vérifier plus exactement le principe de l'inertie, il serait indiqué de remplacer le fil de suspension par un cordon sans fin tendu entre deux poulies.

Séance du 17 mars 1921.

D. Mirimanoff. — *La transformation de Lorenz-Einstein et le temps universel de M. Ed. Guillaume.*

Dans une série de communications et d'articles, M. Ed. Guillaume a cherché à introduire dans la théorie de la relativité une représentation *monoparamétrique* du temps. Il a réussi à donner de ce problème une solution intéressante dans le cas où le nombre des systèmes de référence est égal à deux. Cette solution comporte, comme on sait, une interprétation géométrique simple.

Je me propose d'en donner une interprétation nouvelle. Je ferai voir que le paramètre t de M. Guillaume ne diffère que par un facteur constant du temps τ d'un système particulier d'Einstein que j'appelle système médian[1]. A chaque couple de systèmes de référence correspond un système médian et un paramètre t de M. Guillaume. On se rend mieux compte alors pourquoi le procédé de M. Guillaume n'aboutit plus lorsque le nombre n des systèmes de référence est supérieur à deux. En effet, pour $n > 2$ le nombre des systèmes médians et par conséquent celui des paramètres t est supérieur à un et ces paramètres sont en général distincts.

1. *Système médian.* Soient S_1 et S_2 deux systèmes de référence d'Einstein animés l'un par rapport à l'autre d'un mouvement de translation uniforme le long des axes $o_1 x_1, o_2 x_2$. Je suppose que la transformation de Lorenz-Einstein soit applicable à ces systèmes et que par conséquent les coordonnées x_1, x_2 et les temps τ_1, τ_2 soient liés par les relations

$$\begin{aligned} x_1 &= \beta(x_2 + \alpha c\tau_2) \ , & x_2 &= \beta(x_1 - \alpha c\tau_1) \ , \\ c\tau_1 &= \beta(c\tau_2 + \alpha x_2) \ , & c\tau_2 &= \beta(c\tau_1 - \alpha x_1) \ , \end{aligned} \qquad (1)$$

[1] Ce terme m'a été suggéré par M. Plancherel.

où $\alpha = \frac{v}{c}$, $\beta^2 = \frac{1}{1-\alpha^2}$, v étant la vitesse de S_2 par rapport à S_1.

Envisageons maintenant un 3^me^ système S parallèle à S_1 et S_2 et animé également d'un mouvement de translation le long de ox_1. Soit v_0 sa vitesse par rapport à S_1. La transformation de LORENZ s'applique encore et l'on a

$$\begin{aligned} x_1 &= \beta_0 (x + \alpha_0 c\tau) \,, & x &= \beta_0 (x_1 - \alpha_0 c\tau_1) \,, \\ c\tau_1 &= \beta_0 (c\tau + \alpha_0 x) \,, & c\tau &= \beta_0 (c\tau_1 - \alpha_0 x_1) \,, \end{aligned} \tag{2}$$

où x et τ sont l'abscisse et le temps correspondants dans S, $\alpha_0 = \frac{v_0}{c}$, etc.

Supposons que la vitesse de S_2 par rapport à S soit aussi égale à v_0. Je dirai que le système S est le système médian correspondant. Comment s'expriment v_0, α_0, β_0 en fonction de v, α, β ? Pour le trouver il suffit d'exprimer x_1, τ_1 en fonctions des paramètres x, τ (form. (2)) et ces derniers en fonction de x_2, τ_2 et identifier les formules finales avec (1), ce qui donne

$$\frac{2\alpha_0}{1+\alpha_0^2} = \alpha \,, \quad \alpha_0 = \frac{\beta - 1}{\alpha\beta} \,, \quad \beta_0^2 = \frac{\beta + 1}{2} \,, \quad (1 - \alpha\alpha_0)\beta = 1 \,. \tag{3}$$

2. *Contraction.* Envisageons deux points P′ et P″. Soient x'_1, x'_2, x' ; x''_1, x''_2, x'' leurs coordonnées dans S_1, S_2 et S au même moment τ (temps d'EINSTEIN du système médian). En vertu de (2)

$$x'_1 = \beta_0 (x' + \alpha_0 c\tau) \,, \quad x''_1 = \beta_0 (x'' + \alpha_0 c\tau) \,.$$

Donc

$$x''_1 - x_1 = x''_2 - x'_2 \,. \tag{4}$$

Il n'y a donc pas de contraction, pourvu que P′ et P″ soient envisagés au même moment τ.

La réciproque est vraie, en d'autres termes: Si la contraction n'a pas lieu en adoptant le temps τ d'un système d'EINSTEIN, ce système est le système médian.

3. *Autre relation.* Soit P un point d'abscisses x_1 et x_2 dans S_1 et S_2. On a, en remplaçant dans la 1^re^ formule (1) le paramètre τ_2 par son expression en fonction de x_2 et τ

$$x_1 = \beta \left\{ (1 - \alpha\alpha_0)\, x_2 + \frac{\alpha}{\beta_0}\, c\tau \right\} = x_2 + \frac{\beta}{\beta_0}\, v\tau\,, \tag{5}$$

en vertu de (3).

4. *L'heure universelle de M. Guillaume.* Soit k une fonction quelconque de v. Comme v est const., k est constant. Supposons $k > 0$ et posons $t = k\tau$. Si au lieu du temps d'EINSTEIN τ, on adopte le temps t, la simultanéité n'est pas troublée. L'égalité (4) reste vraie, donc pas de contraction, l'égalité (5) s'écrit $x_1 = x_2 + \frac{1}{k}\frac{\beta}{\beta_0} vt$. Supposons en particulier que $k = \frac{\beta}{\beta_0}$, d'où $t = \frac{\beta}{\beta_0}\tau$. L'équation (5) s'écrit

$$x_1 = x_2 + vt\,. \tag{6}$$

Multiplions la 2me équation du second groupe (2) par $k = \frac{\beta}{\beta_0}$, il vient, en vertu de (3),

$$c\tau_1 = \frac{c}{\beta}\, t + \frac{\beta - 1}{\alpha\beta}\, x_1\,.$$

On tombe, comme on voit, sur l'équation qui définit le temps universel t de M. GUILLAUME[1]. Par conséquent le temps t défini par $t = \frac{\beta}{\beta_0}\tau$ est bien le paramètre de M. GUILLAUME. Il ne diffère du temps τ du système médian que par le facteur constant $k = \frac{\beta}{\beta_0}$.

5. *Cas de trois systèmes.* Envisageons trois systèmes S_1, S_2, S_3 parallèles animés d'un mouvement de translation uniforme parallèlement aux axes des x. Soient v_{12}, v_{13}, v_{23} les vitesses relatives de S_2 par rapport à S_1, de S_3 par rapport à S_1, de S_3 par rapport à S_2 et t_{12}, t_{13}, t_{23} les paramètres de M. GUILLAUME. On aura alors en vertu de (6).

$$x_1 = x_2 + v_{12}\, t_{12}\ ; \quad x_1 = x_3 + v_{13}\, t_{13}\ ; \quad x_2 = x_3 + v_{23}\, t_{23}\ ;$$

par exemple l'abscisse x_1 de O_2 est donnée par $x_1 = v_{12}\, t_{12}$, celle de O_3 par $x_1 = v_{13}\, t_{13}$. Les paramètres t_{12}, t_{13}, t_{23} ne doivent pas être confondus entre eux.

[1] GUILLAUME, Ed. *La théorie de la relativité en fonction du temps universel.* Arch Sc. phys. et nat. (4), 46, p. 309.