Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Band: 9 (1927)

Artikel: Mouvements internes des astres fluides et dérives des continents [suite et fin]

Autor: Dive, Pierre

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740894

MOUVEMENTS INTERNES DES ASTRES FLUIDES
ET
DÉRIVES DES CONTINENTS

PAR

Pierre DIVE

(Avec 1 fig.)

(suite et fin [1])

III. Des stratifications ellipsoïdales.

Dans leurs recherches sur les mouvements internes des fluides hétérogènes stratifiés en couches ellipsoïdales, MM. Hamy et Véronnet ont admis, *a priori*, que la résultante en un point (pesanteur) de l'attraction des masses et de la force centrifuge devait être normale à la surface à densité constante passant en ce point.

Or, M. Rolin Wavre a montré récemment [2] qu'indépendemment de toute supposition sur le degré de compressibilité du fluide, cette hypothèse impliquait l'existence d'une relation $\rho = f(p)$ entre la densité et la pression et que, par suite, toutes les molécules situées à la même distance de l'axe de rotation devaient être animées de la même vitesse angulaire [3].

Cette condition n'avait pas été aperçue jusqu'ici et il importait de se demander si elle pouvait être réalisée dans un fluide hétérogène à stratification ellipsoïdale.

Dans le cas d'une rotation d'ensemble (fluide tournant en bloc), M. Hamy a déjà reconnu l'impossibilité d'une telle répar-

[1] Première partie: *Archives*, (5), 9, p. 330 (1927).
[2] R. Wavre, *C. R.*, 184, p. 277 (1926).
[3] *Cf.* première partie, n° 9.

tition des masses pour un fluide constitué d'un nombre *fini* de couches de densités différentes; M. Véronnet a établi ensuite dans sa thèse que cette impossibilité ne disparaît pas lorsque la densité varie d'une façon continue d'une couche à une autre. On sait d'ailleurs que, pour Clairaut, ce n'est qu'en première approximation, en négligeant le carré des ellipticités, qu'une masse fluide hétérogène peut être stratifiée suivant des ellipsoïdes.

Nous montrerons au paragraphe 4 comment, dans le cas ou l'on admet la possibilité d'un mouvement relatif des molécules, nous avons réussi à prouver l'incompatibilité de la condition d'invariance de la vitesse angulaire sur une parallèle à l'axe de rotation et de l'hypothèse d'une stratification ellipsoïdale.

Si l'on ne se place pas dans le cas particulier où le champ de la pesanteur est normal aux surfaces à densité constante, il est possible de définir, au moyen des formules générales du chapitre I^er^, un mouvement permanent de rotation pour un fluide possédant une telle stratification. C'est ce que nous commencerons par démontrer.

§ 1. — *Existence d'un régime permanent de rotations dans un fluide stratifié en couches ellipsoïdales.*

17. — La condition nécessaire et suffisante d'existence de ces mouvements est que la stratification envisagée soit associée à une expression de Ω (n° 5, p. 271):

$$\frac{2}{\dfrac{\partial \rho}{\partial z^2}} \cdot \frac{D(\rho, U)}{D(l^2, z^2)}, \tag{14}$$

donnant une valeur positive au second membre de l'équation [1]:

$$\omega^2 = \frac{1}{\rho}\left(\rho_e \Omega_e - \int_{z^2}^{z_e^2} \Omega \frac{\partial \rho}{\partial z^2} dz^2\right). \tag{15}$$

C'est précisément cette fonction Ω que nous avons calculée et discutée dans notre article de juillet-août 1926. Contentons-

[1] *C. R. Ac. des Sc. Paris*, t. 185, p. 378, (1927).

nous donc de rappeler les notations utilisées dans la formule:

$$\Omega = \rho_e j_e \Upsilon(k_e) - \int_0^\beta j\Upsilon(s)\frac{dq}{db}\,db - \int_\beta^{b_e} j\Upsilon(k)\frac{dq}{db}\,db\,, \qquad (39)$$

β est le demi-axe polaire de la méridienne de la couche (β) sur laquelle se trouve la molécule considérée, de coordonnées x et z, que nous supposons, pour plus de simplicité, dans le plan méridien $y = 0$.

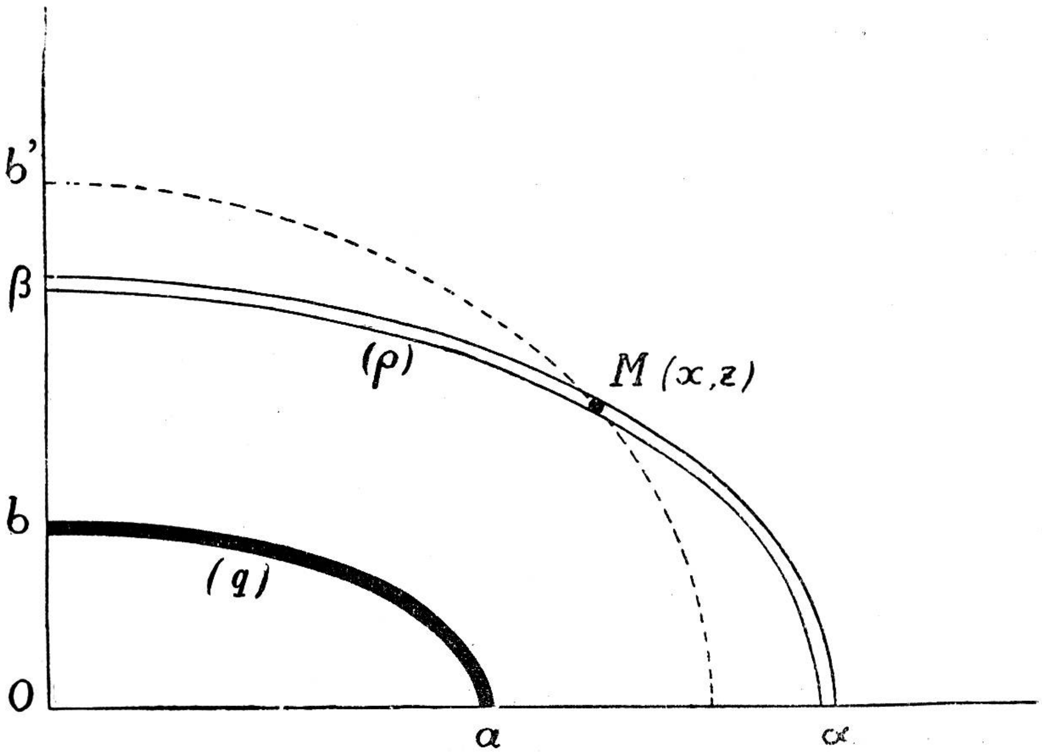
Le demi-axe équatorial α de la couche (β) est évidemment fonction de β;

b est le demi-axe polaire d'une couche (b) intérieure à la couche (β) précédente et de demi-axe équatorial a;

k désigne le rapport $\frac{c}{b}$ $(c^2 = a^2 - b^2)$ relatif à la méridienne de la couche (b).

$(a, c, k$ sont des fonctions de $b)$;

s désigne le rapport analogue $\frac{c}{b'}$ relatif à la méridienne de l'ellipsoïde de demi-axes a' et b', passant au point (x, z) et homofocal de la couche (b); s est donc une fonction de b, x et z [1].



[1] Nous donnerons plus loin la relation définissant s en fonction de β et x^2; z étant considéré comme une fonction de β et x^2.

$\Upsilon(t)$ est mis pour:

$$\left.\begin{array}{l}
\Phi(t) - \dfrac{\Psi(t)}{1+\tau^2}, \\
\text{où} \\
\Phi(t) = 2\pi f\left(\operatorname{arc\,tg} t - \dfrac{t}{1+t^2}\right), \\
\Psi(t) = 4\pi f(t - \operatorname{arc\,tg} t) \\
\text{et} \\
\tau^2 = \dfrac{\gamma^2}{\beta^2} \quad \text{avec} \quad \gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2 .
\end{array}\right\} \tag{40}$$

j désigne le rapport $\dfrac{1+k^2}{k^3}$.

q est la densité de la couche (b): $q = q(b)$.

f est la constante de la gravitation universelle.

Enfin, une variable affectée de l'indice e représente la valeur de cette variable sur la couche superficielle (pour $b = b_e$).

18. — Ceci posé, il est facile de reconnaître que Ω *est positif en tout point de la masse*. En effet, la densité étant supposée constamment décroissante du centre à la surface du fluide, $\dfrac{dq}{db}$ est négatif; de plus, on s'assurera que $\Upsilon(t)$ est une expression positive quel que soit t.

Le deuxième membre de l'équation (15) est alors certainement positif, puisque $\dfrac{\partial\rho}{\partial z^2}$ est négatif comme $\dfrac{dq}{db}$.

De sorte qu'on peut énoncer la proposition suivante:

Quelle que soit la loi de variation de l'aplatissement des couches, il existe un régime permanent de rotations, défini par l'équation (15), *qui maintient le fluide dans sa stratification initiale.*

§ 2. — *Conditions supplémentaires.*

19. — Toutefois, ce théorème qui est toujours vrai dans le cas d'un fluide hétérogène incompressible, ne peut pas être appliqué sans discernement à un fluide compressible.

Dans ce cas, en effet, on doit introduire une nouvelle condition qui relie entre elles la pression, la densité et la température.

Si le fluide est hétérogène, au sens chimique, cette relation devra, en chaque point, se réduire à l'équation caractéristique de la substance du fluide au point considéré [1].

Supposons encore que les couches de même nature chimique soient de révolution et admettent un plan de symétrie équatorial [2] pris comme plan des xy.

La relation précédente que nous pourrions appeler *équation caractéristique généralisée* sera de la forme:

$$f(\rho\,,\ p\,,\ \tau\,,\ x^2\,,\ z^2) = 0\ . \qquad (41)$$

Or, nous avons établi, dans la première partie, qu'il suffit de se donner la stratification $\rho(x^2, z^2)$ pour déterminer complètement l'expression de ω^2, puis, par l'équation aux différentielles totales:

$$dp = \rho\left[\left(\frac{\partial U}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{2}\right)dx^2 + \frac{\partial U}{\partial z^2}\,dz^2\right]\ , \qquad (9)$$

la pression, quand on s'impose une pression superficielle constante.

La physique empêchera, sans doute, que les couches d'égale densité ne s'écartent trop des couches de même nature chimique.

Quoi qu'il en soit, les fonctions $\rho(x^2, z^2)$ et $p(x^2, z^2)$ une fois connues, l'équation (41) donnera la fonction $\tau(x^2, z^2)$ qui permet de tracer dans le fluide les surfaces isothermes.

Mais il faut bien remarquer que ces surfaces ne correspondent pas nécessairement à une distribution des températures en équilibre.

[1] Ce pourrait être, par exemple, une équation à 4 paramètres du type de Clausius:

$$\left[p + \frac{a}{\tau\left(\frac{1}{\rho} + b\right)^2}\right]\left(\frac{1}{\rho} - \varphi\right) = R\tau\ .$$

[2] La démonstration, donnée par M. Lichtenstein, de la nécessité de ce plan, dans le cas des équilibres relatifs, s'étend d'elle-même au cas des mouvements internes.

Il serait cependant naturel de s'imposer cette condition. Il faudrait alors ajouter aux équations du problème une équation de la chaleur pour un corps hétérogène. La question se compliquerait considérablement. Nous ne l'aborderons que dans le cas où la température de la masse est uniforme et dans les deux hypothèses suivantes:

1° Le fluide est *hétérogène* et pratiquement *incompressible*.

2° Le fluide est un gaz *compressible*, chimiquement *homogène* et doué d'une équation caractéristique unique.

§ 3. — *Mouvements internes d'un ellipsoïde fluide hétérogène en rotation.*

20. — Nous nous proposons, dans ce paragraphe, d'étudier les variations de la vitesse angulaire ω d'une molécule à l'intérieur et sur la surface de la masse fluide.

Nous utiliserons pour cela les formules générales, établies dans la première partie de ce mémoire, donnant les dérivées partielles de ω^2 par rapport à la densité ρ et au carré l^2 de la distance à l'axe.

La stratification étant de révolution, nous pouvons nous borner, pour simplifier l'écriture, à discuter les variations de ω^2 dans le plan méridien $y = 0$; on aura alors: $l^2 = x^2$.

Puisque la densité ρ d'une couche ne dépend que du demi-axe polaire β de cette couche, prenons comme variable indépendante β au lieu de ρ.

Dans le système de variables β et x^2, les formules (20) et (21) deviennent:

$$\frac{\partial \omega^2}{\partial x^2} = \frac{1}{\rho}\left(\rho_e \frac{\partial \Omega_e}{\partial x^2} - \int_\beta^{b_e} \frac{\partial \Omega}{\partial x^2} \cdot \frac{d\rho}{d\beta} \cdot d\beta\right), \qquad (20)'$$

$$\frac{\partial \omega^2}{\partial \beta} = -\frac{1}{\rho^2}\frac{d\rho}{d\beta}\int_\beta^{b_e} \rho \frac{\partial \Omega}{\partial \beta} d\beta . \qquad (21)'$$

La répartition des densités étant donnée, $\frac{d\rho}{d\beta}$ est une fonction connue de β; par suite, la discussion des signes des dérivées $\frac{\partial \omega^2}{\partial x^2}$ et $\frac{\partial \omega^2}{\partial \beta}$ se ramène à celle de $\frac{\partial \Omega}{\partial x^2}$ et $\frac{\partial \Omega}{\partial \beta}$.

21. — *Variation de la vitesse angulaire en latitude sur une couche de densité constante et en particulier sur la surface du fluide.*

Laissant β constant nous étudierons les variations de ω^2 en fonction de x^2.

Ω ne dépendant de x^2 que par l'intermédiaire de s, on a :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x^2} = -\int_0^\beta j \frac{d}{ds} \Upsilon(s) \cdot \frac{\partial s}{\partial x^2} \cdot \frac{dq}{db} \cdot db \; . \tag{42}$$

On calculera aisément $\frac{d}{ds}\Upsilon(s)$ au moyen des expressions (40); on obtient:

$$\frac{d}{ds}\Upsilon(s) = 4\pi f \xi^2 \frac{s^2}{(1+s^2)^2} \cdot (\tau^2 - s^2) \; , \tag{43}$$

ξ^2 désignant par abréviation le rapport $\frac{1}{1+\tau^2} = \frac{\beta^2}{\alpha^2}$.

Pour calculer $\frac{\partial s}{\partial x^2}$ on établira tout d'abord une relation définissant s en fonction implicite de b, β, x^2; il suffit pour cela d'éliminer z entre les deux équations:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{x^2}{1+\tau^2} + z^2 = \beta^2 \; , && (44) \\ & \frac{x^2}{1+s^2} + z^2 = \frac{c^2}{s^2} \qquad \left(b' = \frac{c}{s}\right) \; ; && (45) \end{aligned} \right.$$

on trouve:

$$s^4(\alpha^2 - x^2) + s^2[\tau^2 x^2 + \alpha^2 - c^2(1+\tau^2)] - c^2(1+\tau^2) = 0 \; , \tag{46}$$

qui est bien la relation cherchée puisque c est fonction de b tandis que α et τ sont des fonctions de β. De cette relation on tire:

$$\frac{\partial s}{\partial x^2} = -\xi^2 \cdot \frac{s^3(\tau^2 - s^2)}{2(s^4 z^2 + c^2)} \; . \tag{47}$$

En portant les expressions de $\frac{d}{ds}\Upsilon(s)$ et $\frac{\partial s}{\partial x^2}$ dans la formule (42), il vient:

$$\frac{1}{2\pi f} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial x^2} = \xi^4 \int_0^\beta j \cdot \frac{s^5(\tau^2 - s^2)^2}{(1+s^2)^2(s^4 z^2 + c^2)} \cdot \frac{dq}{db} \cdot db \qquad (48)$$

$\frac{dq}{db}$ étant négatif par hypothèse, $\frac{\partial \Omega}{\partial x^2}$ ne peut être que négatif ou nul pour $\tau = s$; et il en est de même, en vertu de l'équation (20), de $\frac{\partial \omega^2}{\partial x^2}$.

Par conséquent, on peut affirmer que, sur une même couche, la vitesse angulaire croît constamment de l'équateur au pôle.

Elle ne peut être constante que si l'on a $\tau = s$ et ceci exige que les couches soient réparties sur une famille d'ellipsoïdes homofocaux.

Dans ce cas, chaque couche tourne d'un seul bloc.

22. — *Variation de la vitesse angulaire en profondeur sur une parallèle à l'axe de rotation.*

Nous ne répéterons pas ici le calcul assez long qui nous a permis d'obtenir l'expression générale de la dérivée de Ω par rapport à β.

Rappelons seulement la formule [1]:

$$\frac{1}{4\pi f} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial \beta} = \xi^4 \mathrm{N} \frac{d\tau^2}{d\beta} - \xi^2 \int_0^\beta j \cdot \frac{s^2}{(1+s^2)^2} \cdot (\tau^2 - s^2) \frac{\partial s}{\partial \beta} \cdot \frac{dq}{db} db , \qquad (49)$$

dans laquelle N désigne l'expression:

$$\rho_e j_e(k_e - \operatorname{arc\,tg} k_e) - \int_0^\beta j(s - \operatorname{arc\,tg} s) \frac{dq}{db} db$$

$$- \int_\beta^{b_e} j(k - \operatorname{arc\,tg} k) \frac{dq}{db} db , \qquad (50)$$

[1] *Cf. Archives*, (5), 8, p. 187 (1926).

dont la signification mécanique résulte de la relation:

$$Z = -4\pi f N z ,$$

Z étant la composante suivant oz de la résultante de l'attraction des masses au point considéré.

N est essentiellement positif; en effet, $\frac{dq}{db}$ est négatif par hypothèse, et la quantité t — arc tg t est positive quel que soit t.

D'autre part, en utilisant l'équation (45), on établira que $\frac{\partial s}{\partial \beta}$ est toujours négatif. Cette remarque est d'ailleurs évidente sur la figure (1) si l'on songe à cette propriété des ellipsoïdes homofocaux d'être de moins en moins aplatis au fur et à mesure qu'ils s'éloignent de leur centre.

Ceci posé, pour discuter le signe du deuxième membre de (49), nous distinguerons les cinq cas suivants:

Premier cas. — *L'aplatissement des couches croît du centre à la surface.*

On a donc:

$$\frac{d\tau^2}{d\beta} > 0 \qquad \text{et} \qquad \tau > s .$$

Les deux termes du second membre de (49) ont des signes contraires; une première analyse ne permet pas de connaître le signe de $\frac{\partial \Omega}{\partial \beta}$.

Le cas actuel comprend l'état d'équilibre approché défini par Clairaut.

Deuxième cas. — *Les couches sont homothétiques.*

On a alors:

$$\frac{d\tau^2}{d\beta} = 0 \qquad \text{et} \qquad \tau > s ;$$

$\frac{\partial \Omega}{\partial \beta}$ et par suite $\frac{\partial \omega^2}{\partial \beta}$ sont négatifs.

La rotation décroît du centre à la surface.

Troisième cas. — *L'aplatissement décroît du centre à la surface moins vite que si les couches étaient homofocales.*

Cette fois:

$$\frac{d\tau^2}{d\beta} < 0 \qquad \text{et} \qquad \tau > s \ ;$$

$\frac{\partial \Omega}{\partial \beta}$ est donc négatif.

La rotation décroît du centre à la surface.

QUATRIÈME CAS. — *Les couches sont homofocales.*

On a encore:

$$\frac{d\tau^2}{d\beta} < 0 \ , \qquad \text{mais} \qquad \tau = s \ .$$

La rotation décroît du centre à la surface.

Nous savons d'ailleurs que, dans ce cas, *chaque couche tourne d'un seul bloc.*

CINQUIÈME CAS. — *L'aplatissement décroit du centre à la surface plus vite que si les couches étaient homofocales.*

Dans cette hypothèse:

$$\frac{d\tau^2}{d\beta} < 0 \qquad \text{et} \qquad \tau < s \ .$$

Les deux termes du second membre de (49) ont des signes contraires; une première analyse ne nous permet donc pas de connaître le signe de $\frac{\partial \Omega}{\partial \beta}$.

En résumé, le résultat global suivant se dégage de la discussion que nous venons de faire:

La vitesse angulaire décroît constamment du centre à la surface et du pôle à l'équateur sauf, peut-être, dans deux cas extrêmes dont l'un comprend le cas particulier de Clairaut.

§ 4. — *Impossibilité d'une stratification ellipsoïdale dans le cas où le champ de la pesanteur est normal aux surfaces à densité constante.*

23. — Physiquement, ce cas serait réalisé par un fluide compressible, chimiquement homogène, et dans lequel chaque couche de densité constante aurait une température uniforme.

Il existerait alors *a priori* une relation $\rho = f(p)$ entre la densité et la pression. Nous savons que, dans cette hypothèse, toutes les molécules situées à la même distance de l'axe de rotation doivent avoir la même vitesse angulaire et que cette propriété impose une condition à la stratification (n° 11).

Nous allons montrer maintenant que cette condition est irréalisable dans un fluide stratifié en couches ellipsoïdales homogènes infiniment minces [1].

La condition d'invariance de la vitesse angulaire sur une parallèle à l'axe de rotation s'exprime par l'identité:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \beta} \equiv 0 \,, \qquad (51)$$

qui doit être satisfaite quels que soient β et x^2 ($x^2 < \alpha^2$ pour que le point (β, x^2) existe). En particulier, elle doit être satisfaite sur l'axe de rotation oz, pour $x^2 = 0$; car si elle ne l'était pas, en raison de la continuité de Ω, elle ne le serait pas non plus sur un axe parallèle infiniment voisin et ne pourrait l'être éventuellement que sur un axe situé à distance finie; il existerait, par suite, autour de l'axe de rotation tout un domaine cylindrique dans lequel la condition précédente ne serait pas vérifiée.

Cette condition entraîne la suivante:

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \beta \, \partial x^2} \equiv 0 \,, \qquad (52)$$

qui doit évidemment être tout aussi générale.

On a (n° 21):

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x^2} = - \int_0^\beta j \frac{d}{ds} \Upsilon(s) \cdot \frac{\partial s}{\partial x^2} \cdot \frac{dq}{db} \, db \,, \qquad (42)$$

d'où, en différentiant sous le signe somme par rapport à β:

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \beta \, \partial x^2} = - \left[j \frac{d}{ds} \Upsilon(s) \cdot \frac{\partial s}{\partial x^2} \cdot \frac{dq}{db} \right]_{b=\beta} - \int_0^\beta j \frac{\partial}{\partial \beta} \left[\frac{d}{ds} \Upsilon(s) \frac{\partial s}{\partial x^2} \right] \frac{dq}{db} \cdot db .$$

[1] *C. R.*, 184, p. 371 (1927).

Remarquons que, pour $b = \beta$, $s = \tau$; les expressions (43) et (47) de $\frac{d}{ds}\Upsilon(s)$ et $\frac{\partial s}{\partial x^2}$ sont alors nulles quel que soit $x^2 (< \alpha^2)$, et la condition (52) se réduit à l'identité:

$$\int_0^\beta j \frac{\partial}{\partial \beta}\left[\frac{d}{ds}\Upsilon(s) \cdot \frac{\partial s}{\partial x^2}\right] \frac{dq}{db} \cdot db \equiv 0 \ . \tag{53}$$

Supposons $x^2 = 0$; nous allons voir que cette identité n'est pas satisfaite.

En effet, si elle l'était, on aurait nécessairement:

$$\int_0^{\beta'} d\beta \int_0^\beta j \frac{\partial}{\partial \beta}\left[\frac{d}{ds}\Upsilon(s) \cdot \frac{\partial s}{\partial x^2}\right] \frac{dq}{db}\, db \equiv 0 \ ,$$

β' désignant une valeur quelconque de β.

Appliquons la transformation de Lejeune-Dirichlet à l'intégrale double précédente; il vient:

$$\int_0^{\beta'} db \int_b^{\beta'} j \frac{\partial}{\partial \beta}\left[\frac{d}{ds}\Upsilon(s) \cdot \frac{\partial s}{\partial x^2}\right] \frac{dq}{db}\, d\beta \equiv 0 \ .$$

ou:

$$\int_0^{\beta'} j \left[\frac{d}{ds}\Upsilon(s) \cdot \frac{\partial s}{\partial x^2}\right]_{\beta=\beta'} \cdot \frac{dq}{db}\, db \equiv 0 \ ,$$

en observant, comme précédemment, que $\left[\frac{d}{ds}\Upsilon(s) \cdot \frac{\partial s}{\partial x^2}\right]_{\beta=b}$ est identiquement nul.

Ainsi donc, l'identité $\frac{\partial \Omega}{\partial x^2} \equiv 0$ (n° 21) devrait avoir lieu en même temps que l'identité $\frac{\partial \Omega}{\partial \beta} \equiv 0$; le fluide serait ou immobile ou animé d'une rotation d'ensemble. Or, la discussion précédente nous a appris que cela ne pouvait pas avoir lieu pour un fluide à stratification ellipsoïdale.

D'où la conclusion générale suivante:

Il est impossible de concevoir les planètes comme constituées de couches ellipsoïdales si l'on admet que la pesanteur est normale aux surfaces d'égale densité [1].

[1] *C. R.*, 184, p. 371 (1927).

IV. Stratifications ellipsoïdales homothétiques

Nous allons consacrer un développement spécial au cas des fluides stratifiés en couches ellipsoïdales homothétiques. Son étude donnera lieu à quelques remarques intéressantes du point de vue analytique. De plus, ce cas paraît convenir particulièrement au globe terrestre; on sait, en effet, que la théorie de la précession exige que l'aplatissement des couches varie très peu du centre à la surface [1]. Enfin, il ne sera pas inutile de rappeler ici que le coefficient de précession d'un sphéroïde liquide est très sensiblement le même que celui d'un sphéroïde solide [2].

§ 1. — *Expression de la vitesse angulaire pour une répartition des densités conforme à la loi de Roche.*

24. — Dans l'hypothèse actuelle, l'expression (39) de Ω se simplifie. En effet, les couches étant homothétiques, le paramètre k est constant ($k = k_e$) et l'on a:

$$\int_{\beta}^{b_e} j \cdot \Upsilon(k) \frac{dq}{db} \, db = j \Upsilon(k) (\rho_e - \rho) ,$$

de sorte que Ω se réduit à:

$$\rho j \Upsilon(k) - \int_{0}^{\beta} j \Upsilon(s) \frac{dq}{db} \, db . \tag{54}$$

[1] A et C désignant respectivement les moments d'inertie de la masse tournante par rapport à un axe équatorial et à l'axe polaire, il résulte de la théorie de la précession que $\frac{C - A}{A} = \frac{1}{305}$, tandis que les mesures géodésiques donnent pour l'aplatissement superficiel $\frac{1}{297}$.

[2] G.-H. Darwin, On the Precession of a viscous sphéroïd, *Philos. Trans.*, 1879.

S. Oppenheim, Rotation und Präcession eines flüssigen Sphäroids, *Astron. Nachrichten*, n° 2701, 1885.

L'expression de ω^2 devient donc:

$$\omega^2 = \frac{1}{\rho}\left\{\rho_e\left[\rho_e j \Upsilon(k) - \int_0^{b_e} j\Upsilon(s_e)\frac{dq}{db}\,db\right]\right.$$

$$\left. - \int_{z^2}^{z_e^2}\left[\rho j \Upsilon(k) - \int_0^{\beta} j\Upsilon(s)\frac{dq}{db}\,db\right]\frac{\partial\rho}{\partial z^2}\,dz^2\right\}. \quad (55)$$

25. — Nous nous proposons de montrer qu'en adoptant la loi de variation de la densité que Roche a donnée pour le globe terrestre, on peut exprimer ω^2 sous forme d'une fraction rationnelle des carrés x^2 et z^2 des coordonnées de la molécule considérée.

Nous avons à prendre les intégrales:

$$\int_0^{\beta}\Upsilon(s)\frac{dq}{db}\,db \quad (56)$$

et

$$\int_{z^2}^{z_e^2}\frac{\partial\rho}{\partial z^2}\,dz^2\int_0^{\beta}\Upsilon(s)\frac{dq}{db}\,db\ . \quad (57)$$

Pour calculer l'intégrale simple nous utiliserons l'artifice suivant: au lieu de b nous prendrons s comme variable d'intégration et nous exprimerons $\frac{dq}{db}\,db = dq$ en fonction de s et ds.

De l'équation:

$$\frac{x^2}{1+s^2} + z^2 = k^2 . \frac{b^2(q)}{s^2}$$

on tire:

$$dq = 2\frac{dq}{db^2}\cdot\frac{s}{k^2}\cdot\left[\frac{x^2}{(1+s^2)^2} + z^2\right]ds\ .$$

Une fois ce changement de variable opéré les limites de l'intégrale précédente sont o et k; de sorte que l'on a:

$$\int_0^{\beta}\Upsilon(s)\frac{dq}{db}\,db = \frac{2}{k^2}\int_0^{k}\Upsilon(s)\left[\frac{x^2}{(1+s^2)^2} + z^2\right]\frac{dq}{db^2}\,s\,ds\ .$$

26. — Pour aller plus loin nous devons faire une hypothèse sur la loi de variation des densités. La plus simple consisterait à admettre que $\frac{dq}{d b^2}$ est une constante négative m. On aurait donc, ρ_0 désignant la densité au centre :

$$q = \rho_0 (1 + m b^2) \,, \tag{58}$$

ou la relation équivalente:

$$\rho = \rho_0 (1 + m \beta^2) \;; \tag{58'}$$

la *densité d'une couche serait une fonction linéaire du carré de son axe polaire.* C'est précisément la loi de variation de la densité en fonction de la distance au centre, donnée par Roche pour satisfaire aux conditions imposées par les phénomènes de précession et de nutation [1].

Plaçons-nous dans cette hypothèse.

En tenant compte des formules (40), rappelées plus haut (n° 17), donnant les expressions de $\Upsilon(s)$, $\Phi(s)$ et $\Psi(s)$, on établira sans difficulté que le calcul de l'intégrale:

$$\int_0^k \Upsilon(s) \left[\frac{x^2}{(1 + s^2)^2} + z^2 \right] \frac{dq}{d b^2} s \, ds$$

[1] A ce propos rappelons quelques-unes des lois proposées par divers géodésiens ou mathématiciens:

$$\rho = G \frac{\sin na}{a} \qquad \text{(Legendre)}$$

(a: rayon de la couche, n: constante),

$$\rho = \rho_0 (1 - h a^\lambda) \qquad \text{(Lipschitz)} \,,$$

$$\rho = \rho_0 (1 - h a^\lambda)^{\mu - 1} \left[1 - h a^\lambda \left(1 + \frac{\lambda \mu}{3} \right) \right] \qquad \text{(Maurice Lévy)}$$

(ρ_0: densité au centre, h, λ, μ, paramètres constants).

se ramène à celui des six intégrales définies:

$$\int_0^k \operatorname{arc\,tg} s \frac{s\,ds}{(1+s^2)^2}\,, \quad \int_0^k \operatorname{arc\,tg} s \,.\, ds\,, \quad \int_0^k \frac{s^2}{(1+s^2)^3}\,ds\,,$$

$$\int_0^k \frac{s^2}{(1+s^2)^2}\,ds\,, \quad \int_0^k \frac{s^2}{1+s^2}\,ds\,, \quad \int_0^k s^2\,ds\,,$$

qui s'expriment toutes par des combinaisons d'un nombre fini de symboles élémentaires, et dont la valeur ne dépend que du degré k d'aplatissement de l'ellipsoïde.

A′ et B′ désignant des fonctions de k, on aura donc:

$$\int_0^\beta \Upsilon(s) \frac{dq}{db}\,db = \mathrm{A}'x^2 + \mathrm{B}'z^2\,.$$

Quant à l'intégrale:

$$\int_0^{b_e} \Upsilon(s_e) \frac{dq}{db}\,db\,,$$

elle se déduit immédiatement de la précédente en y remplaçant z^2 par sa valeur sur la couche superficielle:

$$z_e^2 = b_e^2 - \frac{x^2}{1+k^2}\,; \tag{59}$$

on obtient un binome en x^2:

$$\mathrm{C}'x^2 + \mathrm{D}'\,,$$

dont les coefficients C′ et D′ sont seulement fonctions de k.

Le calcul de l'intégrale double (57) se fera aisément à partir de l'intégrale simple; on remarquera, en effet, qu'en vertu des formules (58) et (58′) on a:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z^2} = \frac{d\rho}{d\beta^2} = \frac{dq}{db^2} = m\,;$$

de sorte qu'une fois z_e^2 remplacé par son expression (59) en fonction de x^2, il viendra:

$$\int_{z^2}^{z_e^2} \frac{\partial \rho}{\partial z^2} dz^2 \int_0^\beta \Upsilon(s) \frac{dq}{db} db = A''x^4 + B''x^2z^2 + C''z^4 + D''x^2 + E'' ,$$

les quantités A″, B″, C″, D″, E″ dépendant uniquement de k.

D'autre part, la relation (58′) donne, en exprimant β^2 en fonction de x^2 et z^2:

$$\rho = \rho_0 \left[1 + m\left(\frac{x^2}{1 + k^2} + z^2\right)\right] = Fx^2 + Gz^2 + H .$$

Portant alors les expressions calculées dans l'équation (55), on obtient, en définitive, pour ω^2 une expression de la forme:

$$\frac{Ax^4 + Bx^2z^2 + Cz^4 + Dx^2 + E}{Fx^2 + Gz^2 + H} , \tag{60}$$

où A, B, C, D, E, F, G, H sont des fonctions k.

On peut donc énoncer le théorème suivant:

Dans un fluide hétérogène stratifié en couches ellipsoïdales homothétiques suivant la loi des densités de Roche, le carré de la vitesse angulaire d'une molécule est une fonction algébrique rationnelle des carrés des coordonnées cartésiennes de cette molécule.

27. — On pourrait avec l'expression (60) précédente étudier la forme des couches d'égale vitesse et calculer le gradient de la vitesse dans la direction normale à ces couches.

Remarquons enfin qu'il serait également possible d'exprimer ω^2 en fonction de β et x^2.

§ 2. — *Masse fluide hétérogène en rotation à moment cinétique donné.*

28. — Considérons un fluide hétérogène formé d'une infinité de couches homogènes dont les densités forment une suite continue.

Nous supposons que cette masse est seulement soumise à l'attraction de ses molécules et à une pression atmosphérique constante p_e.

Les seules forces extérieures existantes sont alors les pressions normales agissant sur chaque élément de la surface du fluide. On sait que ce système de forces est équivalent à zéro.

Il en résulte, d'après le théorème des moments cinétiques, que, quels que puissent être les mouvements relatifs des molécules et l'évolution des formes de la masse, le moment cinétique $\overrightarrow{\mathrm{M}}$ pris par rapport à son centre de gravité, est un vecteur de grandeur et de direction constante.

29. — Appliquons l'axe oz de notre trièdre de référence sur le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{M}}$; et supposons que les mouvements relatifs se réduisent à des rotations uniformes autour de oz.

Nous nous proposons d'établir qu'*étant donnés une masse fluide hétérogène incompressible et un moment cinétique* $\overrightarrow{\mathrm{M}}$ *quelconque, il existe toujours une répartition des densités en couches ellipsoïdales homothétiques et un régime de rotations uniformes maintenant le fluide dans cette stratification.*

Utilisons les notations habituelles; le moment de la quantité de mouvement par rapport à oz d'un élément de la masse a pour expression:

$$\rho \omega (x^2 + y^2)\, dx\, dy\, dz\ .$$

Le moment cinétique résultant s'exprime donc par l'intégrale:

$$\iiint_{\mathrm{V}} \rho \omega (x^2 + y^2)\, dx\, dy\, dz\ ,$$

étendue à tout le volume V du fluide.

Or, la stratification étant de révolution, cette quantité peut encore s'écrire:

$$\pi \iint_{\mathrm{S}} \rho \omega l^2\, dl^2\, dz\ , \qquad (x^2 + y^2 = l^2)$$

S désignant l'aire du plan des l^2 et z correspondant à une section méridienne.

Le mouvement étant supposé permanent la rotation ω est donnée par l'équation (n° 17):

$$\omega^2 = \frac{1}{\rho}\left(\rho_e \Omega_e - \int_{\beta}^{b_e} \Omega \frac{d\rho}{d\beta} d\beta\right) , \qquad (15)'$$

qui se déduit immédiatement de l'équation (15) en prenant β au lieu de z^2 comme variable d'intégration.

Le mouvement cinétique est par suite une fonction continue de k. Montrons que cette fonction augmente indéfiniment en même temps que k. Il nous suffira pour cela de prouver qu'elle est toujours supérieure à une fonction minorante qui tend vers l'infini avec k.

Nous savons que, dans le cas des couches homothétiques, la vitesse angulaire croît constamment, avec la profondeur, sur une même parallèle à l'axe de rotation. Pour une même valeur de x^2, on a donc toujours:

$$\omega_e^2 < \omega^2 ;$$

Or:

$$\omega_e^2 = \Omega_e = \rho_e j \Upsilon(k) - \int_0^{b_e} j \Upsilon(s) \frac{dq}{db} db ;$$

de sorte qu'on a *a fortiori:*

$$\omega^2 > \rho_e j \Upsilon(k) ;$$

et comme ρ est supérieur à ρ_e, on en déduit l'inégalité:

$$\int\int_S \rho \omega l^2 dl^2 dz > \int\int_S \rho_e \sqrt{\rho_e j \Upsilon(k)}\, l^2 dl^2 dz .$$

Le produit $\rho_e \sqrt{\rho_e j \Upsilon(k)}$ ne dépend pas des variables d'intégration, et la fonction minorante peut encore s'écrire:

$$\rho_e^{\frac{3}{2}} \sqrt{j \Upsilon(k)} \int\int_S l^2 dl^2 dz .$$

La stratification possédant un plan équatorial de symétrie, on a:

$$\iint_S l^2\, dl^2\, dz = 2\int_0^{a_e^2(k)} l^2\, dl^2 \int_0^{z_e(l^2,k)} dz\ .$$

On tirera les limites d'intégration $a_e^2(k)$ et $z_e(l^2, k)$ des formules:

$$\frac{l^2}{1+k^2} + z_e^2 = \frac{a_e^2}{1+k^2}\,,$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \frac{a_e^3}{\sqrt{1+k^2}}\,,$$

en observant que le volume V du fluide est une constante; il vient:

$$z_e = \frac{\sqrt{a_e^2 - l^2}}{\sqrt{1+k^2}}\,,$$

$$a_e^2 = \left(\frac{3\,V}{4\,\pi}\right)^{\frac{2}{3}} (1+k^2)^{\frac{1}{3}}\,.$$

Le calcul de l'intégrale double précédente ne présente aucune difficulté spéciale. Et on établira facilement que la fonction minorante augmente indéfiniment en même temps que l'expression:

$$\frac{(1+k^2)^2\,(3+k^2)^3}{k^9}\left(\operatorname{arc\,tg} k - \frac{3k}{3+k^2}\right),$$

lorsque k tend vers l'infini.

Le moment cinétique croît, par suite, indéfiniment avec k. Or, pour $k = 0$, $\omega^2 = 0$, le moment cinétique est nul. Comme d'ailleurs cette fonction est continue, elle prend toutes les valeurs positives lorsque k varie de 0 à l'infini.

En particulier, *il y a au moins une valeur de* k, c'est-à-dire une stratification en ellipsoïdes homothétiques, pour laquelle le moment cinétique prend la valeur M donnée.

Il serait intéressant de savoir s'il existe plusieurs stratifications ellipsoïdales homothétiques possibles. Ce problème se ramènerait à la discussion du signe de la dérivée par rapport à k de l'intégrale:

$$\mathrm{I} = \iint_{\mathrm{S}} \rho \omega l^2 dl^2 dz .$$

On aurait, en remarquant que le domaine d'intégration dépend de k:

$$\delta \mathrm{I} = \iint_{\mathrm{S}} \delta (\rho \omega l^2) dl^2 dz + \int_{\Gamma} \rho \omega l^2 (\delta l^2 dz - \delta z dl^2) ,$$

δ étant le symbole ordinaire du calcul des variations et Γ désignant, dans le plan des l^2 et z, la transformée de la frontière du domaine d'intégration S.

V. Viscosité et mouvements internes des astres fluides.

30. — Dans tous les calculs que nous venons d'exposer, nous n'avons considéré que des fluides parfaits dénués de viscosité.

Aucun fluide naturel n'étant parfait au sens mathématique du mot, cette hypothèse simplificatrice nous éloigne de la réalité.

On peut cependant se demander dans quelle mesure les résultats de l'étude précédente sont susceptibles de représenter *qualitativement* les propriétés des mouvements internes des astres fluides.

On sait que, d'après la théorie de la viscosité, les forces de frottement s'exerçant entre deux couches de molécules sont proportionnelles au gradient de la vitesse dans la direction normale à ces couches. Dès lors, on conçoit que pour les fluides doués de mouvements relatifs assez lents, les effets de la viscosité pourront paraître très faibles. Ce sera précisément le cas des astres peu aplatis.

De plus, si l'on songe que, dans les équations régissant les mouvements étudiés, les forces de viscosité doivent être comparées aux forces de gravitation, on admettra avec vraisemblance que l'hypothèse de la fluidité parfaite ne nous écarte que peu du réel, au moins durant une période suffisamment courte de l'évolution d'un astre fluide.

Rappelons enfin que, suivant les récentes publications de MM. Jeans et Eddington, la haute température du soleil et des grosses étoiles permet de croire que la viscosité de ces astres est tout à fait négligeable. A ce propos M. Wavre s'exprime ainsi:

> « S'il y avait une viscosité dont il fallût tenir compte, il y a longtemps que le soleil, Saturne et Jupiter tourneraient d'un seul bloc, le frottement aurait rendu imperceptible le mouvement des zones les unes par rapport aux autres. A-t-on jamais observé un ralentissement des mouvements relatifs des zones parallèles ? La viscosité est donc très faible et il ne semble pas qu'il y ait lieu de la faire intervenir en première approximation. »

Nous pensons que ces quelques remarques prouvent assez l'intérêt concret des résultats d'une étude théorique sur l'ellipsoïde parfaitement fluide.

Parmi ces résultats, celui de la variation de la vitesse angulaire sur la couche superficielle (n° 21) est susceptible d'être contrôlé par l'observation. Il expliquerait, en particulier, l'existence des zones parallèles de Saturne.

VI. La dérive des continents.

31. — On connaît la théorie géologique de M. Wegener [1]. Les continents y sont assimilés à des corps flottant sur un fluide visqueux, le Sima [2]. Libres de toute liaison solide entre eux et avec le géoïde terrestre, ils peuvent se mouvoir, s'éloigner, se rapprocher, se heurter les uns les autres. Pour des raisons d'ordre géologique et paléontologique, M. Wegener admet que, dès l'ère secondaire, les continents, primitivement soudés en un socle

[1] Wegener, *La Genèse des continents et des océans*, trad. Blanchard, Paris, 1924.

[2] Sima: appellation due à Suess (*Si*licium-*Ma*gnésium).

unique, se seraient séparés, et que, voguant à la dérive sur le Sima, ils auraient gagné lentement, au cours des époques, les positions qu'ils occupent aujourd'hui.

Des géomètres se sont intéressés à ces translations des masses continentales. C'était, en effet, une entreprise particulièrement séduisante que d'essayer de reconnaître la nature des forces provoquant ces mouvements et de leur appliquer les lois de la dynamique.

Or, il y a déjà longtemps que l'étude attentive des plissements et des disjonctions de l'écorce terrestre avait conduit des géologues à concevoir l'idée de la tendance des continents à dériver vers l'ouest et à s'approcher de l'équateur.

Eötvös montra le premier que la force translatrice vers l'équateur, de nature hydrostatique, était due à la poussée archimédienne du Sima sur le socle continental.

Récemment [1], MM. R. Wavre et Berner ont établi par un procédé fort élégant les limites d'indétermination entre lesquelles est certainement comprise la valeur la plus vraisemblable de cette force. Elle serait comparable à la millionième partie du poids du continent déplacé.

La dérive vers l'ouest a été spécialement l'objet des recherches de M. Schweydar qui en attribue la cause à la précession de l'axe de rotation de la terre sous l'influence combinée de l'attraction du soleil et de la lune.

Bien que ces forces translatrices vers l'équateur et vers l'ouest se manifestent d'une manière très apparente, la variété des disjonctions et des formations de la croûte terrestre obligent à penser que d'autres actions dont les effets paraissent moins systématiques sont intervenues dans l'établissement du relief terrestre.

Certains auteurs, et notamment MM. Wegener et Schweydar, ont émis l'hypothèse de l'existence de courants de Sima capables d'entraîner, de disloquer ou de plisser la lithosphère.

On ne s'est pas demandé que nous sachions quels éclaircissements fourniraient, dans cet ordre d'idées, l'étude des conditions

[1] R. Wavre. *Archives*, (5), 7, p. 163 (1925) et R. Berner, *ibidem.* p. 247.

d'équilibre de la forme ellipsoïdale du fluide hétérogène qui constitue la terre. Il nous a paru cependant qu'il était naturel de se poser cette question. Et c'est dans l'intention d'apporter une modeste contribution à la théorie de M. Wegener que nous avons cherché à établir un rapprochement entre les résultats de notre théorie de l'ellipsoïde fluide en rotation et certains problèmes de mécanique que pose la théorie des translations continentales.

* * *

32. — Nous ne discuterons pas ici les arguments qui militent en faveur de la viscosité du globe terrestre. Nous n'entrerons pas non plus dans les discussions qui se sont élevées entre les géophysiciens sur l'ordre de grandeur de la résistance au déplacement du Sima.

Contentons-nous de rappeler que les anomalies de la pesanteur au voisinage des masses montagneuses, anomalies qui trouvent leur explication dans la théorie de la compensation isostatique des masses, les déplacements continentaux, les migrations polaires et l'aplatissement du géoïde sont les principaux faits d'observations sur lesquels M. Wegener s'appuie pour défendre la conception d'un globe visqueux. Disons encore que la formidable pression (30 000 atmosphères environ) régnant à la base des socles continentaux et la température qui, au dire des géophysiciens, peut y atteindre 2000 degrés, sont autant de circonstances favorables à la fluidité du Sima.

Malgré cela, il est certain que la résistance du Sima doit être élevée et qu'au premier abord, il peut paraître illégitime de comparer les mouvements de rotation d'un fluide doué d'une aussi forte viscosité avec les mouvements permanents d'un fluide parfait.

Mais on ne doit pas oublier qu'il faut, dans cette question, tenir compte, non des valeurs absolues des forces de viscosité, mais de leur grandeur relativement aux forces de gravitation.

Nous espérons avoir prochainement le loisir de faire, dans le cas du fluide terrestre, une discussion quantitative de l'altération qu'apporte aux mouvements que nous venons d'étudier l'introduction de la viscosité.

Remarquons, dès maintenant, qu'en raison de son faible aplatissement, la terre ne peut avoir que des mouvements relatifs excessivement lents et que, pour cette raison déjà, les forces de viscosité doivent être assez faibles.

D'autre part, il résulte d'un calcul approximatif de M. Epstein que la traction vers l'équateur agissant sur un continent, traction de l'ordre du millionième du poids du continent, serait capable d'équilibrer la force de frottement du Sima qui prendrait naissance sous l'effet d'un déplacement de 33 mètres par an. Ce résultat nous donne une idée de l'écart de grandeur des forces de viscosité et des forces de gravitation.

En fait, tout ce que nous avons besoin de requérir pour tenter une explication de certains déplacements continentaux, c'est qu'il soit possible de considérer les mouvements internes du Sima comme assez voisins des mouvements que nous avons analysés, pendant la durée, relativement courte dans l'histoire de la terre, d'une période géologique.

A la rigueur il nous suffirait d'admettre que les mouvements relatifs du fluide terrestre s'effectuent dans le même sens que dans le fluide parfait.

On reconnaîtra sans doute que c'est fort peu demander.

33. — Nous ne reviendrons pas sur les hypothèses proposées par M. Schweydar et par M. Wegener pour expliquer la création de certaines dislocations de la croûte terrestre. Ces auteurs font intervenir les courants de Sima qu'occasionnerait une déformation temporaire de l'ellipsoïde fluide par rapport à sa forme d'équilibre.

Nous nous bornerons présentemment à rappeler quelques-unes des suggestions de notre article de juillet-août 1926 [1] et à apporter quelques précisions ou compléments à certains points de notre exposé.

D'une façon générale, nous y avons envisagé les continents comme soumis à deux forces antagonistes: l'attraction des corps célestes d'une part, et la poussée des couches de Sima d'autre part.

[1] *Archives*, (5), 8, p. 175 (1926).

Les actions cosmiques ont pour effet d'opposer une résistance à la rotation vers l'est de la lithosphère; elles se manifestent donc par une dérive générale des continents vers l'ouest. On sait que M. Wegener voit dans ce déplacement la cause des surrections montagneuses occidentales des deux Amériques.

Il est certain que la tendance de la croûte terrestre à retarder vers l'ouest ne peut, à elle seule, expliquer la création des fractures méridiennes telles que celles qui ont donné naissance au bassin Atlantique ou aux fossés de l'Afrique orientale comprenant les lacs Nyassa, Tanganyka, Albert [1].

Nous avons cru pouvoir trouver dans le phénomène de l'accroissement en profondeur de la vitesse de rotation des couches de l'ellipsoïde terrestre une cause possible de ces disjonctions.

Par exemple, pour rendre compte de l'ouverture de l'Atlantique, il suffirait d'admettre que l'Eurasie plonge dans le Sima des racines plus profondes que celles de l'Amérique.

A cause de la chaîne alpine et des gigantesques plissements himalayens, cette hypothèse n'est pas invraisemblable; surtout si l'on songe qu'en vertu du principe d'isostasie, la partie immergée d'un socle continental est égale à vingt-neuf fois sa partie émergeante.

On comprend dès lors facilement que la dérive d'un continent vers l'ouest, sous l'influence des attractions cosmiques, sera d'autant moins rapide que ce continent aura une superficie plus faible et plongera plus profondément dans les couches de Sima.

Faut-il voir ici la raison de l'avance vers l'est que prennent les petits socles montagneux par rapport aux grands compartiments de la lithosphère ? On pourrait citer à l'appui de cette façon de voir, le Japon, l'Indochine, Ceylan, les îles de la Sonde, les Antilles et le banc de la Floride.

En réalité, la création de l'Atlantique a dû être assez complexe. D'après de nombreux géologues, la dislocation de l'Amérique du Sud et de l'Afrique daterait de la fin de la période secondaire. L'Equateur occupait alors une position bien différente de sa position actuelle, en sorte qu'il ne paraît pas douteux que le plus gros effort de rupture soit dû à une traction vers l'Equateur.

[1] Cf. notre article de juillet-août 1926 *(Archives, loc. cit.)*.

Suivant M. Wegener, ce serait sous l'action de forces de même nature que l'Inde, soudée à l'Afrique et à Madagascar jusqu'au Crétacé, se serait séparée de ces continents. En se retirant vers l'Asie, au début du Tertiaire, le socle indou comprima fortement les terres de jonction; et c'est dans cette compression qu'il faut voir la cause de la plus importante surrection de la croûte terrestre: l'Himalaya et les hauts plissements asiatiques [1].

Au fur et à mesure que l'Amérique du sud et l'Inde s'approchaient de l'Equateur, ce dernier subissait un déplacement en sens inverse.

Quant à l'Amérique du Nord et au Groenland, les géologues pensent généralement qu'ils n'ont quitté définitivement l'Europe qu'à partir du Quaternaire. A cette époque, en effet, les importants systèmes montagneux de l'Eurasie étaient créés et pouvaient mettre en jeu les forces de dislocation dont nous avons parlé. Et il semble bien que, depuis ce temps, on puisse attribuer à ces forces la translation vers l'ouest des socles américains.

Revenons brièvement sur les interprétations auxquelles peut donner lieu le phénomène de l'accroissement de la vitesse de rotation du Sima sur une couche de densité constante.

Un tel phénomène doit se manifester par une torsion vers l'est des extrémités des continents voisins des pôles.

En réalité, on peut observer un effet de ce genre sur les formes incurvées de la Novaïa Zemlia et de la Terre de feu.

On remarquera également l'orientation générale vers le nord-est des bords occidentaux et orientaux du continent Euro-asiatique. Cette constatation apporte, croyons-nous, un argument important en faveur de notre conception.

Une étude détaillée exigerait, évidemment, que l'on tienne compte de la position des pôles avant le quaternaire. Nous serions ainsi amenés à situer le pôle tertiaire à l'ouest de l'Amérique du Nord; et cette remarque permettrait, peut-être, d'expliquer le tracé concave des côtes ouest du Canada et de l'Alaska.

Royat, octobre 1927.

[1] E. ARGAND, *La tectonique de l'Asie.*