Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 7 (1925)

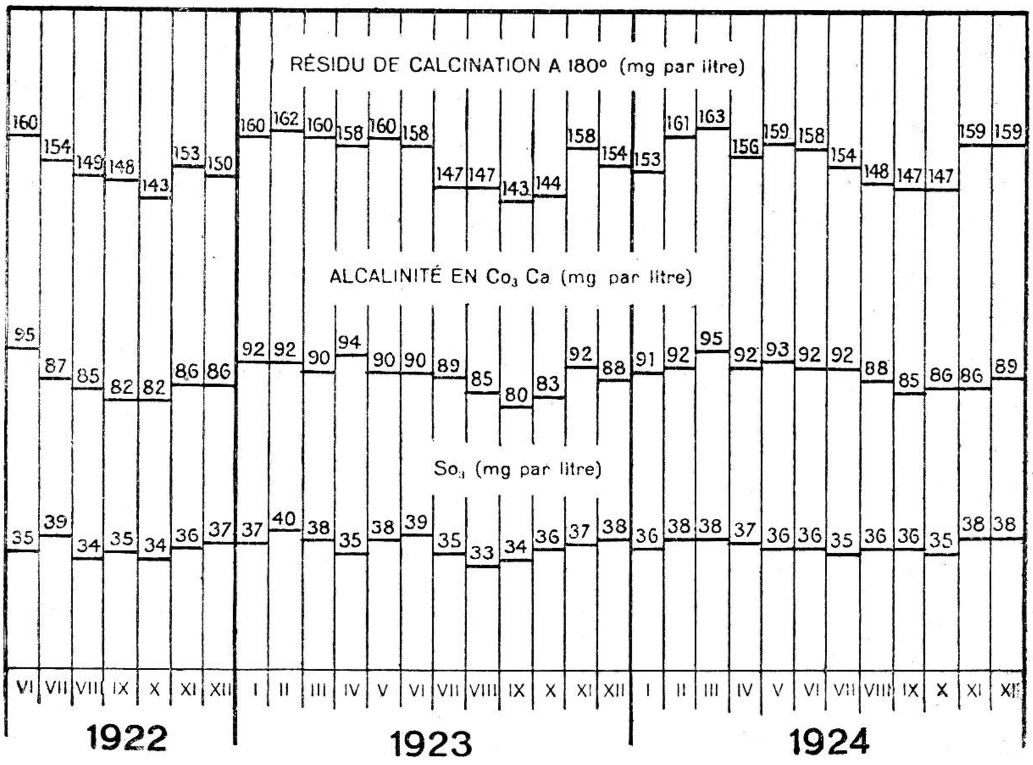
Artikel: Problèmes d'énergétique en relation avec le problème de l'ascension de la sève : ascension entretenue (2me note)

Autor: Guye, C.-E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740731

que les eaux du lac, loin d'arriver à l'uniformisation, s'appauvrissent en été dans leurs couches superficielles; le refroidissement automnal, en faisant descendre les eaux de surface dans les profondeurs, contribue ensuite à leur rendre une composition

VARIATIONS MENSUELLES DE LA COMPOSITION DE L'EAU DU LAC DE GENÈVE



moyenne uniforme. Ce phénomène d'appauvrissement, dont la cause réside principalement dans le départ de CO^2 (Dienert) pour des raisons thermiques et de vie organique, présente une ampleur insoupçonnée jusqu'ici et très considérable, si l'on considère le volume d'eau qui en subit les effets.

C.-E. Guye. — *Problèmes d'énergétique en relation avec le problème de l'ascension de la sève. — Ascension entretenue (2me Note).*

Dans une première note, nous avons montré comment on pouvait, par des considérations d'énergétique, évaluer de façon approximative les hauteurs limites d'ascension d'un liquide le long d'une paroi mouillée.

Mais pour aborder le problème avec plus de précision, il serait, comme nous l'avons dit, nécessaire de connaître la loi suivant laquelle varie l'énergie des forces capillaires, lorsque l'épaisseur de la couche active passe de la valeur normale ε à la valeur zéro ou vice-versa. Malheureusement, les données expérimentales relatives à cette question sont fort peu nombreuses, même dans le cas de liquides purs; *a fortiori*, s'il s'agit de surfaces contaminées ou de liquides hétérogènes plus ou moins miscibles.

Toutefois, il est aisé de démontrer que la couche active, sous son épaisseur normale ε, ne peut être *stable* que si l'énergie potentielle des forces capillaires va en augmentant lorsque l'épaisseur de la couche diminue. On pourra donc en première approximation représenter cette énergie potentielle par unité de surface en fonction de l'épaisseur par une courbe (E) fig. 1.

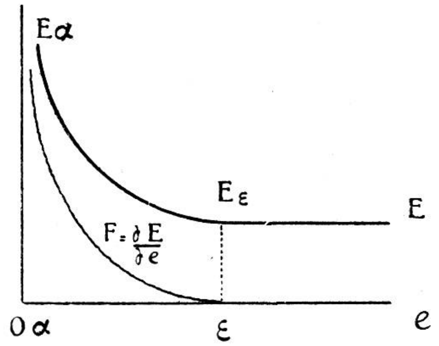


Fig. 1.

Quant à la courbe $F = -\dfrac{dE}{de}$, elle représente ce que nous appellerons la *force de succion*. Cette force, on le voit, est nulle pour $e \geqq \varepsilon$; elle est maximum, dans le cas de notre figure, pour $e = \alpha$ voisin de zéro [1].

[1] On pourrait envisager, en réalité, des courbes plus complexes, présentant par exemple des maxima et des minima; il en résulterait, suivant l'épaisseur de la couche, des positions d'équilibre stable ou instable et des phénomènes d'étalement ou de contraction spontanée, etc.; mais le peu de données que nous avons sur le sujet nous a engagé, pour l'instant, à ne considérer que le cas le plus simple. Nous n'avons pas prolongé les courbes jusqu'à l'origine, car lorsque les couches deviennent trop minces, on n'est plus en droit d'appliquer les lois des forces capillaires.

Ces considérations vont nous permettre de préciser le mécanisme de cette succion. Représentons fig. (2) un tube mouillé terminé à sa partie supérieure par une surface d'évaporation;

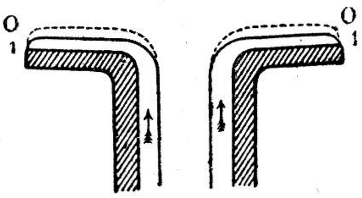


Fig. 2.

Si par suite de l'évaporation, la couche active (position 1.1) a une épaisseur moindre que l'épaisseur normale ε, la surface (1.1), en vertu des forces capillaires, va se déplacer de la position qu'elle occupe à la position normale (0,0) et dans son mouvement qui libère de l'énergie, elle déterminera la succion du liquide le long des parois.

Ascension entretenue.

Envisageons maintenant le problème de l'ascension d'un liquide le long d'une paroi mouillée dans les conditions de la figure 2.

Soit un tube de hauteur h mouillé intérieurement par un liquide et à la partie supérieure duquel se trouve une surface d'évaporation sur laquelle s'exerce une force de succion, laquelle avons-nous vu, dépend de l'épaisseur de la couche active.

Comme le mouvement d'ascension est toujours extrêmement lent, nous pourrons négliger les forces d'inertie et admettre qu'à chaque instant les forces de succion, de la pesanteur et de viscosité se font équilibre.

En posant que l'énergie libérée par une augmentation d'épaisseur de la couche active est à chaque instant égale à la somme des travaux effectués contre la pesanteur et les forces de viscosité on arrive à l'expression:

$$-\frac{dE}{de} = \rho g h + A \eta h v \tag{1}$$

[1] Nous donnerons ailleurs la démonstration de cette relation.

dans laquelle $-\frac{dE}{de}$ est la force de succion F, correspondant à l'épaisseur qu'a la couche active sur la surface d'évaporation; ϱ la densité du liquide; g l'accélération de la pesanteur; h la hauteur du tube; η le coefficient de viscosité du liquide; v la vitesse moyenne d'ascension et A un coefficient qui dépend en particulier de l'épaisseur β de la couche mobile le long de la paroi; c'est-à-dire du gradient de la vitesse dans l'épaisseur de cette couche.

La vitesse d'ascension est alors

$$v = \frac{F - \rho g h}{A \eta h} . \tag{2}$$

On remarquera d'abord que si $e \geq \varepsilon$ (voir courbe fig. 1), la force de succion est nulle et que la vitesse serait négative. L'ascension ne peut donc se produire que si $e < \varepsilon$ de façon que F soit supérieur à $\rho g h$.

A partir de ce point, la vitesse d'ascension ira en augmentant au fur et à mesure que l'épaisseur de la couche d'évaporation deviendra plus petite.

La *vitesse d'ascension maximum* sera donc

$$v_{\max} = \frac{F_\alpha - \rho g h}{A \eta h} . \tag{3}$$

La *hauteur limite* s'obtient en faisant dans (2) $v = 0$, d'où

$$h = \frac{F}{\rho g} = \frac{-\frac{dE}{de}}{\rho g}\,[1]$$

et la *hauteur limite maximum* sera pareillement

$$h_{\max} = \frac{F_\alpha}{\rho g} .$$

[1] Pour retrouver l'expression approchée donnée précédemment il suffit de rappeler que l'on a en première approximation

$$-\varepsilon \frac{dE}{de} = E_1 \qquad \text{d'où} \qquad h = \frac{E_1}{\varepsilon \rho g} .$$

On voit que suivant la valeur de F_α cette hauteur pourrait être très supérieure à celle que lui attribue le calcul approximatif de la note précédente.

Voyons maintenant quel est le *débit maximum*. Désignons par β l'épaisseur de la couche mobile le long de la paroi du tube (cette épaisseur n'est pas nécessairement égale à l'épaisseur normale ε de la couche active) nous avons pour le débit maximum

$$Q_{\max} = 2\pi r \beta v_{\max},$$

$2\pi r \beta$ représentant la section utile d'ascension en supposant le tube à section circulaire.

Autorégulation.

Il est facile de voir que le système est autorégulateur.

Désignons par Q_e le *débit d'évaporation*. Si $Q_e > Q_{\max}$, la sève ne pourra pas monter avec une vitesse suffisante pour compenser l'évaporation et la plante se desséchera nécessairement.

Mais si $Q_e < Q_{\max}$, la vitesse d'évaporation étant moindre que la vitesse d'ascension, l'épaisseur de la couche active augmentera; en même temps, la force de succion diminuera, ce qui entraînera automatiquement une diminution de la vitesse d'ascension.

En d'autres mots, *pour chaque débit d'évaporation, il tendra à se former sur la surface d'évaporation, une couche active d'épaisseur telle que la force de succion qui lui correspond détermine une vitesse d'ascension qui compense exactement l'évaporation.*

Cas de l'imbibition et de l'osmose.

On peut concevoir de façon analogue l'autorégulation dans le cas où l'ascension est produite par imbibition ou par osmose.

Dans le cas de l'imbibition, il suffit d'admettre que l'expression $J\frac{\Delta Q}{\Delta v}$ (rapport de l'énergie dégagée, au volume d'eau absorbé par imbibition). est d'autant plus grande que la substance est moins imbibée, et qu'elle devient nulle lorsque l'imbibition est complète. J est l'équivalent mécanique de la chaleur.

Dans le cas de l'osmose, il y a également autorégulation, puisque la pression osmotique qui mesure la force de succion, croît avec la concentration résultant de l'évaporation, et devient nulle pour une dilution infinie. D'ailleurs, l'ascension cessera bien avant, dès que l'on aura $p_0 < \rho gh$.

Il va sans dire qu'une théorie ainsi établie, en partant entièrement de considérations théoriques, ne pourrait être admise qu'après avoir été soumise au contrôle de l'expérience au moins dans quelques cas simples, que nous envisagerons ultérieurement. Il est même probable que les expériences entreprises pour la vérifier obligeraient à la modifier sur plusieurs points. Elle nous a paru cependant suffisamment suggestive et rendre assez bien compte qualitativement des faits observés pour mériter d'être exposée brièvement.

Séance du 7 mai 1925.

G. TIERCY. — *Un problème de géométrie cinématique.*

Considérons une came orbiforme [1] à trois sommets, tournant autour d'un axe perpendiculaire à son plan, et maintenue entre les branches parallèles d'un cadre (fig. 1). Le cadre sera animé d'un mouvement alternatif. Le problème en question consiste à réaliser un contact de roulement entre la came et le cadre, au moyen d'un seul galet sur chaque branche du cadre [2]. On utilisera pour cela une propriété de l'orbiforme et de sa développée (fig. 1). Celle-ci est une courbe triangulaire d'envergure nulle [1], donc à trois rebroussements. L'équation polaire tangentielle de la came est:

$$\left\{ \begin{array}{ll} x \cos \omega + y \sin \omega = p(\omega) = a[1 + f(\omega)] \; , \\ \text{avec} \qquad f(\omega + \pi) = - f(\omega) \; . \end{array} \right.$$

Si l'on fait rouler sur la courbe triangulaire une droite de longueur $(2a)$, les extrémités N et N′ de la droite décrivent l'orbiforme. Si la courbe triangulaire est régulière (par exemple, une hypocycloïde à trois rebroussements), on prendra pour longueur $(2a)$ la longueur d'un arc. La droite NN′ est une normale double de l'orbiforme. Les contacts avec les branches

[1] Voir *The Mathematical Journal* 1920.
[2] Voir C. R. Soc. de Phys. 1923.