Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 8 (1926)

Artikel: Quelle est la définition actuelle de la température des gaz ?
Autor: Pictet, Raoul
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-742432

Raoul PICTET. — *Quelle est la définition actuelle de la température des gaz ?*

L'auteur signale les défauts qu'il conviendrait de corriger, en ce qui concerne la définition de la température dans les gaz, dans l'enseignement actuel de la physique.

Séance du 6 mai 1926.

G. TIERCY. — *Remarque sur la fonction linéaire vectorielle.*

1. — On sait qu on appelle ainsi une fonction $\varphi\rho$, où φ n'est pas considéré comme un signe fonctionnel, mais comme un facteur transformant un vecteur en un vecteur, et jouissant de la propriété fondamentale:

$$\varphi(\rho_1 + \rho_2) = \varphi\rho_1 + \varphi\rho_2 \cdot$$

Ce produit $\varphi\rho$ d'Hamilton ne contient d'ailleurs pas de terme constant.

En présentant ledit produit, certains traités indiquent que sa forme la plus générale est:

$$\varphi\rho = \sum \mathrm{V}a\rho b \ ,$$

d'autres qu'il contient des termes des formes suivantes:

1° $\mathrm{V}a\rho b$, où a et b sont des quaternions constants;
2° $\sigma\,\mathrm{S}a'\rho b'$, où a' et b' sont des quaternions constants, et σ un vecteur constant;
3° $m\rho$, où m est un scalar;

c'est-à-dire qu'on a:

$$\varphi\rho = \sum \mathrm{V}a\rho b + \sum \alpha\,\mathrm{S}a'\rho b' + \sum m\rho \ .$$

2. — Rappelons d'abord que tous les termes appartenant aux trois formes indiquées ci-dessus peuvent se ramener à une

somme de termes du type $\lambda S \lambda_1 \rho$, où λ et λ_1 sont des vecteurs constants. Voici une démonstration:

Termes de forme $m\rho$. — On connaît la relation fondamentale:

$$\rho = -(\alpha S \alpha' \rho + \beta S \beta' \rho + \gamma S \gamma' \rho) = -(\alpha' S \alpha \rho + \beta' S \beta \rho + \gamma' S \gamma \rho) , \tag{1}$$

où α, β, γ sont trois vecteurs constants quelconques non coplanaires, et où α', β', γ' constituent le système réciproque du système α, β, γ:

$$\alpha' = -\frac{V\beta\gamma}{S\alpha\beta\gamma} ; \qquad \beta' = -\frac{V\gamma\alpha}{S\alpha\beta\gamma} ; \qquad \gamma' = -\frac{V\alpha\beta}{S\alpha\beta\gamma} .$$

La proposition est donc établie en ce qui concerne les termes de forme $m\rho$.

Termes de forme $\sigma S a' \rho b'$. — En décomposant a' et b' en leurs parties scalaires et vectorielles, on a:

$$\left\{ \begin{aligned} a' &= a'_0 + a'_1 , \\ b' &= b'_0 + b'_1 , \end{aligned} \right. \qquad (a'_0 \text{ et } b'_0 \text{ parties scalaires}) ;$$

$$\begin{aligned} \sigma S a' \rho b' &= \sigma S (a'_0 + a'_1) \rho (b'_0 + b'_1) \\ &= \sigma S a'_0 \rho b'_1 + \sigma S a'_1 \rho b'_0 + \sigma S a'_1 \rho b'_1 ; \end{aligned}$$

$$\sigma S a' \rho b' = a'_0 \sigma S \rho b'_1 + b'_0 \sigma S a'_1 \rho + \sigma S a'_1 \rho b'_1 ;$$

et, avec $a'_0 \sigma = \sigma_1$ et $b'_0 \sigma = \sigma_2$:

$$\sigma S a' \rho b' = \sigma_1 S \rho b'_1 + \sigma_2 S a'_1 \rho + \sigma S \rho V b'_1 a'_1 ; \tag{2}$$

ce qui démontre la proposition pour les termes de la 2me forme. Il est à remarquer que les trois vecteurs du second membre sont portés par l'axe de σ.

Termes de forme $V a \rho b$. — En décomposant les quaternions a et b en leurs parties scalaires et vectorielles, on obtient:

$$\begin{aligned} V a \rho b &= V (a_0 + a_1) \rho (b_0 + b_1) \\ &= a_0 b_0 \rho + a_0 V \rho b_1 + b_0 V a_1 \rho + V a_1 \rho b_1 . \end{aligned}$$

Or, si a_1, ρ et b_1 sont trois vecteurs, on a toujours:

$$Va_1\rho b_1 = a_1 S\rho b_1 - \rho S a_1 b_1 + b_1 S a_1 \rho ,$$

ce qui donne:

$$Va\rho b = (a_0 b_0 - S a_1 b_1)\rho + a_1 S\rho b_1 + b_1 S a_1 \rho + a_0 V\rho b_1 + b_0 V a_1 \rho . \tag{3}$$

Le premier terme du second membre est de la forme $m\rho$; les deux termes suivants sont directement du type $\lambda S\lambda_1\rho$; il reste donc à étudier les deux derniers termes:

$$a_0 V\rho b_1 + b_0 V a_1 \rho . \tag{4}$$

Pour cela, on connaît la formule générale:

$$V.V\xi\eta V\zeta\tau = \tau S\xi\eta\zeta - \zeta S\xi\eta\tau ;$$

faisons-y:

$$V\xi\eta = \rho ;$$

il vient:

$$V.\rho V\zeta\tau = \tau S\rho\zeta - \zeta S\rho\tau ; \tag{5}$$

comme dans les termes (4), les vecteurs b_1 et a_1 sont constants, on peut toujours les remplacer, et cela d'une infinité de manières, par:

$$b_1 = V\zeta\tau \qquad \text{et} \qquad a_1 = V\varepsilon\varphi ,$$

où ζ, τ, ε, φ sont des vecteurs constants. On a donc de (5):

$$\left\{ \begin{aligned} V\rho b_1 &= \tau S\rho\zeta - \zeta S\rho\tau , \\ V a_1 \rho &= -(\varphi S\rho\varepsilon - \varepsilon S\rho\varphi) ; \end{aligned} \right. \tag{6}$$

et la proposition se trouve établie pour les termes de la forme $Va\rho b$.

Conclusion. — On a ainsi la relation très importante:

$$\varphi\rho = \sum \lambda S \lambda_1 \rho , \tag{7}$$

et l'on sait que cette forme (7), en définitive, ne dépendra que de trois termes, c'est-à-dire de six vecteurs constants.

3. — Mais remarquons qu'il est inutile de signaler spécialement les termes des deux premières formes.

Termes de la forme $m\rho$. — Ils sont compris dans l'expression $\Sigma \mathrm{V} a \rho b$. En effet, pour que le deuxième membre de (3) se réduise à son premier terme, il suffit de choisir:

$$a = b = a_0 + a_1 \ ;$$

d'où:

$$\mathrm{V} a \rho a = \left[a_0^2 + \mathrm{T}^2 a_1\right] \rho + 2 a_1 \mathrm{S} a_1 \rho \ ;$$

puis de prendre $a_1 = 0$; a et b se réduisent alors à des constantes scalaires; et il vient:

$$\mathrm{V} a_0 \rho a_0 = a_0^2 \rho \ ; \tag{8}$$

forme $m\rho$.

Termes de forme $\sigma \mathrm{S} a' \rho b'$. — Un tel terme peut-il se réduire à la forme $\mathrm{V} a \rho b$?

On a vu que:

$$\begin{aligned} \mathrm{V} a \rho b = & - m(\alpha \mathrm{S} \alpha' \rho + \beta \mathrm{S} \beta' \rho + \gamma \mathrm{S} \gamma' \rho) + a_1 \mathrm{S} \rho b_1 + b_1 \mathrm{S} a_1 \rho \\ & + a_0 \tau \mathrm{S} \rho \zeta - a_0 \zeta \mathrm{S} \rho \tau - b_0 \varphi \mathrm{S} \rho \varepsilon + b_0 \varepsilon \mathrm{S} \rho \varphi \ ; \end{aligned} \tag{9}$$

où:

$$\left\{ \begin{array}{l} m = (a_0 b_0 - \mathrm{S} a_1 b_1) \ , \\ a_1 = \mathrm{V} \varepsilon \varphi \ , \qquad b_1 = \mathrm{V} \zeta \tau \ ; \end{array} \right.$$

et où a_0, b_0, α, β, γ, ζ, τ, ε, φ sont à disposition.

Il s'agit d'identifier le second membre de (9) avec le second membre de:

$$\sigma \mathrm{S} a' \rho b' = \sigma \left[a_0' \mathrm{S} \rho b_1' + b_0' \mathrm{S} a_1' \rho + \mathrm{S} \rho \mathrm{V} b_1' a_1'\right] \ , \tag{2}$$

où a_0', b_0', a_1', b_1' et σ sont donnés.

Comme on dispose au total de deux scalars et de sept vecteurs, on peut réaliser la passage d'une infinité de manières.

Il est par conséquent inutile de signaler les termes du type $\sigma \mathrm{S} a' \rho b'$; ils sont compris dans la somme $\Sigma \mathrm{V} a \rho b$.

Il suffit donc bien de donner, comme forme générale de $\varphi\rho$, la forme:

$$\varphi \rho = \sum \mathrm{V} a \rho b \ . \tag{10}$$