Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 7 (1925)

Artikel: Sur le mouvement de deux sphères concentriques à propos d'une hypothèse géologique

Autor: Wavre, R.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740675

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SUR LE
MOUVEMENT DE DEUX SPHÈRES CONCENTRIQUES

A PROPOS D'UNE HYPOTHÈSE GÉOLOGIQUE

PAR

R. WAVRE

(Avec 1 fig.)

M. Wegener[1] défend l'idée que les socles continentaux dérivent à la manière des icebergs au sein d'un sima qui cèderait à l'action persistante de fortes pressions. MM. Epstein, Lambert, Schweydar ont montré qu'une force tend à rapprocher les continents de l'équateur; elle provient du fait que les surfaces équipotentielles pour la pesanteur ne sont pas parallèles.

On ne s'est pas demandé, que je sache, quelle influence pourrait avoir le déplacement d'un continent sur la direction de l'axe de rotation de la terre. Il faut être, en effet, extrêmement prudent en cette matière, car la terre n'est pas un solide. Le déplacement d'une masse à sa surface transforme le champ d'attraction, ce qui déforme le géoïde dans son ensemble. Au cours de cette déformation, il serait vain de vouloir conserver aux mots « axe instantané de rotation » le sens précis qu'ils ont en cinématique.

On ne peut, me semble-t-il, faire abstraction de cette déformation pour mettre en évidence une déviation de l'axe, car cette déviation s'accompagnerait nécessairement d'une pareille déformation et ces deux effets sont très probablement du même ordre

[1] Voir WEGENER, *La genèse des continents et des océans*. Trad. Reichel. Libr. Blanchard, Paris, 1924.

de grandeur. Pour entreprendre une telle étude dans sa complexité, c'est à la dynamique d'une masse fluide, d'une viscosité différenciée, en mouvement sous l'influence de l'attraction de ses particules, qu'il faudrait s'attaquer.

Si l'on suppose, au contraire, la terre solide — à part une classe très spéciale de transformations qui conservent les axes spontanés — toute modification dans la répartition des masses en une région quelconque entraîne une translation et une déviation de l'axe de la partie restante. Archimède n'avait pas besoin de chercher un point d'appui pour soulever la terre, il lui suffisait de faire un pas.

La mise en équation du mouvement de l'axe de la terre pour un transport de masse à sa surface ne m'a pas conduit à des résultats dont l'interprétation fût simple. L'hypothèse suivante, plus ancienne que celle de M. Wegener, donne lieu, au contraire, à une interprétation suggestive.

* * *

Von Colberg et Marcel Bertrand, pour ne citer que deux noms, émirent l'idée que voici:

L'écorce terrestre serait animée d'un mouvement d'ensemble par rapport à un noyau central.

Que le noyau soit ou ne soit pas ce sphéroïde composé presque uniquement de fer et de nickel appelé *Nife*, il ne m'appartient pas de le discuter. Le mouvement relatif de l'écorce et du noyau tendrait à disparaître à cause du frottement, à moins que des actions extérieures telles que les marées ne l'entretiennent.

Ce phénomène serait encore fort complexe, car ni l'écorce, ni le noyau ne sont solides. Mais il n'est peut-être pas sans intérêt *au point de vue mécanique*, de supposer solides ces deux corps et de traiter ainsi un *problème fictif*, dût-il n'avoir pour le mouvement réel qu'une valeur *purement analogique* et d'en pousser la résolution rigoureuse aussi loin que possible.

Il serait peut-être intéressant de se rendre compte, tout au moins dans notre cas fictif, si l'hypothèse « Bertrand-von Colberg » permet effectivement d'expliquer le faisceau de phénomènes d'ordre paléontologique, climatologique ou astronomique pour l'explication desquels elle fut imaginée.

La détermination du cône décrit par l'axe de l'écorce dans l'espace lié aux étoiles fixes, d'une part, et dans l'écorce, d'autre part, permettrait, dans notre cas idéal, de répondre à cette question; nous montrerons sous quelles hypothèses particulières la résolution du problème ne déborde pas le domaine des fonctions élémentaires et sous quelles conditions plus larges elle peut s'effectuer au moyen de certaines fonctions transcendantes classiques telles que les fonctions de Bessel.

Sans doute, les observations astronomiques des derniers siècles s'opposeraient-elles à ce que l'on admît que le pôle fût animé d'un mouvement très sensible dû à un effet « Bertrand-von Colberg » qui s'ajouterait aux mouvements lents qu'on lui connaît déjà. Mais que sont trois siècles vis-à-vis de l'âge de la terre.

Il s'agirait, en un mot, de savoir si cette pensée d'Hérodote est bien vraie: « Qu'on prodigue le temps, tout le possible arrive. »

* * *

Je ne m'étonnerais pas que ce problème idéal fût déjà résolu, mes recherches à ce sujet sont cependant restées vaines. Je n'ai rédigé ces pages que dans un but didactique. Puissent-elles encourager quelques étudiants en mécanique à s'intéresser à ce genre de question, à compléter la résolution de notre problème fictif, en le poursuivant dans différentes directions, dont quelques-unes sont très probablement inexplorées, ou à rejoindre les sciences naturelles et par la même la réalité.

* * *

Problème spécial.

Je supposerai:

1° l'écorce E et le noyau N, tous deux solides;

2° la surface de séparation Σ, sphérique;

3° l'existence, en chaque point de la sphère de séparation, d'un frottement, fonction de la vitesse relative des points en contact;

4° les centres de gravité de E et de N au centre de la sphère Σ;

5° les ellipsoïdes d'inertie centraux de E et de N sphériques.

Les conditions étant ainsi formulées, le problème revient au

suivant: *calculer le mouvement avec frottement de deux sphères concentriques et homogènes.*

Plaçons au centre de la sphère Σ l'origine d'un système d'axes fixes rectangulaires auquel nous rapporterons toutes nos mesures. Soit X_h un point de E, x_h un point de N et y_h un point de Σ; h prendra les valeurs 1, 2, 3 qui correspondent aux trois axes de coordonnées.

Soient P_h les composantes de la rotation instantanée de E, p_h celles de N et

$$\omega_h = P_h - p_h$$

celles du mouvement de E par rapport à N.

Le symbole $[XY]_h$ représentera le produit extérieur de deux vecteurs X et Y.

Les vitesses V et v d'un point de E et de N seront données par les équations:

$$V_h = \frac{dX_h}{dt} = [P, X]_h , \tag{1}$$

$$v_h = \frac{dx_h}{dt} = [p, x]_h . \tag{2}$$

et la vitesse relative de deux points en contact sur Σ par:

$$V_h - v_h = [\omega, y]_h .$$

Soit $\Psi(V - v)$ l'intensité de la force f de frottement, de composantes:

$$f_h = \Psi(V - v)\frac{V_h - v_h}{V - v} ;$$

la force f agit sur N, la force $-f$ sur E. Le vecteur Λ_h, somme des moments des forces de frottement, est dirigé suivant le vecteur ω_h, on s'en persuade aisément, il suffit d'en obtenir la longueur. Si R est le rayon de Σ et θ l'angle que fait une demi-droite variable issue de l'origine avec le vecteur ω, un calcul qui ne présente pas de difficulté permet d'écrire:

$$\Lambda_h = \chi(\omega)\frac{\omega_h}{\omega} ,$$

en posant:

$$\chi(\omega) = 2\pi R^3 \int_0^\pi \Psi(\omega R \sin\theta) \sin^2\theta \, d\theta .$$

Les ellipsoïdes d'inertie centraux étant sphériques, les vecteurs G_h et g_h, sommes des moments des quantités de mouvement des points de E et de N, ont respectivement les directions des rotations P_h et p_h et sont liés à celles-ci par les relations :

$$G_h = aP_h \,, \qquad g_h = bp_h \,,$$

a étant le moment d'inertie de E, b celui de N, par rapport à un diamètre de Σ.

Les équations d'Euler du mouvement des axes s'écrivent:

$$\frac{dG_h}{dt} = -\Lambda_h \,, \qquad \frac{dg_h}{dt} = +\Lambda_h \,,$$

soit

$$\frac{dP_h}{dt} = -\frac{1}{a}\chi(\omega)\frac{\omega_h}{\omega} \,, \qquad \frac{dp_h}{dt} = \frac{1}{b}\chi(\omega)\frac{\omega_h}{\omega} \,. \tag{4}$$

Soustrayons la deuxième des équations (4) de la première, afin d'obtenir l'équation donnant la vitesse relative:

$$\frac{d\omega_h}{dt} = -\lambda\chi(\omega)\frac{\omega_h}{\omega} \,, \qquad \text{avec} \qquad \lambda = \frac{a+b}{ab} \,. \tag{5}$$

Cette équation nous montre que la vitesse du point ω_h est dirigée suivant le vecteur ω_h de sorte que ce dernier a une direction fixe α_h. Posons donc $\omega_h = \alpha_h\omega$ et l'équation (5) se réduira à la suivante:

$$\frac{d\omega}{dt} = -\lambda\chi(\omega) \,. \tag{6}$$

Affectons de l'indice zéro les grandeurs se rapportant à l'instant initial $t_0 = 0$; alors l'intégration de l'équation (6) donne:

$$\int_{\omega_0} \frac{d\omega}{\chi(\omega)} = -\lambda t \,, \tag{7}$$

relation qui, inversée, fournira la vitesse angulaire ω en fonction du temps.

En vertu de (6), les équations (4) deviennent:

$$\frac{dP_h}{dt} = \frac{b}{a+b}\frac{d\omega_h}{dt} \,, \qquad \frac{dp_h}{dt} = -\frac{a}{a+b}\frac{d\omega_h}{dt} \,;$$

en les intégrant à leur tour, nous trouvons

$$P_h = P_h^0 - \frac{b}{a+b}\omega_h^0 + \frac{b}{a+b}\omega_h , \tag{8}$$

$$p_h = p_h^0 + \frac{a}{a+b}\omega_h^0 - \frac{a}{a+b}\omega_h . \tag{9}$$

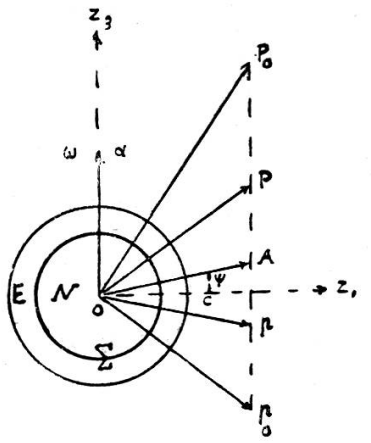
Or, la relation:

$$P_h^0 - \frac{b}{a+b}\omega_h^0 = p_h^0 + \frac{a}{a+b}\omega_h^0 \tag{10}$$

équivaut à l'identité $\omega_h^0 = \omega_h^0$; désignons donc par A_h la valeur des deux membres de (10). Les vecteurs P_h et p_h se décomposent ainsi, chacun en deux vecteurs, l'un de direction A_h, l'autre de direction α_h:

$$P_h = A_h + \frac{b}{a+b}\alpha_h\omega , \quad (11) \qquad p_h = A_h - \frac{a}{a+b}\alpha_h\omega ; \quad (12)$$

ils restent donc au cours de leur mouvement dans un même plan fixe π déterminé par leurs positions initiales P_h^0 et p_h^0, et le plan π contient également les vecteurs α_h et A_h.



Dans tous les cas de frottement que nous envisagerons, ω tendra vers zéro, de sorte qu'alors les vecteurs P_h et p_h tendront vers le vecteur A_h.

Soient: A, P, p, P_0, p_0, les extrémités des vecteurs correspondants, les équations (11) et (12) donnent lieu aux suivantes:

$$\frac{AP}{Ap} = \frac{AP_0}{Ap_0} = \frac{b}{a} . \tag{13}$$

Si les deux vecteurs P_h^0 et p_h^0 ont même direction, le plan π n'est plus déterminé, mais le problème dégénère et se simplifie, P_h et p_h ayant une même direction invariable; la recherche du mouvement d'un point de E ou de N ne présente plus de difficulté, je laisse donc ce cas de côté.

Calculons la perte de force vive au cours du mouvement.

La force vive totale 2T est:

$$2T = aP^2 + bp^2 = (a + b) A^2 + \frac{ab}{a + b} \omega^2 , \qquad (14)$$

cette dernière expression provenant des équations (11) et (12).

La perte de force vive depuis l'instant initial jusqu'à l'instant quelconque est donc:

$$\frac{ab}{a + b} \left(\omega_0^2 - \omega^2\right) , \qquad (15)$$

et jusqu'à la disparition du mouvement relatif elle serait:

$$\frac{ab}{a + b} \omega_0^2 .$$

On vérifie par les équations (14) et (6) que la différentielle de l'énergie cinétique T est bien égale au travail élémentaire des forces de frottement:

$$dT = \frac{ab}{a + b} \omega\omega' dt = - \chi(\omega) \omega dt = - \Lambda \omega dt .$$

L'énergie cinétique perdue s'est donc transformée par suite du frottement en énergie calorifique ou autre.

Remarque. — La relation (14) donne la grandeur du vecteur A_h en fonction des conditions initiales:

$$(a + b) A^2 = aP_0^2 + bp_0^2 - \frac{ab}{a + b} \omega_0^2 .$$

Notons en passant la condition pour que le vecteur A_h soit perpendiculaire au vecteur α_h, c'est:

$$aP_0^2 - bp_0^2 = (a - b) P_0 p_0 \cos \psi . \qquad (16)$$

* * *

Examinons quelques cas particuliers de frottement.

a) Frottement proportionnel à la vitesse relative:

$$\Psi(V - v) = K(V - v) \ ;$$

alors

$$\chi(\omega) = c\omega \ , \qquad c = \frac{8}{3}\pi R^4 K \ ,$$

et l'équation (7) inversée donne:

$$\omega = \omega_0 e^{-\lambda c t} \ .$$

b) Frottement proportionnel à une puissance quelconque, mais différente de l'unité, de la vitesse relative:

$$\Psi(V - v) = K(V - v)^n \ ;$$

alors

$$\chi(\omega) = c\omega^n \ , \qquad c = 2\pi K R^{n+3} \int_0^{\pi} \sin^{n+2}\theta \, d\theta \ ,$$

puis en vertu de 7:

$$\omega = [\lambda c (n - 1)(t - t')]^m \tag{17}$$

avec

$$m = \frac{1}{1 - n} \qquad \text{et} \qquad t' = \frac{1}{\lambda c} \cdot \frac{\omega_0^{1-n}}{1 - n} \ .$$

Distinguons deux classes de valeurs de n:

1° $n < 1$, alors $t' > 0$, $m > 0$ et le mouvement relatif disparaît en un temps fini t'.

2° $n > 1$, alors $t' < 0$ et le mouvement relatif ne disparaîtrait qu'en un temps infini, comme d'ailleurs dans le cas où n est égal à 1. Ce sont là des propriétés générales d'un mouvement dans lequel le frottement est une puissance de la vitesse.

* * *

Recherche du mouvement d'un point de l'écorce ou du noyau.

Prenons l'écorce (le cas du noyau est semblable). La rotation P_h nous est maintenant connue; il reste à exprimer les coordonnées X_h d'un point de E; elles sont liées à la rotation par les équations (1).

Introduisons un nouveau système orthogonal d'axes z_h

fixes, z_3 coïncidant avec α, z_1 étant dans le plan π et dirigé de façon que l'angle $\psi = \widehat{z_1 A}$ soit inférieur à $\frac{\pi}{2}$. Les projections de P dans ce nouveau système sont:

$$P_1 = A \cos \psi , \qquad P_2 = 0 , \qquad P_3 = A \sin \psi + \frac{b}{a+b} \omega(t) .$$

Posons pour simplifier:

$$A \cos \psi = C \qquad \text{et} \qquad A \sin \psi + \frac{b}{a+b} \omega(t) = - B(t) .$$

Les équations (1) s'écrivent dans le système z_h:

$$\frac{dz_1}{dt} = Bz_2 ,$$

$$\frac{dz_2}{dt} = - Bz_1 - Cz_3 ,$$

$$\frac{dz_3}{dt} = Cz_2 .$$

Posons:

$$z_1 = xz_2 \qquad \text{et} \qquad z_3 = yz_2 ,$$

la première et la troisième de ces trois équations deviennent:

$$x' + x\frac{z_2'}{z_2} = B , \qquad y' + y\frac{z_2'}{z_2} = C ,$$

mais la seconde donne:

$$\frac{z_2'}{z_2} = - Bx - Cy ,$$

de sorte que:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = B(1 + x^2) + Cxy \\ y' = C(1 + y^2) + Bxy . \end{array} \right. \tag{18}$$

Faisons la substitution:

$$x = - \frac{r}{B} , \qquad y = - \frac{\rho}{C} ,$$

et traitons, pour ne pas rompre la symétrie, la constante C comme une fonction du temps.

Le système (18) devient:

$$r' + r^2 - \frac{B'}{B} r - r\rho = 0 \ , \tag{19}$$

$$\rho' + \rho^2 - \frac{C'}{C} \rho - \rho r = 0 \ . \tag{20}$$

Divisons (19) par r et (20) par ρ:

$$\frac{r'}{r} = \frac{B'}{B} + \rho - r \ ,$$

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{C'}{C} + r - \rho \ ,$$

ajoutons

$$\frac{\rho'}{\rho} + \frac{r'}{r} = \frac{C'}{C} + \frac{B'}{B} \ , \tag{21}$$

intégrons

$$r\rho = r_0 \rho_0 \frac{C}{C_0} \frac{B}{B_0} \ , \tag{22}$$

puis remplaçons $r\rho$ par cette valeur dans (19) et (20), ce qui nous donne:

$$r' + r^2 - \frac{B'}{B} r - \rho_0 r_0 \frac{C}{C_0} \cdot \frac{B}{B_0} = 0 \ , \tag{23}$$

$$\rho' + \rho^2 - \frac{C'}{C} \rho - \rho_0 r_0 \frac{C}{C_0} \cdot \frac{B}{B_0} = 0 \ . \tag{24}$$

Ce sont deux équations de Riccati. En vertu de la relation (22), résoudre l'une c'est résoudre l'autre. On sait que le problème général de l'intégration des équations (1), les quantités P_h étant des fonctions données quelconques du temps, dépend d'une équation de Riccati; il ne faut donc pas s'étonner d'en rencontrer une ici, mais nous constatons que la forme particulière des fonctions P_h de notre problème ne permet pas de l'éviter. Ici $c' = 0$, $C = C_0$, de sorte que l'équation (24) se réduit à:

$$\rho' + \rho^2 = \mu B(t) \ , \tag{25}$$

en posant

$$\mu = \frac{\rho_0 r_0}{B_0} \ .$$

Tant que nous ne faisons aucune hypothèse particulière sur le frottement, ce sont les transcendantes, solution de l'équation (25), qui résolvent le problème.

On sait qu'il faut connaître une solution particulière de l'équation (25) pour achever sa résolution par quadrature; la connaissance du mouvement d'un point de E permet ainsi de trouver sans difficulté le mouvement de tous les autres.

Voyons un cas où l'équation (25) s'intègrera par les fonctions de Bessel.

Hypothèses particulières. — 1° Le vecteur A_h est orthogonal au vecteur α_h.

2° Le frottement est proportionnel à la puissance n de la vitesse relative, n étant différent de un.

La condition 1° sera vérifiée si l'équation (16) est satisfaite et en particulier si écorce et noyau se réduisent à deux couches sphériques, de même masse, les rotations initiales ayant même intensité.

Alors la fonction $B(t)$ prend la forme suivante en vertu de l'équation (17):

$$B(t) = \frac{\beta}{\mu}(t - t')^m ,$$

avec β constant et, comme précédemment, $m = \frac{1}{1 - n}$.

L'équation (25) s'écrira:

$$\rho' + \rho^2 = \beta(t - t')^m . \tag{26}$$

Par une transformation semblable à celle d'Euler:

$$\rho = \frac{u'(t - t')}{u(t - t')} ,$$

l'équation (26) devient:

$$u''(t - t') = u(t - t')\beta(t - t')^m . \tag{27}$$

Posons pour simplifier $t - t' = \tau$; l'équation (27) s'écrira:

$$u''(\tau) = u(\tau)\beta\tau^m , \tag{28}$$

et cette dernière se ramène à l'équation de Bessel par le changement de variable:

$$s = \frac{\beta}{(m + 2)^2}\tau^{m+2} .$$

Tout calcul fait, nous trouverons:

$$s\frac{d^2u}{ds^2} + \frac{m + 1}{m + 2}\frac{du}{ds} - u = 0 ,$$

soit, en introduisant l'exposant n de la loi du frottement:

$$s\frac{d^2u}{ds^2} + \frac{2-n}{3-2n}\cdot\frac{du}{ds} - u = 0 .$$

L'équation de Bessel, mise sur sa forme habituelle:

$$s\frac{d^2u}{ds^2} + (1+k)\frac{du}{ds} - u = 0 .$$

admet pour solution fondamentale la transcendante I_k, dite fonction de Bessel:

$$I_k = \sum_0^\infty a_p x^p ,$$

où

$$a_p = \frac{1}{p!\,(k+1)(k+2)\times\ldots\times(k+p)} ,$$

de sorte que dans ce cas particulier le mouvement d'un point de l'écorce s'exprimera au moyen de cette fonction. Le paramètre K vaut ici:

$$k = \frac{n-1}{3-2n} .$$

L'intégration de l'équation de Bessel s'effectue, sans qu'on ait recours à des fonctions transcendantes, si $k + \frac{1}{2}$ est un entier i positif, nul ou négatif, c'est-à-dire si n est de la forme

$$n = \frac{6i-1}{4i} , \qquad i = \begin{matrix} 0, & 1, & 2, & 3, & \ldots . \\ & -1, & -2, & -3, & \ldots \end{matrix}$$

Il y a donc une infinité de lois de frottement qui, dans la condition initiale 1°, requise dans les hypothèses particulières, permettent de déterminer le mouvement d'un point de E par les fonctions élémentaires.

* * *

Le problème général.

Supposons remplies les conditions 1°, 2°, 4° du problème spécial (p. 135), mais élargissons la condition 3° en admettant que le frottement puisse dépendre également des matières en contact sur la surface Σ et supprimons la condition 5°.

Soit alors $\varepsilon(X_h)$ la densité en un point de E, $\nu(x_h)$ la densité en un point de N et $\varphi(y)$ un coefficient particulier de frottement des matières en contact en un point y_h de Σ. Les vecteurs G_h, g_h, Λ_h sont ici:

$$G_h = \int\int_E\int \varepsilon[X[PX]]_h \, dE \,,$$

$$g_h = \int\int_N\int \nu[x[px]]_h \, dN \,,$$

$$\Lambda_h = \int\int_\Sigma \varphi(y) \frac{\Psi(V-v)}{V-v} [\omega y]_h \, d\Sigma \,.$$

Les intégrales précédentes doivent être prises au cours du mouvement, les coordonnées X_h, x_h, Y_h étant fonctions du temps.

Les équations:

$$\frac{dG_h}{dt} = -\Lambda_h \,, \qquad \frac{dg_h}{dt} = +\Lambda_h \,,$$

revêtent donc la forme d'équations intégro-différentielles. Il faut d'ailleurs leur adjoindre les deux systèmes différentiels d'ordre 3 qui lient les rotations instantanées aux paramètres de position de E et de N.

Toutefois, si la fonction $\varphi(y)$ se réduit à une constante, il est possible de ramener le système précédent à un système d'ordre douze différentiel.

Si l'ellipsoïde central de l'un des deux corps est une sphère, il y a intérêt à formuler les équations du mouvement dans un système lié à l'autre corps. Ce problème général a de nombreuses applications. On peut fort bien supposer que l'écorce ne recouvre pas toute la surface Σ ou ne frotte que par une partie d'elle-même, on peut enfin envisager le cas où l'écorce se réduirait à deux calottes diamétralement opposées et étudier le cas limite où ces calottes deviendraient infiniment petites.

Puisse quelque ancien étudiant poursuivre cette étude.

Genève, 25 mars 1925.