

<b>Zeitschrift:</b>	Archives des sciences physiques et naturelles
<b>Herausgeber:</b>	Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
<b>Band:</b>	8 (1926)
<b>Artikel:</b>	À propos des recherches sur la rotation de l'ellipsoïde fluide hétérogène (note présentée par M. R. Wavre)
<b>Autor:</b>	Dive, Pierre
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-742447">https://doi.org/10.5169/seals-742447</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Pierre DIVE. — *A propos des recherches sur la rotation de l'ellipsoïde fluide hétérogène.* (Note présentée par M. R. Wavre.)

Dans sa thèse de doctorat (n° 1467)<sup>1</sup> « *Rotation de l'ellipsoïde hétérogène et figure exacte de la Terre* », Paris, 17 juin 1912, M. VÉRONNET donne (p. 14) une relation générale (formule fondamentale) entre la variation de la vitesse angulaire  $\omega$  en profondeur  $\left(\frac{\partial \omega^2}{\partial a_n}\right)$  et en latitude  $\left(\frac{\partial \omega^2}{\partial x_n^2}\right)$  et la variation de l'aplatissement  $\left(\frac{d\lambda^2}{da_n}\right)$ :

$$\frac{\partial \omega^2}{\partial a_n} + 2a_n \frac{\partial \omega^2}{\partial x_n^2} = \frac{2\pi f C}{(1 + \lambda^2)^2} \cdot \frac{d\lambda^2}{da_n}. \quad (14)$$

La vraisemblance des conclusions que l'on peut tirer de cette formule a paru en confirmer la justesse. Cependant la formule (14) est inexacte et cela pour deux raisons, nous semble-t-il.

Il y a tout d'abord une faute de signe dans le passage de la formule (12) (§ 3, p. 12) donnant la vitesse angulaire d'un point situé sur la couche d'axe polaire  $a_n$ , à la formule (13) donnant la dérivée de cette vitesse par rapport à  $a_n$ . C'est l'expression opposée de

$$\frac{\partial D}{\partial a_n} - \frac{a_n^2}{b_n^2} \cdot \frac{\partial E}{\partial a_n}$$

qui devrait figurer dans le deuxième membre de la formule (13). Il résulte de cette correction que la conclusion du n° 4 (p. 15 et 16) devrait être renversée. L'aplatissement des couches croitrait donc du centre à la surface; ce qui est en contradiction avec l'état défini par Clairaut.

Mais il faut tenir compte aussi d'une identification faite entre deux dérivées partielles de la fonction  $\mu$  prises par rapport à  $x_n^2$  dans des conditions différentes.

<sup>1</sup> Prière de se référer à la thèse en question pour les numéros des formules.

Il est facile de reconnaître en effet, que  $\omega^2$  dépend de  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$  et de  $x_n$ ,  $y_n$ ,  $z_n$  par l'intermédiaire de la fonction  $\mu$  définie par (1); mais il est évident qu'en raison de leur sens concret les variables  $b_n$  et  $c_n$  sont des fonctions de  $a_n$ . Dans ces conditions, (3) définit l'une des variables  $x_n$ ,  $y_n$ ,  $z_n$  en fonction des deux autres et de  $a_n$ . Dès lors,  $\omega^2$  ne dépend en définitive que de  $a_n$  et de deux seulement des variables  $x_n$ ,  $y_n$ ,  $z_n$ , par exemple,  $x_n$  et  $z_n$ . Nous soulignons les quantités fixes:

$$\omega^2 = \omega^2(a_n, x_n, z_n).$$

Si donc on étudie la variation de  $\omega^2$  en fonction de  $x_n^2$  (§ 2, p. 11), la dérivée  $\frac{\partial \omega^2}{\partial x_n^2}$  devra être prise en considérant  $a_n$  et  $z_n$  comme des constantes.

Dans ce calcul, l'auteur utilise la dérivée de la fonction

$$\mu = \mu(x_n, y_n, z_n)$$

par rapport à  $x_n^2$ . Or, d'après une remarque que nous venons de faire,  $y_n$  étant fonction de  $a_n$ ,  $x_n$ ,  $z_n$  par (1) et (3),  $\mu$  dépend de  $x_n$  directement, et indirectement par l'intermédiaire de  $y_n$ . Pour éviter toute confusion, nous désignerons par le symbole ordinaire  $\frac{\partial \mu}{\partial x_n^2}$  la dérivée partielle de  $\mu$  par rapport à  $x_n^2$  quand on y considère  $\mu$  comme dépendant de  $x_n^2$  à la fois explicitement et implicitement par l'intermédiaire de  $y_n$ , et par la notation

$$\frac{\partial \mu}{\partial (x_n^2)}$$

la dérivée de  $\mu$  par rapport à  $x_n^2$  lorsqu'on y considère  $y_n$  et les autres quantités qui pourraient éventuellement dépendre de  $x_n$  comme des constantes. Dans le cas actuel, la règle de dérivation des fonctions composées permet donc d'écrire:

$$\frac{\partial \mu}{\partial x_n^2} = \frac{\partial \mu}{\partial (x_n^2)} + \frac{\partial \mu}{\partial y_n^2} \cdot \frac{dy_n^2}{dx_n^2}. \quad (\alpha)$$

En effectuant ce calcul, l'auteur obtient la formule (9) et en déduit la formule (11).

Si l'on se propose maintenant d'étudier la variation de  $\omega$  suivant un axe normal à l'équateur, les variables indépendantes définissant  $\omega^2$  seront  $a_n, y_n, z_n$ :

$$\omega^2 = \omega^2(a_n, y_n, z_n)$$

D'après ce que nous avons dit précédemment  $x_n$  est une fonction de  $a_n, y_n, z_n$ .

Pour prendre la dérivée  $\frac{\partial \omega^2}{\partial a_n}$  on supposera donc que  $y_n$  et  $z_n$  sont des constantes et comme  $x_n$  dépend de  $a_n$  on aura simplement:

$$\frac{\partial \mu}{\partial a_n} = \frac{\partial \mu}{\partial (x_n^2)} \cdot \frac{\partial x_n^2}{\partial a_n}. \quad (\beta)$$

Cette fois, en effet,  $\mu$  est une fonction directe de  $x_n^2$  et sa dérivée par rapport à  $x_n^2$  n'a qu'un seul terme.

La faute signalée consiste précisément à remplacer dans cette formule  $\frac{\partial \mu}{\partial (x_n^2)}$  par l'expression déjà obtenue (9) de  $\frac{\partial \mu}{\partial x_n^2}$ .

La différence a donc pour expression:

$$\frac{\partial \mu}{\partial y_n^2} \cdot \frac{dy_n^2}{dx_n^2}.$$

Ajoutons d'ailleurs qu'étant donné l'axe suivant lequel on étudie  $\omega$ , il résulte de 3' (note p. 12) que l'on a seulement

$$\frac{\partial \mu}{\partial (x_n^2)} = 1.$$

*La formule fondamentale (14) ne peut donc pas exister.*

Disons enfin que seule une partie de la thèse n° 1467 était fondée sur la formule fondamentale (14). Mais cette formule est reproduite avec d'autres notations dans le Mémorial des sciences mathématiques, fascicule XIII, Paris (1926): « *Figures d'équilibre et Cosmogonie* ».

La méthode que nous avons suivie dans cette recherche paraîtra dans notre thèse présentée à la Faculté des Sciences de Genève (1926).

W. H. SCHOPFER. — *Recherches sur la perméabilité des membranes de cysticerque (*Cysticercus tenuicollis*) pour divers sels.*

Ces recherches ont pour but d'étudier la perméabilité des membranes de cysticerque pour les sels qui ne se trouvent pas dans le liquide de cysticerque. Dans cette étude préliminaire nous avons étudié les sels de fer, faciles à déceler. Les expériences sont ordonnées de la façon suivante: le cysticerque vivant est plongé dans un récipient contenant 20 cc d'une solution à laquelle nous ajoutons environ 1 cc. de  $\text{FeCl}_3$  à 10 %o. Après un temps déterminé, le liquide externe et le liquide interne sont extraits; nous essayons la réaction du bleu de Prusse; cette dernière est assez sensible pour qu'un résultat négatif nous indique avec suffisamment de précision que le sel n'a pas passé. Tous les cysticerques morts au cours ou à la fin de l'expérience sont rigoureusement éliminés. Après plusieurs essais nous avons choisi des solutions très diluées de sels de fer. Dans chaque série les expériences se font dans trois solutions: hypotoniques (eau courante); isotoniques ( $\text{NaCl}$  10 %o environ); hypertoniques ( $\text{NaCl}$  20 à 25 %o). Nous ne prétendons pas que la concentration moléculaire du milieu extérieur ait une influence capitale sur la perméabilité pour les sels en question; nous avons simplement voulu nous placer dans des conditions d'expériences aussi variées que possibles. Toutes les expériences sont faites à 37°.

*Résultats obtenus:* Durée de l'expérience: 10 heures.

milieu ext.: 20 cc de liquide + 2 cc  $\text{FeCl}_3$  10 %o.

Dans solution	Hypotonique	Isotonique	Hypertonique
Liquide ext. . .	++	++	+++ <sup>1</sup>
Liquide int. . .	0	0	0

<sup>1</sup> + signifie réaction positive.  
0 » » négative.