

<b>Zeitschrift:</b>	Archives des sciences physiques et naturelles
<b>Herausgeber:</b>	Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
<b>Band:</b>	6 (1924)
<b>Artikel:</b>	Relation entre la surface d'une came orbiforme régulière et l'amplitude du mouvement rectiligne obtenu
<b>Autor:</b>	Tiercy, G.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-741915">https://doi.org/10.5169/seals-741915</a>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.02.2026

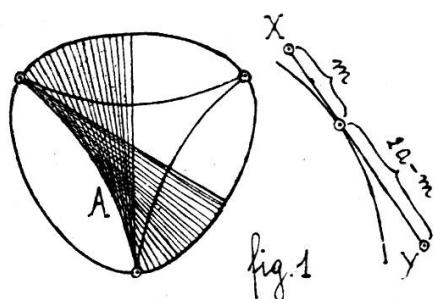
**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

G. TIERCY. — *Relation entre la surface d'une came orbiforme régulière<sup>1</sup> et l'amplitude du mouvement rectiligne obtenu.*

1. On a vu<sup>2</sup> que, pour un contour  $2\pi a$  donné, le minimum d'amplitude du mouvement rectiligne alternatif final correspond au maximum de l'aire de la came ; et le maximum d'amplitude du mouvement au minimum de l'aire. Il est facile d'établir qu'entre ces deux cas extrêmes, les choses se passent de telle façon que, si l'on fait croître d'une manière continue l'amplitude du mouvement final, l'aire du disque orbiforme décroît de manière continue. Voici une démonstration.

2. Montrons d'abord que, pour un contour donné, l'aire de l'orbiforme est plus grande dans le cas d'une développée régulière curviligne, que dans le cas particulier où cette développée devient un polygone régulier étoilé; et que, de plus, l'aire est d'autant plus grande que les arcs de la développée curviligne sont plus *creusés*. Faisons la démonstration pour une orbiforme à trois sommets; la démonstration est la même dans le cas de  $(2k + 1)$  sommets.

Soit donc une développée régulière à trois rebroussements (fig. 1); faisons rouler sur cette courbe une droite  $XY$  de longueur  $(2a)$ ; les extrémités  $X$  et  $Y$  tracent l'orbiforme.



L'aire balayée par la droite  $XY$ , en un roulement total correspondant à un changement d'orientation de  $\pi$ , comprend trois fois la surface contenue à l'intérieur de la développée; il faudra

<sup>1</sup> Toh. Mathematical Journal, 1920. — C. R. Soc. de Physique Genève, novembre 1923.

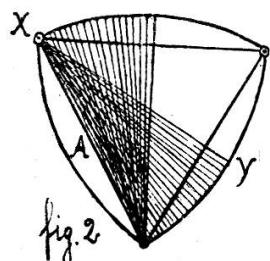
<sup>2</sup> C. R. Soc. de Physique Genève, décembre 1923.

donc, pour obtenir l'aire du disque orbiforme, soustraire deux fois l'aire de la développée de l'aire totale balayée.

L'aire balayée par XY pendant le roulement sur l'arc (A) est:

$$\begin{aligned} \frac{S_1}{3} &= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\omega [m^2 + (2a - m)^2] = 2a^2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\omega + \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\omega (m^2 - 2am) \\ &= \frac{2\pi a^2}{3} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\omega (m^2 - 2am) ; \end{aligned}$$

l'intégrale du dernier membre est négative, puisque  $m \leq 2a$ . Soit d'autre part le cas d'une développée ayant dégénéré en triangle rectiligne équilatéral de côté  $(2a)$ , (fig. 2); on peut considérer qu'aux sommets de ce triangle se trouvent des pointes



en rebroussement infiniment petites. L'aire balayée par XY pendant le roulement sur l'arc (A) est:

$$\frac{S_2}{3} = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{3}} 4a^2 d\omega = \frac{2\pi a^2}{3} .$$

On a donc, pour les aires balayées pendant un roulement complet sur les courbes triangulaires:

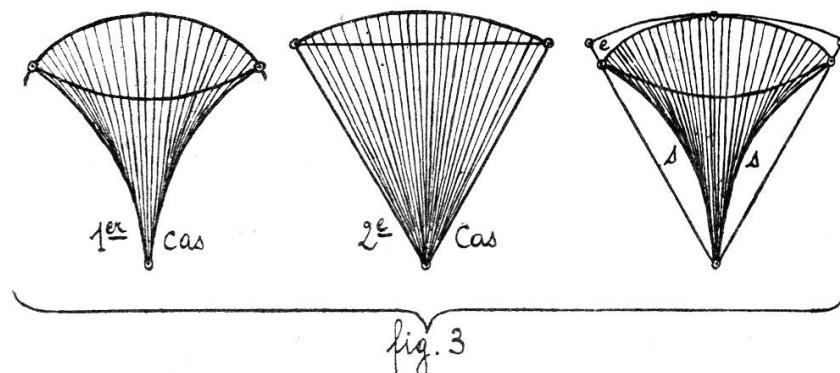
$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = 2\pi a^2 + 3 \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\omega (m^2 - 2am) ; \\ S_2 = 2\pi a^2 ; \end{array} \right.$$

chacun de ces résultats comprend trois fois l'aire de la développée correspondante; et on a  $S_1 < S_2$ . On va voir que, cepen-

dant, la surface du disque orbiforme est plus grande dans le premier cas que dans le second.

A cet effet, considérons les aires balayées pendant un tiers du roulement total (fig. 3); et superposons les deux résultats (3<sup>me</sup> dessin).

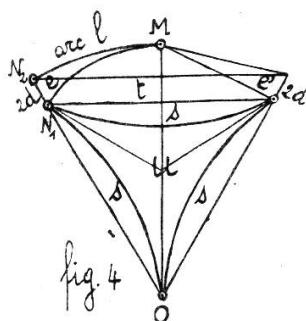
On voit que, après un roulement de  $\frac{\pi}{3}$ , la surface balayée dans le deuxième cas comprend deux segments (*s*) et deux segments (*e*) en plus de la surface balayée dans le premier cas;



après trois roulements de  $60^\circ$ , l'aire  $S_2$  dépassera l'aire  $S_1$  de la quantité  $(6s + 6e)$ :

$$S_2 = S_1 + 6s + 6e.$$

Mais, dans chaque cas, il faut, pour trouver l'aire du disque orbiforme, retrancher deux fois la surface de la développée. Or, en appelant *t* le trapèze qui représente la différence entre



les deux triangles équilatéraux de la fig. 4, la développée du deuxième cas comprend  $(3s + t)$  de plus que la développée curviligne du premier cas (fig. 4); il en résulte que, dans le

deuxième cas, on retranchera de  $S_2$  une aire valant  $(6s + 2t)$  de plus que l'aire  $(2u)$  retranchée de  $S_1$ . On a donc:

$$\left\{ \begin{array}{l} O_1 = \text{aire orbiforme, 1er cas} = S_1 - 2u ; \\ O_2 = \text{aire orbiforme, 2me cas} = S_2 - (2u + 6s + 2t) \\ \quad = S_1 + 6s + 6e - 2u - 6s - 2t \\ \quad = (S_1 - 2u) + 6e - 2t ; \end{array} \right.$$

d'où:

$$O_1 - O_2 = 2t - 6e .$$

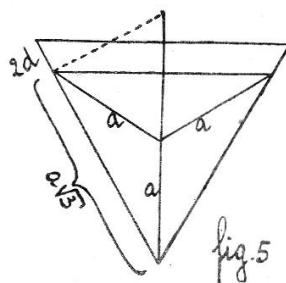
Il est facile de montrer que  $2t > 6e$ . On a (fig. 4):

hauteur de  $e' = a$  ; surface de  $e' = ad$  ;

donc

$$e < ad , \quad \text{et} \quad 6e < 6ad ; \quad \text{car} \quad e < e' .$$

En effet, les arcs  $\widehat{MN_1}$  et  $\widehat{MN_2}$  sont égaux, et chacun mesure  $\left(\frac{2\pi a}{12}\right)$ ; la corde  $\overline{MN_2}$  est égale au côté  $C_{12}$  du dodécagone régulier inscrit dans le cercle de rayon  $(2a)$ , et vaut  $2a\sqrt{2-\sqrt{3}}$ ; la corde  $\overline{MN_1}$  est plus petite que  $\overline{MN_2}$ , son minimum étant  $(a)$  et correspondant au maximum  $a(2-\sqrt{3})$  de  $(2d)$ ; cette valeur minima est atteinte lorsque la développée curviligne se *creusant* de plus en plus se réduit à trois segments de droites de longueur  $a$  (fig. 5); la différence entre les cordes  $\overline{MN_2}$  et  $\overline{MN_1}$  est



donc, au maximum, égale à:

$$a [2\sqrt{2-\sqrt{3}} - 1] = 0,036a .$$

D'autre part, la courbure le long de  $\widehat{MN_1}$  est toujours supérieure à la courbure constante de  $\widehat{MN_2}$ ; car le rayon de courbure

sur  $\widehat{MN_1}$  est  $\leq 2a$ ; et la flèche de l'arc  $\widehat{MN_1}$  est plus grande que celle de l'arc  $\widehat{MN_2}$ .

Il résulte de tout cela que l'aire comprise entre l'arc  $\widehat{MN_1}$  et sa corde est plus grande que celle comprise entre l'arc  $\widehat{MN_2}$  et sa corde; autrement dit  $e < e'$ ; et la différence  $\varepsilon$  entre  $e$  et  $e'$  s'évanouit avec  $(d)$  et croît avec  $(d)$ ; on peut donc écrire:

$$e = e' - \varepsilon = ad - \varepsilon ;$$

on a donc bien  $6e < 6ad$ .

D'autre part, on a pour  $(2t)$ :

$$t = (2a - d)d\sqrt{3} ; \quad 2t = 2ad\sqrt{3}\left(2 - \frac{d}{a}\right) ;$$

le maximum de  $(2d)$  étant, comme on l'a dit plus haut,  $a(2 - \sqrt{3})$ , on en tire:

$$\frac{2d}{a} \leq 2 - \sqrt{3} ; \quad 2 - \frac{d}{a} \geq \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 ;$$

$$2t \geq 2ad\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right) ;$$

$$2t \geq ad(3 + 2\sqrt{3}) \quad \text{ou} \quad 2t \geq 6,464 ad .$$

On voit alors qu'on a:

$$2t - 6e > ad(2\sqrt{3} - 3) \quad \text{ou} \quad 2t - 6e > 0,464 ad , \quad (1)$$

ce qui montre que  $2t > 6e$ .

3. On peut écrire:

$$2t - 6e > 2d[a(2\sqrt{3} - 3) - d\sqrt{3}] , \quad (1')$$

où le deuxième membre est supérieur au deuxième membre de  $(1)$ ; il manque, au deuxième membre de  $(1')$ , la quantité  $6\varepsilon$ , positive et croissante avec  $(d)$ .

Les racines du second membre de  $(1')$  sont  $d = 0$  et  $d = a(2 - \sqrt{3})$ ; le maximum de ce second membre est atteint pour  $d = \frac{a(2 - \sqrt{3})}{2}$ , ou  $2d = a(2 - \sqrt{3})$ ; or,  $(2d)$  ne peut pas dépasser cette valeur géométriquement; elle correspond au cas du cercle; le minimum *pratique* est atteint pour  $d = 0$ , cas de la courbe de Reuleaux.

Le deuxième membre de (1') est une fonction croissante de la variable ( $d$ ), de  $2d = 0$  à  $2d = a(2 - \sqrt{3})$ . Le terme manquant ( $6\varepsilon$ ) est également croissant avec ( $d$ ). Donc la différence ( $2t - 6e$ ) est une fonction croissante de ( $d$ ), quand ( $2d$ ) passe de  $0$  à  $a(2 - \sqrt{3})$ , son maximum. Il en résulte que, plus la développée curviligne de  $O_1$  se creuse, plus l'aire  $O_1$  dépasse l'aire  $O_2$ ; le maximum de  $O_1$  est atteint dans le cas du cercle (cas de la fig. 5).

Or, plus la valeur de ( $d$ ) est grande, plus la développée se creuse, et plus l'amplitude du mouvement rectiligne alternatif final est petite.

J. ZENDER. — *Sur l'état rhizopodial des haustoriums du Cuscuta europaea.*

Au cours d'un travail sur l'anatomie des plantes parasites phanérogames, notre attention a été attirée sur un phénomène nouveau qui a été constaté sur les haustoriums de la Cuscute.

On sait que ce parasite, qui attaque une grande variété de plantes, s'introduit dans l'hôte, à partir d'un disque d'adhésion, au moyen d'un sucoir qui pénètre à une profondeur variable et ceci selon la résistance mécanique ou sérologique que lui présente la plante infectée. De ce sucoir qui présente parfois, à son extrémité, une espèce d'épithélium à cellules allongées, partent des cellules haustorium proprement dites, lesquelles sont des tubes riches en protoplasma avec un noyau hypertrophié, qui parfois pénètrent, en se glissant entre les cellules corticales, jusqu'au liber, souvent même, traversant le bois, jusque dans la moelle. On sait que souvent l'extrémité de ces tubes se ramifie irrégulièrement et que quelques-uns, situés dans le prolongement du faisceau du sucoir, se différencient en trachées, qui viennent se raccorder au bois de l'hôte. Mais le fait nouveau qui a retenu notre attention, c'est la manière dont les haustoriums sucoirs secondaires se comportent vis-à-vis des cellules nourricières. On pourrait supposer que l'action de ces haustoriums s'exercerait au travers de la membrane de leurs cellules par le moyen de ferments qui, solubilisant les réserves et le plasma de l'hôte, prépareraient les matières solubles suscepti-