{c}{10^b}$	$\dfrac{1,60}{10^{12}}$
2	$\dfrac{c}{10^{2b}}$	$\dfrac{1,60}{10^{12}} - \dfrac{0,34}{10^{24}}$

On tire de ce tableau:

$$\begin{cases} c = (1,60)\,.\,10^{b-12}\ ; \\ c = (1,60)\,.\,10^{2b-12} - (0,34)\,10^{2b-24}\ ; \end{cases}$$

d'où:

$$10^{12-b} = 10^{12} - 0,21\ ; \qquad 10^{-b} = \left(1 - \frac{0,21}{10^{12}}\right)\ ;$$

$$c = \frac{1,60}{10^{12} - 0,21}\ ;$$

et finalement:

$$\Delta_x T = \left(\frac{1,60}{10^{12} - 0,21}\right) . \left[1 - \frac{0,21}{10^{12}}\right]^x .$$

La variation totale $\Delta T = \sum\limits_x \Delta_x T$ vaut alors:

$$\sum_{x=1}^{n-1} \Delta_x T = \left(\frac{1,60}{10^{12} - 0,21}\right) . \sum_{x=1}^{n-1} \left(1 - \frac{0,21}{10^{12}}\right)^x .$$

Si l'on pose $\alpha = 1 - \dfrac{0,21}{10^{12}}$, où $\alpha < 1$, la sommation du second membre, étendue jusqu'à $x = \infty$, donne:

$$\sum \alpha^x = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = \frac{10^{12} - 0,21}{10^{12}} . \frac{10^{12}}{0,21} = \frac{10^{12} - 0,21}{0,21}\ ;$$

et l'on trouve:

$$\sum_{x=1}^{x=\infty} \Delta^x T = \left(\frac{1,60}{10^{12} - 0,21}\right)\left(\frac{10^{12} - 0,21}{0,21}\right) \longrightarrow \frac{1,60}{0,21}\ ,$$

soit 8° environ.

Mais nous n'avons pas à aller jusqu'à $x = \infty$; la sommation doit s'arrêter dès que le temps x satisfera à la relation:

$$\sum \Delta_x \mathrm{T} = 6^\circ \ .$$

On a donc l'équation:

$$\left(\frac{1,60}{10^{12} - 0,21}\right) \sum_{x=1}^{n-1} \left(1 - \frac{0.21}{10^{12}}\right)^x = 6 \ ,$$

où l'inconnue est le nombre n; on peut l'écrire:

$$\sum_{x=1}^{n-1} \left(1 - \frac{0.21}{10^{12}}\right)^x = \frac{6\,(10^{12} - 0,21)}{1,60} \ ;$$

elle est de la forme $\sum_{x=1}^{n-1} a^x = \mathrm{A}$, où a et A sont connus.

On trouve:

$$a - a^n = \mathrm{A}\,(1 - a) \ ;$$

$$a^n = a - \mathrm{A}\,(1 - a) \ ;$$

$$\left[\frac{10^{12} - 0.21}{10^{12}}\right]^n = \frac{10^{12} - 0.21}{10^{12}} - \frac{6\,(10^{12} - 0,21)}{1,60} \cdot \frac{0.21}{10^{12}} \ ;$$

$$\left(\frac{10^{12} - 0,21}{10^{12}}\right)^{n-1} = \frac{0,36}{1,60} \ ;$$

$$\left(1 - \frac{0,21}{10^{12}}\right)^{n-1} = 0,225 = 1 - \frac{31}{40} \ ;$$

$$a = 0{,}999.999.999.999.79 = \left(1 - \frac{31}{40}\right)^{\frac{1}{n-1}} \ ;$$

$$a = 1 - \frac{1}{n-1} \cdot \frac{31}{40} + \frac{\frac{1}{n-1}\left(\frac{1}{n-1} - 1\right)}{1\,.\,2} \left(\frac{31}{40}\right)^2$$

$$- \frac{\frac{1}{n-1}\left(\frac{1}{n-1} - 1\right)\left(\frac{1}{n-1} - 2\right)}{1\,.\,2\,.\,3} \left(\frac{31}{40}\right)^3 + \dots \ ;$$

le premier chiffre significatif à soustraire de 1 devant occuper la 13$^{\mathrm{me}}$ place décimale et être à peu près égal à 2, on voit que

$(n - 1)$ ou n doit être de l'ordre de 10^{12}; plus exactement, il faudra prendre:

$$n = \frac{1}{2}(10^{12}) \text{ jours} = 500 \text{ milliards de jours} ,$$

soit une durée d'environ 1,4 milliard d'années.

Ce serait là *l'ordre de grandeur* de l'âge de la verrue asiatique, dans l'hypothèse où cette verrue, une fois constituée, n'aurait pas subi de modifications. Mais il va sans dire que cette hypothèse est gratuite; des bouleversements pourraient avoir, à certaines époques, modifié plus ou moins le relief de cette partie du globe; la verrue pourrait avoir été plus saillante à certains moments (ce qui aurait eu pour effet de diminuer la durée nécessaire à l'acquisition du gain thermométrique définitif actuellement constaté), ou moins importante à d'autres moments (ce qui aurait tendu à augmenter la dite durée); la verrue pourrait même avoir été effacée complètement pendant quelques millions d'années; c'est bien, d'ailleurs, ce qui semble avoir été le cas, si l'on en juge par la présence de dépôts marins sur le plateau du Thibet. Nous laissons ces points d'histoire géologique entièrement de côté; ils ne présentent pas d'intérêt direct pour le but que nous poursuivons. Il suffit que nous ayons *un ordre de grandeur* de l'âge de la verrue, dans l'hypothèse où aucun changement ne serait survenu depuis sa formation.

18. — Des recherches de radio-activité, on a conclu que tout le plomb existant dans la croûte terrestre aurait été produit, à partir de l'uranium et du thorium, en 8 milliards d'années au maximum et 2 milliards d'années au minimum. Ce temps représenterait, non pas l'âge de la croûte, mais la durée nécessaire pour que la croûte terrestre ait acquis sa constitution chimique actuelle à partir de l'uranium et du thorium.

Nous avons trouvé 1,4 milliard d'années pour l'âge approximatif de la verrue asiatique, en supposant qu'elle ne se soit pas modifiée depuis sa formation.

Les deux problèmes sont essentiellement différents, et leurs solutions n'ont pas tout à fait la même signification; il ne faut donc pas les comparer sans autre précaution; on peut cependant prétendre qu'elles paraissent être d'accord.

§ 5. — Corollaire des § 2 et 3.

19. — Il faut maintenant remarquer que la concentration des rayons solaires sur la « verrue » doit avoir comme corollaire un certain appauvrissement du rayonnement arrivant sur les régions voisines; on ne s'en apercevra peut-être guère en ce qui concerne les plaines situées au Sud du plateau; par contre, le phénomène semble devoir être sensible pour les plaines basses de même latitude que le plateau ou celles situées plus au Nord. La carte des isothermes annuelles semble bien illustrer ce corollaire.

Si l'on considère le haut plateau du Thibet, les régions basses voisines où l'appauvrissement thermique doit être sensible sont situées à l'Est et au Nord (à l'Ouest, on trouve encore la masse considérable de l'Asie Mineure); à l'Est du Thibet les isothermes annuelles « plongent » vers le Sud; au Nord du Thibet, les isothermes annuelles dessinées à travers la Sibérie s'incurvent vers le Sud. Si l'on considère le haut plateau de l'Ouest américain, au Nord du Mexique, mêmes constatations à latitude égale et au Nord.

Remarquons encore que l'effet de concentration mis en évidence dans cette étude s'ajoute toujours, *algébriquement*, aux anciens « gains et pertes » signalés par les traités et rappelés au début.

§ 6. — Cas des continents eux-mêmes.

20. — J'ai tenté de résoudre la question thermique des hauts plateaux en traitant ceux-ci comme des verrues géantes à la surface des continents. Je pense maintenant qu'on peut étendre le raisonnement au cas des continents eux-mêmes.

A volume égal, la masse d'un continent est, en moyenne, trois fois plus considérable que celle des mers; la présence d'un grand continent représente donc une accumulation de masse en une région donnée de notre globe, par rapport à son entourage maritime.

Dès lors, la conclusion est immédiate; cette verrue énorme doit bénéficier, en *moyenne annuelle*, d'un régime thermique de faveur par rapport aux mers environnantes; autrement dit, *à latitude égale*, la température moyenne annuelle doit être supérieure sur le continent, comparativement à ce qu'elle est sur mer.

Sans doute, faut-il retenir ici le jeu de l'atmosphère, humide au-dessus de la mer, sèche au-dessus du continent; mais ce jeu est-il suffisant pour expliquer que la *moyenne annuelle* soit à l'avantage du continent d'une façon si marquée, à latitude égale ? J'en doute, et il me semble bien probable que la « verrue continentale » doit une grande partie de son bénéfice thermique à sa masse considérable (considérable par rapport à celle des eaux, à volume égal), suivant les conclusions de cette étude.

D'ailleurs, s'il y a gain de chaleur pour le continent, il y a perte pour les régions voisines (c'est-à-dire la mer), d'après ce qu'on a dit au § 5.

21. — La carte des *isothermes annuelles* montre bien cet avantage de température moyenne des continents, à latitude égale, par rapport aux mers.

Il est entendu qu'en certains cas, des courants chauds ou froids viennent modifier sensiblement le régime climatérique d'une partie de continent (par exemple, effets du Gulf-Stream dans le Nord de l'Europe); ces cas apportent une complication évidente dans l'étude *physique* des climats des terres; mais ils sont localisés; eux mis à part, la carte isothermique annuelle est, dans son ensemble, d'accord avec les conclusions des numéros précédents.