Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 3 (1921)

Artikel: Quanta lumineux d'Einstein et structure spatiale du rayonnement

Autor: Wolfke, M.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741079

jusqu'à la surface de la cathode, la distance de potentiel minimum est donnée par la formule connue :

$$x_n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{e}{v/L}}$$

où e désigne la charge des électrons et v/L l'intensité moyenne du champ. Lors d'une émission homogène d'électrons, on trouve en vertu des hypothèses faites au début :

$$j/j_{\max} = e^{-\frac{x_m}{\lambda}} + \frac{x_m}{\lambda} E_i\left(-\frac{x_m}{\lambda}\right) ; \qquad (1)$$

par contre pour une sortie normale

$$j/j_{\max} = e^{-\frac{x_m}{\lambda}} ; \qquad (2)$$

j/j_{max} est le degré de saturation, c'est-à-dire le rapport du courant de passage au courant primaire d'électrons. λ le libre parcours des électrons dans le gaz considéré et $E_i(-z)$ l'intégrale exponentielle définie par la relation

$$E_i(-z) = \int_{\infty}^{z} \frac{1}{u} e^{-u} du .$$

Tant que $\frac{x_m}{\lambda}$ n'est pas sensiblement inférieur à 0,2 environ, la première formule donne les résultats expérimentaux avec une très grande approximation. La valeur de λ dans l'air et dans l'hydrogène concorde bien avec les résultats donnés par la théorie cinétique des gaz ainsi que par les mesures d'absorption faites par Lenard et ses élèves et par Robinson.

La formule (2) répondant à l'émission normale ne fournit pas de résultats concordant de façon satisfaisante avec l'expérience. On peut donc conclure de ce qui précède sans grand arbitraire que les hypothèses faites pour la dernière formule sont fondées.

WOLFKE, M. (Zurich). — *Quanta lumineux d'Einstein et structure spatiale du rayonnement.*

D'après Einstein [1], le rayonnement noir pour les faibles densités de rayonnement, c'est-à-dire dans le domaine de validité de la formule de Wien se comporte comme s'il se composait de quanta discrets, indépendants l'un de l'autre dans l'espace, $h\nu$. Pour les plus grandes densités de rayonnement il suffit comme Debye [2] l'a démontré d'ad-

[1] EINSTEIN, A. *Ann. d. Phys.* (4), *17*, 132, 1905. *Physik. Zeitschr.* 10, 185 et 817, 1909. *Verhandlung. der D. Phys. G.* *18*, 318, 1916. *Physik. Ztsch.*, *18*, 121, 1917.

[2] DEBYE, P. *Ann. d. Phys.* (4), *33*, 1427, 1910.

mettre que l'énergie de rayonnement est répartie en quanta $h\nu$ sur les fréquences propres du vide, pour parvenir à la loi de rayonnement de Planck. Moi-même [1] j'ai obtenu la loi de Planck en admettant que l'énergie de rayonnement est répartie sur des atomes lumineux discrets, comme conséquence, on obtenait que les quanta lumineux d'Einstein perdent leur indépendance spatiale pour de plus grandes densités de rayonnement [2]. Nous déduisons ici les relations spatiales reliant les quanta lumineux de la loi de Planck.

Nous démontrerons d'abord que *le rayonnement noir se compose de rayonnements partiels conformes à la formule de Wien et indépendants entre eux au point de vue thermodynamique.*

La densité u de rayonnement de Planck peut se développer en série

$$\mathfrak{u} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \sum_{i=1}^{i=\infty} \mathfrak{u}_i = \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\frac{ih\nu}{kT}} \tag{1}$$

dont chaque terme a une expression analogue à la loi de rayonnement de Wien. Si tous ces rayonnements partiels $\mathfrak{u}_i$ sont indépendants au point de vue thermodynamique, la somme des densités d'entropie σ_i doit être égale à la densité d'entropie σ du rayonnement total, donc

$$\sum_{i=1}^{i=\infty} \sigma_i = \sigma \, . \tag{2}$$

De la condition pour le maximum de l'entropie on déduit la relation [3] :

$$\frac{\partial\sigma_i}{\partial\mathfrak{u}_i} = \frac{1}{T} \, . \tag{3}$$

En calculant à l'aide de la relation (1) la valeur de $\frac{1}{T}$ et en portant dans l'équation (3), nous obtenons une équation différentielle, qui, intégrée, nous donne :

$$\sigma_i = -\frac{k\mathfrak{u}_i}{ih\nu}\left(\log\frac{c^3\mathfrak{u}_i}{8\pi h\nu^3} - 1\right) .$$

Formons la somme de toutes ces densités d'entropie et remplaçons $\mathfrak{u}_i$ par l'expression (1). En effectuant la sommation, nous obtenons

[1] Wolfke, M. *Verhandlung. der D. Phys. G. 15*, 1123, 1215, 1913.

[2] Wolfke, M. *Verhandlung. der D. Phys. G. 16*, 4, 1914. Voir la polémique de l'auteur avec G. Krutkon, *Phys. Ztsch. 15*, 133, 308, 363 et 463, 1914.

[3] Planck, M. Vorlesung über die Theorie der Wärmestrahlung, 2e édit., §§ 90-93, p. 87-89.

après transformation en tenant compte de nouveau de la relation (1):

$$\sum_{i=1}^{i=\infty} \sigma_i = \frac{8\,\pi\,k\,\nu^2}{c^3} \left\{ \left(1 + \frac{c^3 u}{8\pi h \nu^3}\right) \log \left(1 + \frac{c^3 u}{8\pi h \nu^3}\right) - \frac{c^3 u}{8\pi h \nu^3} \log \frac{c^3 u}{8\pi h \nu^3} \right\} .$$

Cette expression n'est pas autre chose que la densité d'entropie du rayonnement noir [1].

Nous voyons que la relation (2) est vérifiée, ce qui démontre le théorème énoncé. Si l'on étudie le sens physique d'un tel rayonnement partiel d'après la méthode d'Einstein [2], on constate que le i-ème rayonnement partiel se compose de quanta $i h\nu$ spatialement indépendants. Nous appellerons ces quanta lumineux, composés de i quanta $h\nu$, *molécules lumineuses* par opposition aux *atomes lumineux* se composant d'un seul quantum $h\nu$. Il en résulte donc que le rayonnement noir considéré au point de vue de l'hypothèse des quanta lumineux d'Einstein se compose de molécules lumineuses spatialement indépendantes $h\nu$, $2h\nu$, $3h\nu$,...

Formons le rapport

$$\frac{n_i}{n_{i+1}} = \frac{i+1}{i} e^{\frac{h\nu}{kT}} \tag{4}$$

du nombre de molécules lumineuses de i quanta à celui de $i+1$ quanta. Dans le domaine de validité de la loi de rayonnement de Wien, donc pour de faible densité de rayonnement, $\frac{h\nu}{kT}$ est très grand par rapport à 1 et le rapport (4) devient très grand, de sorte que pratiquement seuls les atomes lumineux interviendront. Pour les valeurs décroissantes de $\frac{h}{kT}$, donc pour une valeur croissante de la densité de rayonnement, le rapport (4) deviendra de plus en plus petit et la série (1) convergera de plus en plus lentement. De cette façon, les molécules lumineuses d'un plus grand nombre de quanta apparaissent peu à peu.

Nous voyons donc *comment, pour une densité croissante de rayonnement, il se produit une association de quanta lumineux constituant des molécules lumineuses de plus en plus compliquées. Pour de très grandes valeurs de la densité de rayonnement, dans le domaine de validité de la loi de* Jeans-Rayleigh, *les quanta s'agglomèrent et forment un continu. Réciproquement, avec une densité décroissante, le continu de rayonnement se dissocie en molécules lumineuses de plus*

[1] Planck, M. L. c., Relation, 279, p. 163.

[2] Einstein, A. *Ann. d. Phys.*, (4), l. c., § 5.

en plus simples pour se résoudre enfin dans le domaine de validité de la formule de Wien *en atomes lumineux discrets.*

Juvet, Gustave (Neuchâtel). — *Quelques remarques sur les équations de la gravitation.*

Le but de cette communication est de montrer qu'il est possible de mettre les équations de la gravitation sous forme canonique. On sait que la forme canonique des équations du mouvement, en mécanique classique, est liée très intimément au principe variationnel d'Hamilton; c'est en écrivant qu'une certaine intégrale simple a une variation nulle qu'on obtient les équations canoniques dont l'intégration se ramène à la recherche d'une intégrale complète de certaine équation aux dérivées partielles, dite de Jacobi.

Or, M. Einstein a pu déduire les équations de la gravitation (celles qui donnent les g_{ik}) d'un principe variationnel; mais ici, il s'agit d'écrire que la variation d'une intégrale *quadruple* est nulle; $\delta\int\int\int\int \mathrm{W}\, dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4 = 0$. W étant une fonction des g_{ik} et des $g_{ik,\nu} = \frac{\partial g_{ik}}{\partial x_\nu}$. Grâce à une transformation qui généralise celle de Poisson-Hamilton :

$$p^{ik,\nu} = \frac{\partial \mathrm{W}}{\partial g_{ik,\nu}}$$

et à l'introduction de la fonction :

$$\mathrm{H} = -\mathrm{W} + \sum_{ik,\nu} p^{ik,\nu}\, g_{ik,\nu}$$

les équations de M. Einstein prennent la forme canonique :[1]

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_\nu} = \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial p^{ik,\nu}}$$

$$\sum_\nu \frac{\partial p^{ik,\nu}}{\partial x_\nu} = -\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial g_{ik}}$$

Admettons que les g_{ik} sont connus dans une région de l'espace à 4 dimensions, grâce aux équations de M. Einstein et à certaines conditions aux limites sur lesquelles il y aura lieu de revenir dans des notes ultérieures; appelons R_3 la frontière qui porte les données aux limites, alors la fonction :

$$\mathrm{I} = \int\int\int\int \mathrm{W}\, dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4$$

est une fonction de l'espace R_3 (au sens de M. Volterra) et cette fonction dépend de la suite des valeurs qu'on se donne sur la frontière. En

[1] Cf. Volterra, *Rendiconti dei Lincei,* 1890, p. 46. — Fréchet, *Annali di Matematica,* 1905. — de Donder: Equations canoniques de Hamilton-Volterra, 1911, Gauthier-Villars.