

**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 2 (1920)

**Artikel:** Nouvelle détermination du coefficient d'aimantation de l'eau  
**Autor:** Piccard, Auguste / Devaud, Albert  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-742580>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

NOUVELLE DÉTERMINATION  
DU  
COEFFICIENT D'AIMANTATION DE L'EAU  
PAR  
**Auguste PICCARD et Albert DEVAUD**  
(Avec 3 fig.).

### INTRODUCTION

Le coefficient d'aimantation de l'eau est une grandeur fondamentale dont la connaissance exacte est nécessaire à la réalisation de nombreuses mesures magnétiques dans lesquelles l'eau sert de substance étalon. Citons, d'une part, la détermination des coefficients d'aimantation des sels paramagnétiques en valeur absolue et le calcul de leur nombre de magnétions, d'autre part, la mesure exacte des champs magnétiques intenses. Ce dernier procédé rapide a l'avantage d'être très sûr, l'eau étant facile à reproduire partout dans les mêmes conditions de pureté.

Le tableau ci-dessous, extrait du « Recueil des constantes physiques », montre cependant que la valeur absolue du coefficient d'aimantation de l'eau était encore tout à fait incertaine jusqu'à il y a une dizaine d'années.

#### *Diamagnétisme : Eau*

Les nombres de ce tableau ont tous été rapportés au vide

Température	$\chi$ ou $\alpha$ ( $D = 1$ )	Auteurs	
20°	$-0,80 \cdot 10^{-6}$	Quinke	1885
22	83	Du Bois	1888
amb.	72	S. Henrichsen	1892
15 à 19	79	P. Curie	1895

*Diamagnétisme : Eau*

(Suite).

Température	$\chi$ ou $\alpha$ ( $D = 1$ )	Auteurs	
10	74	Townsend	1896
20	74	Fleming et Dewar	1898
20	78	J. Königsberger	1898
23	78	Piaggesi	1902
22	705	Stearns	1903
22	77	O. Scarpa	1905
22	695	Wills	1905
24	72	P. Sève	1911
20	72	A. Piccard	1912

Seules, les mesures récentes concordent à quelques  $\%$  près :

24°,2	— 0,720	P. Sève <sup>1</sup>	1911
20	— 0,7193	A. Piccard <sup>2</sup>	1912
21	-- 0,721	de Haas et Drapier <sup>3</sup>	1913

Cette exactitude n'est pas suffisante si l'on considère la très grande précision des recherches faites ces dernières années sur de nombreux corps paramagnétiques, l'eau servant presque toujours de terme de comparaison.

## CHAPITRE PREMIER — MÉTHODE

Nous cherchons à atteindre une précision de 0,5 %. Dans ces conditions, la méthode d'ascension présentant seule les qualités requises, nous l'avons choisie d'emblée.

De ce fait, notre travail se divise en deux parties distinctes :

- 1° la mesure d'un champ magnétique en unités absolues,
- 2° la mesure de l'ascension de l'eau dans ce champ.

Pour l'exécution du travail, nous avons eu recours à la longue expérience d'un laboratoire pour lequel les mesures de précision sont devenues une spécialité.

<sup>1</sup> *Journal de Physique*, 1913, p. 29.

<sup>2</sup> *Arch. des sc. phys. et nat.*, XXXV, 1913, p. 209.

<sup>3</sup> *Annalen der Physik*, 1913, 42, p. 673.

Faisons remarquer dès maintenant que la méthode, telle qu'elle est exposée ci-dessous, a pu être appliquée entièrement et qu'aucune modification n'a dû être faite au cours des mesures.

*Le champ magnétique* est produit par un *Electro-aimant*.

La culasse est constituée par un cadre de fer doux coulé (Fischer, Schaffhouse). Les pièces polaires, très exactement ajustées, sont fixées par six vis chacune. L'enroulement, fait de tube de cuivre, (syst. P. Weiss) permet un refroidissement hydraulique parfait. Les deux bobines, de 300 tours chacune, sont placées électriquement en série et présentent une résistance totale de 0,6 ohms.

Le courant secondaire d'un transformateur alimenté par du courant alternatif de 105 volts (voir schéma) porte l'eau de refroidissement à la température constante de 20° c. L'interrupteur du circuit primaire et le robinet de la conduite hydraulique sont solidaires l'un de l'autre. Ce dispositif permet d'interrompre le refroidissement en même temps que le courant d'excitation de l'aimant. Ainsi, l'aimant reste à l'état de régime et le champ peut être réglé avec grande précision.

Les détails de construction sont donnés par la fig. 1.

**Données numériques :**

Deux bobines	chacune de 20 couches de 15 tours, branchées hydrauliquement en parallèle sur la conduite de la ville (6,5 at).
Tube de cuivre	diamètre extérieur 5,75 mm ; diamètre intérieur 4,25 mm.
Charge normale	51,2 ampères, 30,7 volts aux bornes, 1570 watts.
Entrefer	diamètre des noyaux 90 mm ; diamètre des surfaces frontales 37,5 mm ; distance des surfaces frontales 6 mm ; hauteur du cylindre frontal 0,5 mm ; angle d'ouverture des cônes 120°.
Champ	excité 24686 Gauss, rémanant 131 Gauss.

La mesure du courant se fait au moyen d'un système de compensation représenté par le schéma et dont il sera encore

question plus loin. Disons seulement qu'il est facile de maintenir le courant constant à 1: 50000 près de sa valeur absolue. Du reste, une mesure préliminaire a fourni le résultat:

$$\frac{dH}{H} : \frac{dI}{I} = 0,1$$

où H désigne le champ et I le courant.

L'excitation est toujours exécutée de la même façon (alternativement positive et négative) afin d'éviter les erreurs provenant de l'hystérose, erreurs très faibles d'ailleurs pour un aimant fortement excité.

#### *Topographie du champ.*

Nos appareils de mesure absolue occupant un certain domaine dans l'entrefer, il faut déterminer la variation du champ dans cette région. Cette mesure relative se fait au moyen d'un galvanomètre balistique situé dans le circuit d'une petite bobine déplacée rapidement dans l'entrefer. Le mouvement est repéré exactement (à 1 : 20 mm près) grâce aux deux lunettes d'un cathétomètre donnant, l'une, une projection verticale, l'autre, une projection horizontale. (Un miroir à 45° est placé au-dessous des pièces polaires; voir fig. 2).

La carte topographique ainsi obtenue sert, comme nous verrons, à exprimer le champ moyen  $H_m$ , agissant sur l'appareil de mesure, en fonction du champ  $H_0$  régnant au centre de l'entrefer. Dans le domaine utilisé, le plus grand écart comporte 1 : 4000 de  $H_0$  et sur un très faible espace seulement. Lors de la construction de l'aimant, des mesures provisoires de ce genre ont permis d'apporter de légères modifications successives à la forme des pièces polaires de façon à obtenir le beau résultat énoncé plus haut.

#### *Mesure du Champ en unités absolues.*

*Idée fondamentale de la méthode.* — Si nous pouvons mesurer la force exercée par le champ H sur un élément, de longueur connue, d'un conducteur électrique parcouru par le courant constant  $i$ , nous déduirons pour H une expression de la forme:

$$H = a \cdot i, \quad (1)$$

où  $a$  dépend de différentes grandeurs mesurables.

C'est la mesure électrodynamique.

D'autre part, si nous faisons passer le même courant dans un solénoïde de précision, de dimensions exactement connues, il y produira un champ  $h$  proportionnel à  $i$  et facile à calculer. Nous comparons les champs  $H$  et  $h$  au moyen de l'induction et trouvons une expression de la forme :

$$H = b \cdot i, \quad (2)$$

où  $b$  est connu.

C'est la mesure par induction.

De (1) et (2), on tire :

$$H = \sqrt{a \cdot b},$$

expression indépendante de la valeur de  $i$ .

### *Mesure du courant principal.*

Comme nous venons de voir, une erreur dans la détermination du courant  $i$ , en valeur absolue, n'a pas d'influence sur le résultat final du travail. Cependant, nous avons mesuré ce courant avec le plus grand soin afin d'obtenir un contrôle de nos mesures de champ.

Le courant principal  $i$  est choisi, tel qu'il produise aux bornes d'une résistance étalon de 1 ohm international (Siemens & Halske) une différence de potentiel égale à la f. é. m. d'un élément étalon Weston (Weston & Cie). La comparaison de ces deux différences de potentiel s'effectue au moyen d'un système de compensation (voir schéma fig. 3). Un courant auxiliaire fourni par un accumulateur, est réglé de façon à produire entre deux points du circuit une différence de potentiel compensée exactement par le Weston. Alors, par l'intermédiaire d'une bascule, la résistance étalon est substituée à l'élément étalon. Le courant principal est réglé jusqu'à ce qu'il y ait de nouveau compensation. Dans ces conditions, le courant principal a la valeur  $i$  définie plus haut.

Il est clair qu'on aurait pu théoriquement se passer de l'appa-

reil de compensation et de l'accumulateur en mettant simplement en série le galvanomètre, la résistance étalon et le Weston. Mais alors, la moindre inattention eût mis ce dernier en danger. Du reste, grâce à la bascule, le contrôle de l'étalonnage du potentiomètre et la correction éventuelle se font en quelques secondes au cours de la mesure elle-même. Les résistances de réglage et tous les dispositifs du circuit ont été perfectionnés à tel point que le courant principal, fourni par une batterie indépendante d'accumulateurs, peut facilement être maintenu constant pendant plusieurs heures à 1 : 100000 près de sa valeur absolue nominale  $i$ . Cette valeur est celle du quotient de la f. é. m. du Weston par la résistance de l'étalon. Ces deux appareils ont été contrôlés (juin 1920) par le Bureau fédéral des poids et mesures. L'examen a fourni les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{Weston} & \text{f.é.m. } 1,0187_6 & \text{Volts à } 19,8^\circ \text{ C.} \\ \text{Résistance} & r & 0,9999_3 \text{ Ohm à } 20^\circ \text{ C.} \end{array}$$

d'où la valeur de :

$$i = \frac{1,01876}{0,99993} = 1,01883 \text{ Ampères,}$$

$$i = 0,101883 \text{ unités c.g.s.}$$

#### *Mesure électrodynamique.*

Cette mesure est effectuée généralement avec la balance de Cotton. L'expérience a montré qu'il est très difficile de mesurer avec la précision nécessaire à notre but, les éléments géométriques qui interviennent dans le calcul ; citons entre autres la difficulté qu'il y a à déterminer les corrections nécessitées par les défauts éventuels des conducteurs en arc de cercle. Pour éviter ces inconvénients, nous avons fait construire par le mécanicien Herrmann (Zurich) une balance spéciale qui remplace la rotation des conducteurs de la balance de Cotton par une translation. De cette façon, nous avons l'avantage de pouvoir utiliser des conducteurs rectilignes.

La figure 2 montre la nouvelle balance dans la position qu'elle occupe relativement à l'aimant pendant une pesée. Deux fléaux identiques réalisent le mouvement de translation de la suspen-

sion portant le conducteur électrique. Ce dernier est constitué par la couche d'argenture d'une face longitudinale de deux baguettes de verre rectilignes, longues de 27,5 cm, de section carrée, (0,5 cm  $\times$  0,5 cm) et taillées planes parallèles à 5" près dans les ateliers Zeiss. Deux petits cubes de verre, de 0,5 cm d'arête, taillés avec la même précision, maintiennent la distance des baguettes. Le courant passe de l'une à l'autre dans la partie inférieur au moyen d'une lamelle d'étain, « le pont », qui constitue notre élément de conducteur sur lequel agit la force à mesurer.

Par la permutation des conducteurs rectilignes dans leur position relative, en prenant la moyenne des deux résultats, nous éliminons les erreurs que produirait un défaut de taille ou d'argenture. Le montage est tel que les deux couches d'argent sont tournées du même côté. Grâce à cette disposition, la distance des deux conducteurs se mesure avec une grande sûreté sur une machine à diviser. Le chariot est muni d'un doigt d'acier terminé par une petite boule d'argent servant à établir un contact électrique avec la couche d'argenture des baguettes. Ce contact ferme un circuit électrique dérivé sur un shunt du circuit d'un courant alternatif de faible intensité. Un microphone placé dans le circuit dérivé, permet de déterminer les positions de contact. (Les causes d'erreurs fortuites telles que le jeu de la vis micrométrique et la déformation du doigt sont éliminées automatiquement par la disposition même de la mesure).

Comme le champ de notre aimant est très homogène, de petites irrégularités du pont produisent des erreurs à peine appréciables par le calcul.

Un petit câble soigneusement tordu, formé de fil de cuivre de 0,1 mm de diamètre, doublement isolé à la soie imprégnée de gomme-laque, constitue les chemins d'amenée et de retour du courant. Les contrepoids de droite, vissés sur la tige effilée des fléaux, sont tels que, quelle que soit la direction de la force exercée par l'aimant, l'équilibre puisse être rétabli en plaçant des poids sur le plateau. Ce dernier, faisant corps avec la suspension, nous évitons les erreurs provenant, dans la balance ordinaire, de l'inégalité des bras de levier. (Ces longueurs sont mal connues dans la balance de Cotton puisqu'on ne sait pas

rigoureusement en quel point agit la force exercée par l'aimant.) De plus, la suspension effectuant un mouvement de translation, la pesée est indépendante du point d'application des forces à mesurer. Pour éliminer les erreurs provenant de l'aimantation des différentes parties de la balance, nous faisons toujours des séries complètes de quatre mesures différentes suivant les quatre combinaisons possibles du courant et du champ ; savoir :

$$+ H + i \quad + H - i \quad - H - i \quad - H + i.$$

Soient

$$P_1, \quad P_2, \quad P_3, \quad P_4,$$

les poids respectifs nécessaires pour rétablir l'équilibre dans ces quatre pesées. La force verticale exercée par l'aimant sur le courant dans tout le conducteur sera en valeur absolue :

$$| P | = \left| \frac{P_1 + P_3}{2} - \frac{P_2 + P_4}{2} \right|,$$

#### *Measure par induction.*

Théoriquement, la comparaison des champs  $H$  de l'aimant et  $h$  du solénoïde d'étalonnement<sup>1</sup> pourrait se faire de la façon suivante :

Une bobine fermée sur un galvanomètre balistique est portée rapidement de l'entrefer de l'aimant en un point de champ nul. Si nous supposons que le galvanomètre donne une élévation rigoureusement proportionnelle au courant induit, il suffit de placer ensuite la bobine à l'intérieur du solénoïde. Nous commutons le courant du solénoïde, il passe brusquement de  $+i$  à  $-i$  ou de  $-i$  à  $+i$ . L'élévation du galvanomètre est proportionnelle à  $2h$ . A condition que la sensibilité du galvanomètre soit la même dans les deux opérations, le rapport des élévations est égal à celui des champs  $H$  et  $2h$ .

La réalisation de la méthode sous cette forme simple n'est pas possible, les champs à comparer étant d'ordres de grandeur beaucoup trop différents (24700 et 8 Gauss env.).

<sup>1</sup> Ce solénoïde a été construit autrefois par M. le Prof. Dr P. Weiss pour des mesures analogues. Voir *Arch. sc. phys. et nat.*, XXXIX, 1910, p. 184.

Nous avons donc adopté la méthode suivante :

1° Un circuit électrique est constitué par le galvanomètre balistique, une petite bobine d'étalonnement (de surface inconnue  $\sigma$ ) placée dans l'entrefer de l'aimant et un certain nombre d'anneaux en série, embrassant le solénoïde.

La bobine est sortie rapidement du champ, il en résulte une certaine élongation du galvanomètre; puis, le courant du solénoïde est commuté. Nous déterminons, par tâtonnement d'abord, par interpolation ensuite, le nombre  $n'$  (en général fractionnaire) d'anneaux produisant la même élongation que précédemment. Nous avons de la sorte :

$$H = 2 \cdot n' \cdot \frac{\varphi}{\sigma} . \quad (1)$$

où  $\varphi$  représente le flux magnétique à travers un anneau; ( $\varphi$  est supposé le même pour chaque anneau, pour une première approximation).

La détermination de  $\varphi$  et  $\sigma$  par des procédés géométriques étant peu certaine, nous nous servons de l'induction mutuelle pour exprimer ces deux grandeurs en fonction du champ du solénoïde d'étalonnement. Un procédé direct serait applicable si, soit la surface  $\sigma$  soit le champ  $h$ , étaient environ 20 fois plus grands, condition posée par la sensibilité du galvanomètre.

Ces considérations nous conduisent à la construction d'un solénoïde auxiliaire créant un champ  $h_a \sim 20 h$  et une bobine auxiliaire de surface  $\sigma_a \sim 20 \sigma$ .

Nous comparerons, d'une part, les aires des bobines dans le champ auxiliaire et, d'autre part, les flux  $h \cdot \sigma_a$  et  $\varphi$  produits par le solénoïde étalon respectivement à travers la bobine auxiliaire et un anneau.

2° La bobine d'étalonnement est placée dans le solénoïde auxiliaire. Nous cherchons, au moyen du galvanomètre balistique mis dans le circuit induit, le nombre  $n'$  d'anneaux (embrassant le même solénoïde) nécessaires pour compenser l'effet produit sur la bobine par la commutation du courant créant le champ.

La même opération se fait pour la bobine auxiliaire; elle est compensée par  $n'_a$  anneaux. Nous pouvons donc poser :

$$\frac{\sigma}{\sigma_a} = \frac{n'}{n'_a} . \quad (2)$$

3° La bobine auxiliaire est placée à l'intérieur du solénoïde étalon de champ  $h$ . Nous déterminons comme précédemment le nombre  $n'_a$  d'anneaux (embrassant le solénoïde étalon) nécessaires pour compenser l'effet produit sur la bobine par la commutation du courant  $i$ . Nous avons dès lors :

$$\sigma_a \cdot h = n'_a \cdot \varphi . \quad (3)$$

Des égalités (1), (2), (3), nous tirons :

$$H = 2 \cdot \frac{n'}{n'_a} \cdot \frac{\varphi'_a}{\varphi'} \cdot h . \quad (4)$$

Il est évident que, pour chacune des déterminations du nombre de spires de compensation, la résistance totale du circuit induit doit rester la même pour que l'interpolation soit possible. Dans ce but, de petits contacts de mercure, prévus à deux endroits, permettent d'intercaler dans le circuit, d'une part, près des solénoïdes, la bobine et le nombre d'anneaux nécessaires, d'autre part, (à une distance de 5 m. des solénoïdes et de l'aimant) les anneaux non utilisés pour la compensation.

Nous avons établi les relations précédentes en admettant que chacun des anneaux placés sur le même solénoïde embrasse le même flux. En réalité, ce flux est fonction de la position et de la grandeur de l'anneau ; mais, pour être ramené au cas précédent, il suffit de substituer au cas réel de  $N'$  anneaux embrassant un solénoïde de longueur finie le cas fictif de  $N$  anneaux embrassant le solénoïde « correspondant »<sup>2</sup> de longueur infinie. infinie. La correction effectuée ainsi est très faible parce que les différences de surface et de position des anneaux ne portent que sur le « champ de retour »<sup>3</sup> qui dans notre cas n'est que 5 % du champ total.

Faisons remarquer ici que toutes ces mesures d'induction, sauf celle de  $n'$ , ont l'avantage de porter sur des différences. Il est par conséquent facile d'atteindre la précision suffisante. Pour la détermination de  $n'$ , nous ne pouvons pas utiliser un

<sup>1</sup>  $N'$  désigne l'un quelconque des nombres  $n'$ ,  $n'_a$ ,  $\varphi'$ ,  $\varphi'_a$ .

<sup>2</sup> Nous appelons « correspondants » deux solénoïdes de même diamètre, même pas et parcourus par le même courant.

<sup>3</sup> Champ produit par les plages extrêmes

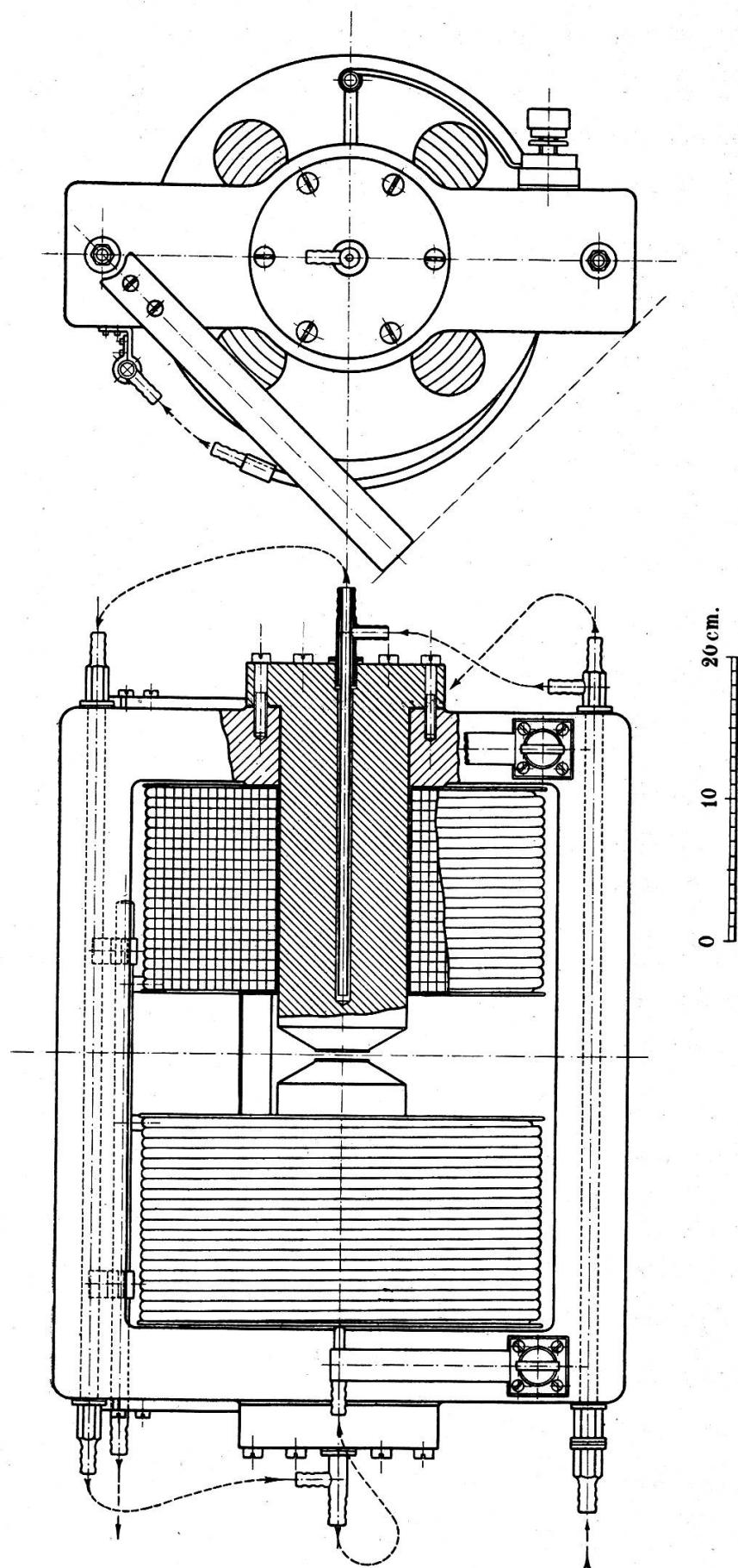


Fig. 1.

tel procédé parce qu'il est pratiquement impossible de commuter en même temps et avec la même rapidité le champ de l'aimant et le courant du solénoïde. La mesure elle-même montre d'ailleurs que même dans le cas de  $n'$ , où les conditions sont les moins avantageuses, il suffit de faire quelques séries d'observations pour atteindre l'exactitude désirée, à condition de faire varier, comme nous verrons, la sensibilité du galvanomètre et les limites d'interpolation.

*Remarque* : De toutes les dimensions géométriques d'appareils, intervenant dans « la mesure par induction » seul le pas du solénoïde étalon doit être déterminé avec grande précision.

#### *Détails de Construction.*

La bobine d'étalonnement se compose d'un noyau d'ivoire sur lequel sont enroulés 220 tours d'un fil de cuivre (11 couches de 20 tours chacune) de 0,08 mm de diamètre, isolé doublement à la soie gomme-laquée. (Diamètre moyen de l'enroulement = 6,65 mm). On a ménagé, sur l'une des faces frontales, une petite proéminence conique, axiale, permettant le repérage exact de la bobine dans le champ de l'aimant. L'autre face est pourvue d'un petit miroir plan, servant, dans les mesures d'induction mutuelle, à placer la bobine coaxialement avec le solénoïde.

La bobine auxiliaire est construite d'une façon analogue. Le noyau est d'ébonite ; l'enroulement, dont le diamètre moyen est de 33,5 mm, est constitué par 175 tours d'un fil de cuivre de 0,3 mm de diamètre isolé doublement à la soie gomme-laquée. Cette bobine est aussi munie d'un miroir plan.

Dans les deux cas, les fils d'amenée ont été tordus très soigneusement, ce qui suffit pour éviter des phénomènes d'induction parasite, puisque l'aire des bobines est respectivement : 7800 mm<sup>2</sup> et 154000 mm<sup>2</sup> environ. Pour parfaire l'isolation, les bobines ont été imprégnées de paraffine.

#### *Mesure d'ascension.*

Cette opération se fait à l'aide du tube d'ascension de Piccard<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> A. PICCARD. *Arch. sc. phy. et nat.*, XXXV, 1913, description plus détaillée dans A. TRÜMPFER, thèse, Zurich, 1917.

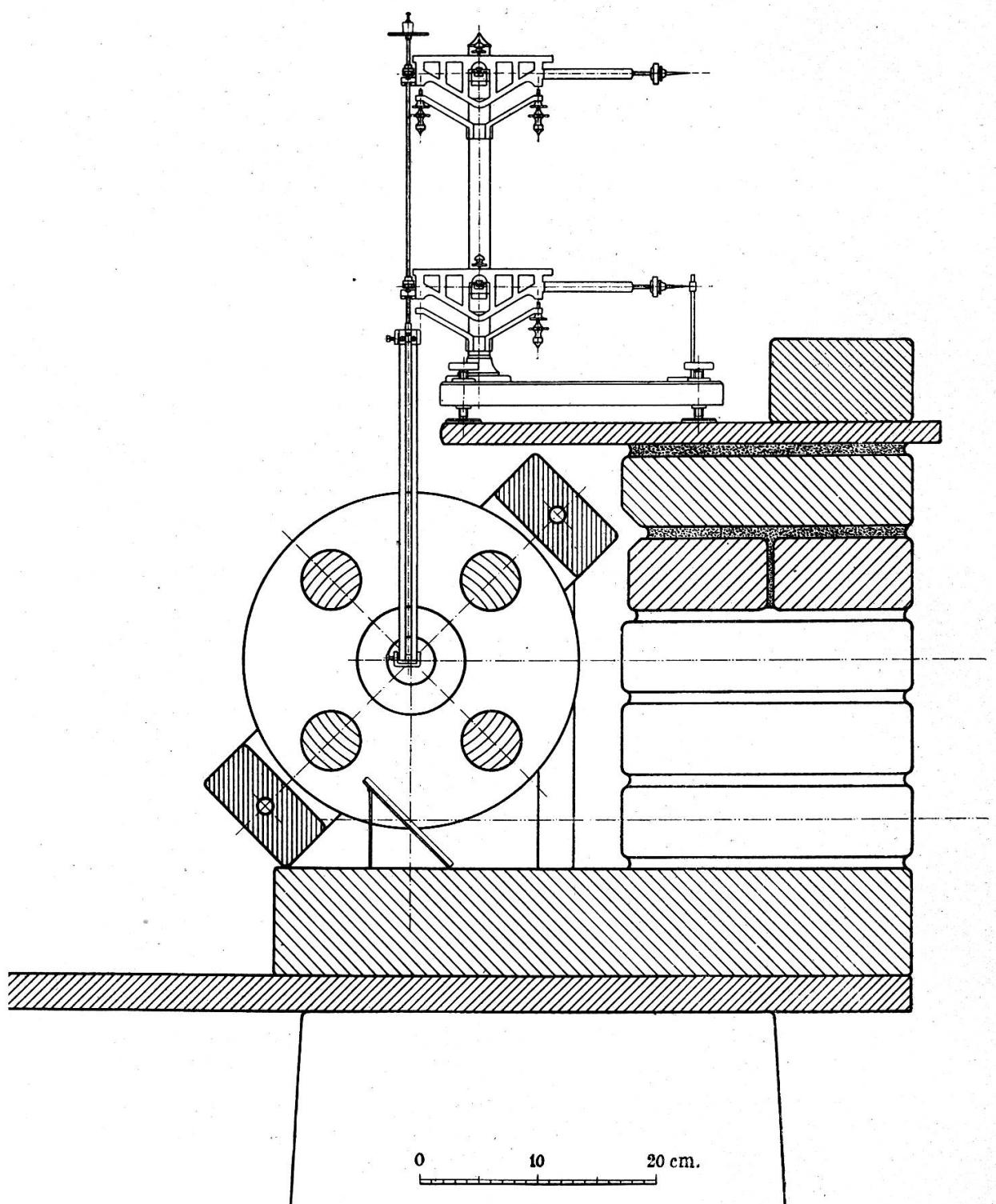


Fig. 2.

Nos recherches ayant pour but la détermination du coefficient d'aimantation de l'eau à  $+ 20^\circ \text{ C}$ , cette température est maintenue dans tout le local au moyen d'un chauffage électrique réglable et d'un ventilateur. La température de l'aimant atteint facilement son régime à  $+ 20^\circ$  grâce au refroidissement hydraulique dont il a déjà été question. La température de l'eau dans le tube et dans le récipient nous est donnée par des couples thermo-électriques, argent constantan, (voir schéma fig. 3). Dans ces conditions, une circulation d'eau autour de ces organes est superflue.

L'eau est obtenue par deux distillations successives dans un appareil entièrement de verre. Elle est ensuite bouillie, pour être purgée d'air, dans une fiole à jet. L'eau étant encore en ébullition, nous y faisons passer un courant d'hydrogène pendant toute la durée du refroidissement jusqu'à  $+ 20^\circ$ . De l' $\text{H}_2$  sous pression chasse alors l'eau dans le récipient de l'appareil d'ascension. Une mince couche d'huile de paraffine purifiée empêche tout nouveau contact avec l'air.

Un appareil de Kipp fournit, au fur et à mesure, l'hydrogène nécessaire à l'entretien de l'atmosphère du ménisque.

## CHAPITRE II.

### RÉSULTATS PARTIELS, ERREURS, CORRECTIONS

Dans ce chapitre, nous donnons, pour chacune des grandeurs intervenant dans le résultat final:

les erreurs relatives moyennes ( $m$ ), et relatives probables ( $p$ ) des moyennes de séries de lectures, calculées d'après la théorie des erreurs de Gauss, ainsi que la limite supérieure ( $f$ ) des erreurs relatives fortuites qui ne s'éliminent pas dans les moyennes.

Le tableau chronologique des mesures fait voir la façon dont les opérations sont encadrées dans le but de garantir le résultat contre les causes d'erreurs systématiques provenant des variations d'appareils.

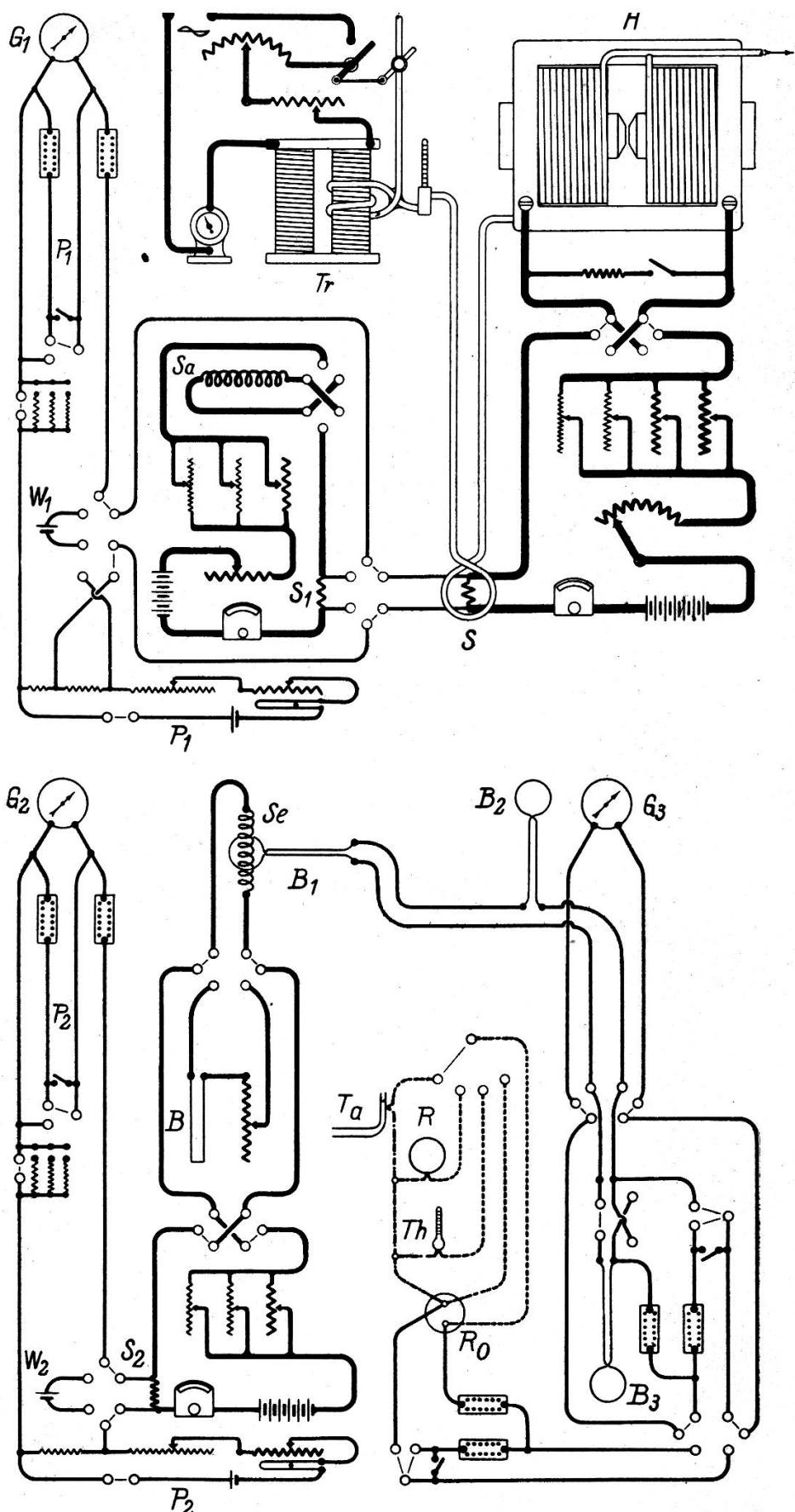


Fig. 3.

A Aimant; B Balance; B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub> Bobines et anneaux d'induction; G<sub>1</sub>, G<sub>2</sub>, G<sub>3</sub> Galvanomètres; P<sub>1</sub>P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>P<sub>2</sub> Potentiomètres; R Récipient de l'appareil d'ascension; Ro Récipient à glace; S, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> Shunts; Sa Solénoïde auxiliaire; Se Solénoïde étalon; Ta Tube d'ascension (ménisque); Th Thermomètre étalon; Tr Transformateur; W<sub>1</sub>, W<sub>2</sub> Éléments Weston.

TABLEAU

Opération	Date	
Pesée (montage I)	7, 8	IV — 1920
Ascension	8	IV
Induction	12, 13, 15, 21, 22	IV
Ascension	22, 23, 27, 29	IV
Pesée (montage I)	30	IV
Induction	30	IV
Ascension	4	V
Pesée (montages II, I, II)	12, 14, 15, 17	V — 1920

*Mesure du Champ.*

## A. Méthode électrodynamique.

I. — PESÉE. — Le *tableau* ci-dessous résume les valeurs obtenues pour  $\frac{2P''}{l_p''}$ , double de la valeur nominale de la force P ramenée à 1 cm de l'élément inférieur du conducteur (dont la longueur exprimée en cm de la machine à diviser est  $l_p''$ ).

Montage I gr./cm.	Date	Montage II gr./cm.	Date
5,12261	7. IV	5,12223	12. V
5,12239	8. IV	5,12142	14. V
5,12244	8. IV	5,12192	14. V
5,12265	30. IV	5,12199	17. V
5,12251	15. V		

Moyennes                    5,12252<sup>1</sup>            5,12189<sup>1</sup>  
 Moyenne totale            5,12220 gr./cm.

$$m = 0,17 \cdot 10^{-4}$$

$$p = 0,12 \cdot 10^{-4}$$

II. BALANCE. — *Le contrôle du mouvement de translation des conducteurs se fait de la façon suivante : un poids de quelques*

<sup>1</sup> Cette différence de 0,12 % provient d'un défaut des conducteurs, défaut qui, du reste, n'influence pas la moyenne totale : voir chapitre I, *mesure électrodynamique*.

grammes est placé à différents endroits du plateau de la suspension. L'équilibre est rétabli par les contrepoids et un cavalier. L'expérience, répétée pour des poids de 5 et 10 gr déplacés de 2,5 cm dans la direction des fleaux, montre qu'après avoir ajusté la balance par ce moyen de contrôle, la position d'équilibre des fléaux ne dépend pas de la position relative des poids. Or, la distance des forces exercées verticalement par l'aimant sur le courant d'une part, et par la pesanteur sur les poids d'autre part, est toujours inférieure à 2 mm. La balance permettant d'apprécier sûrement 0.2 mg,

$$f = 0,016 \cdot 10^{-4}.$$

III. — POIDS. — a) *L'étalonnement*, effectué par le Bureau fédéral des poids et mesures, avec une précision de 0,01 mg par pièce, donne pour la vraie valeur  $P'$  des poids de valeur nominale  $P''$ :

$$P' = (1 + 0,167 \cdot 10^{-4}) \cdot P''.$$

$$m = 0,05 \cdot 10^{-4}$$

$$p = 0,03 \cdot 10^{-4}$$

b) Tenant compte de *la poussée de l'air*, nous obtenons pour la vraie valeur de la force exercée par les poids sur le plateau :

$$P = P' \cdot (1 - 1,3 \cdot 10^{-4}).$$

$$f = 0,1 \cdot 10^{-4}$$

c) *La valeur de  $g$* , déterminée à 980,675 cm sec.<sup>-2</sup> pour l'observatoire fédéral de Zurich par la Commission suisse de géodésie, nous a été obligamment communiquée par M. le Professeur Rigganbach. Les différences de latitude et d'altitude entre l'observatoire et notre laboratoire donnent lieu à une correction de — 0,005 cm sec<sup>-2</sup> d'où  $g = 980,670$  cm sec<sup>-2</sup>.

$$m = 0,05 \cdot 10^{-4}$$

$$p = 0,03 \cdot 10^{-4}$$

IV. — COURANT PRINCIPAL. — Rappelons que la valeur absolue de ce courant n'intervient pas dans le résultat final.

a) *Définition de l'unité de courant*. — En admettant 1° que l'ohm international est l'unité de résistance électrique (résistance d'une colonne de mercure à 0° C de 106,3 cm de long et de 1 mm<sup>2</sup> de section).

2<sup>o</sup> que la f. é. m. de l'élément étalon Weston contenant un excès de cristaux de sulfate de cadmium est

$$1,01883 \text{ volts int. à } + 20^\circ \text{ C.},$$

le Bureau fédéral des poids et mesures trouve<sup>1</sup> pour la valeur de notre résistance :

$$0,99993 \text{ ohm int. à } + 20^\circ \text{ C.}^2$$

et pour la valeur de la f. é. m. de notre élément Weston :

$$1,01876 \text{ volts int. à } + 19,8^\circ \text{ C.}^2$$

Comme on sait, les deux définitions ci-dessus présentent une légère contradiction avec celle (électrodynamique) de l'ampère; pour le moment, nous n'en tenons pas compte et remarquons seulement que, les définitions du volt et de l'ohm étant admises telles que nous les avons données, l'erreur relative possible est de  $1.10^{-5}$  pour chaque appareil.

L'unité de courant étant reliée aux unités de résistance et de potentiel par la loi d'Ohm, nous déduisons :

$$i = 1,01883 \text{ volt}_{\text{int.}} \cdot \text{ohm}_{\text{int.}}^{-1}$$

b) Le courant  $i$  est maintenu *constant* pendant la mesure à  $0,1 \cdot 10^{-4}$  près de sa valeur absolue :

$$m < 0,01 \cdot 10^{-4}.$$

#### V. CHAMP DE L'AIMANT. — a) *Variation en fonction du temps.*

Le courant d'excitation est constant à  $0,2 \cdot 10^{-4}$  près de sa valeur absolue. Pour le courant utilisé,  $I = 51,2$  ampères,  $\frac{dH}{H} : \frac{dI}{I} = 0,1$  à quelques % près. La variation relative du champ peut donc atteindre  $0,02 \cdot 10^{-4}$ .

$$m < 0,01 \cdot 10^{-4}.$$

b) *Inhomogénéité dans le domaine occupé par le pont.* — Soit  $H_x$  le champ agissant sur l'élément  $dx$ , d'abscisse  $x$ , du pont (supposé horizontal et perpendiculaire à H). La force verticale

<sup>1</sup> 10 juin 1920.

<sup>2</sup> Un étalonnement de contrôle, effectué le 23 août 1920 par la *Phys. Techn. Reichsanstalt* a confirmé ces résultats.

$P_p$  exercée par l'aimant sur le courant  $i$  dans le pont a pour expression :

$$P_p = i \cdot \int_0^{l_p} H(x) \cdot dx = i \cdot H_0 \cdot l_p \cdot \left( 1 + \frac{1}{l_p} \int_0^{l_p} \frac{H(x) - H_0}{H_0} \cdot dx \right),$$

si l'on désigne par  $H_0$  le champ du centre de l'entrefer. La valeur de la dernière intégrale se détermine graphiquement à l'aide de la carte topographique à quelques % près.  $l_p$  diffère de quelques microns d'un montage à l'autre, sa valeur moyenne est 1,001 cm. Le calcul donne :

$$P_p = i \cdot H_0 \cdot l_p \cdot (1 - 0,064 \cdot 10^{-4}) .$$

$$f = 0,005 \cdot 10^{-4}.$$

c) L'obliquité est une conséquence de l'inhomogénéité. Les lignes de force forment avec l'axe des pièces polaires (axe des  $y$ ) un certain angle  $\alpha$ . La carte topographique montre que dans tout le domaine utilisé

$$\frac{1}{H_0} \cdot \frac{\partial H}{\partial u} < 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

pour toute direction  $u$  située dans le plan médian perpendiculaire à  $y$ . Nous en déduisons :

$$\frac{1}{H_0} \cdot \frac{\partial H}{\partial y} < 3 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}.$$

Considérons le tube de force qui s'appuie sur le cercle de diamètre 1 cm, situé dans le plan médian et ayant son centre sur l'axe des  $y$ . Les lignes de force constituant les parois de ce tube forment avec l'axe des  $y$  un angle  $\beta$  de même ordre de grandeur que  $\beta'$ , tel que  $\operatorname{tg} \beta' = 7,5 \cdot 10^{-4}$ . (Pour ce calcul approximatif, nous remplaçons le tube réel par un tronc de cône.) Si  $H_y$  représente la composante du champ  $H$  suivant l'axe des  $y$ , nous aurons dans le domaine utilisé :

$$\left( \frac{H - H_y}{H} \right)_{\max.} = 3 \cdot 10^{-7}. \quad f = 0,003 \cdot 10^{-4}.$$

VI. — LE PONT. — a) *Longueur.* — 1. La machine à diviser donne la valeur nominale  $l_p''$

$$m = 0,5 \cdot 10^{-4}$$

$$p = 0,3 \cdot 10^{-4}$$

2. La comparaison de la machine à diviser avec un décimètre d'invar se fait optiquement. La longueur nominale du pont, exprimée en divisions du décimètre étalon est

$$l_p'' = (1 - 0,00065) \cdot l_p'''$$

$$m = 0,5 \cdot 10^{-4}$$

$$p = 0,3 \cdot 10^{-4}$$

3. Le décimètre, étalonné par le Bureau fédéral des poids et mesures, donne pour la vraie longueur du pont en cm et à  $+20^\circ\text{C}$ :

$$l_{p20}' = (1 - 0,5 \cdot 10^{-4}) \cdot l_p''$$

$$m = 0,05 \cdot 10^{-4}$$

$$p = 0,04 \cdot 10^{-4}$$

4. L'élévation de température causée par le courant  $i$  comporte  $10^\circ\text{C}$ . On aura donc:

$$l_{p30}' = (1 + 0,8 \cdot 10^{-4}) \cdot l_{p20}'$$

$$f = 0,3 \cdot 10^{-4}.$$

b) *Position.* — 1. La carte topographique montre qu'un décentrage possible de 0,05 mm entraîne une variation de quelques % de la correction indiquée en  $Vb$ .

$$f = 0,001 \cdot 10^{-4}.$$

2. L'angle formé par le pont et l'horizontale peut atteindre  $0,05 : 10 = 0,005$ . La force verticale peut prendre la valeur

$$f = 0,13 \cdot 10^{-4}$$

$$P_p \cdot \cos . 0,005 .$$

3. L'angle formé par le pont et les surfaces polaires peut être du même ordre de grandeur.

$$f = 0,13 \cdot 10^{-4}.$$

4. Une petite faute de montage (0,1 mm au max.) produit une différence de quelques % de la correction  $Vb$ .

$$f = 0,001 \cdot 10^{-4}.$$

5. La déformation du pont (lamelle d'étain) ne pouvant dépas-

ser 0,1 mm, l'incertitude est du même ordre de grandeur qu'au No. précédent.

$$f = 0,001 \cdot 10^{-4}.$$

VII. — LES BAGUETTES. — a) Le *parallelisme* est contrôlé par la machine à diviser. Soit  $l_s$  la distance dans la partie supérieure. On a en moyenne  $l_s = l_p + 5 \cdot 10^{-3}$  mm à  $0,5 \cdot 10^{-3}$  mm près. La composante verticale  $P_t$  de la résultante des forces exercées de ce fait par l'aimant sur le courant  $i$  dans l'argenterie sera de même sens que  $P_p$ .

$$P_t = i \cdot H_0 \cdot \frac{l_s - l_p}{l} \cdot \int_0^l \frac{H(z)}{H_0} \cdot dz,$$

où  $l$  représente la longueur des baguettes de verre et  $H(z)$ , le champ agissant sur l'élément de conducteur  $dz$  de coordonnée  $z$ .

$\frac{H(z)}{H_0}$ , déterminé par la méthode balistique en fonction de  $z$ , la valeur de l'intégrale s'obtient graphiquement.

$$P_t = i \cdot H_0 \cdot l_p \cdot 0,6 \cdot 10^{-4} = 0,6 \cdot 10^{-4} \cdot P_p. \quad f = 0,05 \cdot 10^{-4}.$$

b) La *déformation* des baguettes produite par les forces transversales (7,7 gr par baguette) donne lieu à une composante verticale  $P_d = -0,9 \cdot 10^{-4} \cdot P_p$  qui s'élimine dans la moyenne des quatre combinaisons<sup>1</sup>.

$$f = 0,01 \cdot 10^{-4}.$$

VIII. — L'AMENÉE ET LE RETOUR DU COURANT se font à la partie supérieure des tiges où le champ est, à quelques % près de sa valeur absolue :  $H_s = H_0 \cdot 1,84 \cdot 10^{-4}$ . La force  $P_s$ , exercée par ce champ sur le courant dans la partie non tordue du fil, est de sens contraire à  $P_p$ .

$$P_s = -i \cdot H_0 \cdot l_p \cdot 1,84 \cdot 10^{-4} = -1,84 \cdot 10^{-4}. \quad P_p f = 0,2 \cdot 10^{-4}.$$

<sup>1</sup> Voir chapitre I, *Mesure électrodynamique*.

## B. — Méthode d'induction.

I. — DÉTERMINATION DES NOMBRES D'ANNEAUX  $n'$ ,  $n'_a$ ,  $\nu'$  et  $\nu'_a$ .

TABLEAU

des moyennes des résultats des groupes de séries :

$n'$	$n'_a$	$\nu'$	$\nu'_a$
1630,13	20,1747	0,99728	19,1477
1630,65	20,1750	0,99715	19,1489
1630,38	20,1762	0,99728	19,1447
1630,43	20,1782	0,99736	19,1469
1630,43	20,1784	0,99740	19,1448
1630,38	20,1790	0,99726	19,1458
1630,49	20,1764	0,99712	19,1455
1630,31	20,1763	0,99724	
1630,15	20,1761	0,99731	
1630,42	20,1764	0,99739	
Moyenne	1630,38	20,1767	0,99728
$m =$	$0,3 \cdot 10^{-4}$	$0,22 \cdot 10^{-4}$	$0,3 \cdot 10^{-4}$
$p =$	$0,2 \cdot 10^{-4}$	$0,15 \cdot 10^{-4}$	$0,2 \cdot 10^{-4}$

II. — LE CHAMP DE L'AIMANT. — a) *Variation en fonction du temps.* — Voir rubrique A. Va.

$$f = 0,02 \cdot 10^{-4}.$$

b) *Inhomogénéité dans le domaine occupé par la bobine d'étalonnement.* — Le flux du champ  $H$  à travers un tour de surface  $F_k$  de la bobine d'étalonnement a pour expression :

$$\int_{F_k}^F H \cdot dF_k = H_0 \cdot F_k \cdot \left( 1 + \frac{1}{F_k} \int_{F_k}^F \frac{H - H_0}{H_0} \cdot dF_k \right),$$

$H_0$  désignant le champ au milieu de l'entrefer. Soit  $n_k$  le nombre de tours d'une couche et  $k$  le nombre de couches. Le flux total à travers la bobine sera :

$$\Phi = \sum_1^k n_k \cdot H_0 \cdot F_k \cdot \left( 1 + \frac{1}{F_k} \cdot \int_{F_k}^F \frac{H - H_0}{H_0} \cdot dF_k \right).$$

Lorsque nous sortons la bobine du champ de l'aimant, le galvanomètre balistique donne une élévation correspondant au champ moyen  $H_{mb}$ , agissant sur la bobine, défini par l'égalité

$$H_{mb} = \frac{\Phi}{\sum_k n_k \cdot F_k} .$$

La carte topographique nous permet d'évaluer le terme de correction à quelques % près.

$$H_{mb} = H_0 \cdot (1 - 1,24 \cdot 10^{-4}) . \quad f = 0,1 \cdot 10^{-4} .$$

### III. — POSITION DE LA BOBINE DANS LE CHAMP DE L'AIMANT. —

a) *Centrage*. — Une erreur possible de centrage de 0,05 mm entraîne une variation de quelques % de la correction indiquée en II. b.

$$f = 0,02 \cdot 10^{-4} .$$

b) *Obléquité*. — L'axe de la bobine peut faire avec l'axe des pièces polaires un angle  $\alpha$  tel que chacune de ses projections horizontale et verticale = 0,005.

$$f = 0,1 \cdot 10^{-4} .$$

IV. — CHAMP DU SOLÉNOÏDE ÉTALON. — a) *Mesure du courant* comme en A IV;

b) *Le pas*. 1. Nous mesurons sur la machine à diviser la valeur nominale  $e''$  de l'espace occupé par une tranche de 62 spires (9,9 cm env.) ; d'où la valeur nominale  $s''$  du pas :

$$s'' = \frac{e''}{62} .$$

$$m = 0,3 \cdot 10$$

$$p = 0,2 \cdot 10$$

2. La comparaison de la machine à diviser avec le décimètre d'invar donne :

$$s' = \lambda \cdot s'' .$$

$$m = 0,3 \cdot 10^{-4}$$

$$p = 0,2 \cdot 10^{-4}$$

3. L'étalonnement du décimètre conduit enfin au résultat

$$s = s' \cdot (1 + 0,23 \cdot 10^{-4}) .$$

$$m = 0,005 \cdot 10^{-4}$$

$$p = 0,003 \cdot 10^{-4}$$

L'opération répétée pour quatre tranches de 62 spires fournit les valeurs ci-dessous :

Position de la tranche à partir du centre en cm	$e''$ cm	$\lambda$	$s'$ cm
- 20 à - 10	9,9128	1,000395	0,159947
- 10 à 0	9,9113	1,000585	0,159953
0 à + 10	9,9136	1,000395	0,159960
+ 10 à + 20	9,9140	1,000395	0,159966

Le pas varie linéairement suivant l'axe. Nous pouvons donc prendre pour le calcul la moyenne arithmétique

$$s'_m = 0,1599565 \text{ cm (du décimètre d'invar).}$$

V. — LE CHAMP DU SOLÉNOÏDE AUXILIAIRE est constant à  $0,1 \cdot 10^{-4}$  de sa valeur absolue.

$$f = 0,1 \cdot 10^{-4}$$

VI. — POSITION DES BOBINES A L'INTÉRIEUR DES SOLÉNOÏDES. —

Grâce au petit miroir dont chaque bobine est munie, l'obliquité ne dépasse pas 0,004

$$f = 0,1 \cdot 10^{-4}.$$

VII. — LA POSITION DES ANNEAUX est déterminée par un système de butées et de pinces. L'obliquité peut atteindre 4 %. Cette erreur porte seulement sur le flux de retour qui n'est que 8 % du champ total env.

$$f = 0,06 \cdot 10^{-4}.$$

VIII. — CORRECTIONS RELATIVES à  $n'$ ,  $n'_a$ ,  $\nu'$ ,  $\nu'_a$ . Le champ à l'intérieur d'un solénoïde de longueur finie est donné par la formule :

$$h = 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{s} \cdot \left( 1 - \frac{\omega_1}{2\pi} + 1 - \frac{\omega_2}{2\pi} \right).$$

où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont les angles solides sous lesquels les plages extrêmes sont vues du point considéré. La formule ne serait pas exacte pour des points très rapprochés de l'enroulement; mais nous ne nous servons que de la région centrale. (Diamètre de

l'enroulement du solénoïde  $2\varrho = 10$  cm, diamètre de la bobine la plus grande 3,7 cm).

Le flux  $\varphi(\omega)$  à travers un anneau de rayon R aura pour expression :

$$\varphi(\omega) = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{i}{s} \cdot \varrho^2 - 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{i}{s} \cdot R^2 \cdot \frac{\omega_1 + \omega_2}{2\pi}$$

Pour le solénoïde correspondant de longueur infinie,  $\omega_1 = \omega_2 = 0$ , le flux serait :

$$\varphi(0) = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{i}{s} \cdot \varrho^2;$$

d'où

$$\frac{\varphi(\omega)}{\varphi(0)} = 1 - \frac{R^2}{2\varrho^2} \cdot \frac{\omega_1 + \omega_2}{2\pi}.$$

Or nous voulons remplacer le cas réel du solénoïde de longueur finie et de N' anneaux (dont le flux total  $\sum_1^{N'} \varphi(\omega)_i$ , est fonction de la position et de la grandeur de chaque anneau) par le cas fictif du solénoïde correspondant de longueur infinie et de N anneaux dont le flux total sera :

$$N \cdot \varphi(0) = \sum_1^{N'} \varphi(\omega)_i.$$

Il vient ainsi :

$$N = \frac{\sum_1^{N'} \varphi(\omega)_i}{N' \cdot \varphi(0)} \cdot N'.$$

Le calcul de cette expression, effectué pour les différentes combinaisons d'anneaux employées donne les résultats :

$$n = (1 - 0,00809) \cdot n' \quad f = 0,5 \cdot 10^{-4}$$

$$n_a = (1 - 0,00842) \cdot n'_a \quad f = 0,5 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{v_a}{v} = (1 + 0,02 \cdot 10^{-4}) \cdot \frac{v'_a}{v'} \quad f \approx 0.$$

La valeur de l'erreur relative fortuite possible est donnée par l'exactitude avec laquelle il est possible de déterminer le rayon des anneaux (pour certains d'entre eux 0,5 %).

IX. — LE GALVANOMÈTRE BALISTIQUE. — Pour réduire les erreurs fortuites à un minimum, nous faisons varier la sensibilité de l'appareil et les limites d'interpolation  $N'_1$  et  $N'_2$  en passant d'une série d'observations à l'autre.

Nous citons ici à titre d'exemple les résultats de quatre séries de mesures de  $n'$ .

Circuit galvanomètre		Limites d'interpolation		Elongation produite par la variation de champ			$n'$
résistance* ext. série	shunt $\Omega$	inf. $n'_1$	sup. $n'_2$	H sur $l\alpha$ bob. d'étal.	$2h$ sur $n'_1$ anneaux	$n'_2$ anneaux	
		$\lambda$ mm	$\lambda_1$ mm	$\lambda_2$ mm			
5500	60	1628	1632	198,55	198,20	198,80	1630,33
6000	60	1625	1635	182,90	182,30	183,45	1630,22
6000	60	1620	1640	182,90	181,85	183,90	1630,23
6200	60	1628	1632	176,75	176,50	176,90	1630,50

#### *Mesure d'ascension.*

I. — DÉPLACEMENT VERTICAL DU RÉCIPIENT. — La lecture  $h''''$ , valeur nominale du déplacement, se fait sur l'échelle de l'appareil d'ascension.

Sept groupes de quatre séries de dix observations au moins ont donné les résultats suivants :

$h''''$ mm	$h''$ mm	Températures	
		ménisque $^{\circ}C$	récipient $^{\circ}C$
2,2379	2,2367	20,04	22,50
2,2376	2,2370	20,25	21,45
2,2379	2,2375	19,94	20,70
2,2374	2,2370	19,84	20,60
2,2370	2,2369	19,74	19,91
2,2372	2,2368	19,96	20,83
2,2377	2,2372	20,39	21,49
Moyenne		20,02 <sub>3</sub>	

$$m = 0,45 \cdot 10^{-4}$$

$$p = 0,35 \cdot 10^{-4}.$$

II. — LE CHAMP DE L'AIMANT. — a) *La variation en fonction du temps* produit pour le carré du champ un

$$m = 0,02 \cdot 10^{-4}.$$

b) *L'inhomogénéité* ne produit plus une erreur appréciable par le calcul.

$$f = 0,1 \cdot 10^{-4}.$$

c) *Champ rémanant et champ agissant sur l'eau du récipient.* Soient  $H_0$  et  $h_0$  les champs exercés par l'aimant excité, respectivement sur le ménisque du tube et sur celui du récipient,  $H_r$  et  $h_r$  les champs rémanants en ces mêmes endroits. La dénivellation est proportionnelle à :

$$H_e^2 = (H_0^2 - h_0^2) - (H_r^2 - h_r^2)$$

ou

$$H_e^2 = H_0^2 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{H_r}{H_0} \right)^2 - \left( \frac{h_0}{H_0} \right)^2 + \left( \frac{h_r}{H_0} \right)^2 \right].$$

Les mesures balistiques préliminaires ont donné :

$$\frac{H_r}{H_0} = 5,4 \cdot 10^{-3} \quad \frac{h_0}{H_0} = 1,07 \cdot 10^{-3} \quad \frac{h_r}{H_0} \sim 0$$

$$\left( \frac{H_r}{H_0} \right)^2 = 0,29 \cdot 10^{-4} \quad \left( \frac{h_0}{H_0} \right)^2 = 0,01 \cdot 10^{-4}$$

$$H_e^2 = H_0^2 \cdot (1 - 0,30 \cdot 10^{-4}) \quad f = 0,03 \cdot 10^{-4}.$$

III. — POSITION DU MÉNISQUE. — Centrage, erreur possible : 0,05 mm

$$f \sim 0.$$

IV. — LA DIFFÉRENCE DES TEMPÉRATURE DE L'EAU dans le récipient et dans l'entrefer produit une différence dans les densités. Soit  $\gamma_r$  la densité de l'eau du récipient et  $\gamma_m$  celle de l'eau du ménisque du tube. La valeur du coefficient d'aimantation de l'eau sera, par rapport au gaz qui constitue l'atmosphère du ménisque, ce que nous appellerons le coefficient apparent  $\chi_{app.}$

$$\chi_{app.} = \frac{2 \cdot g \cdot h}{H_e^2} \cdot \frac{\gamma_r}{\gamma_m}.$$

Les températures étant connues à 1 : 20° C près,

$$m = 0,1 \cdot 10^{-4}.$$

V. — L'ÉCHELLE. — a) *La comparaison avec le décimètre d'invar*, effectuée dans trois séries de mesures, de mm en mm, donne un facteur de correction uniforme  $\lambda$  pour toute l'échelle (1 cm).

$$\begin{aligned} \lambda &= 1,0000_0 ; \quad 1,0000_0 ; \quad 1,0000_5 \\ \text{moyenne} \quad \lambda_m &= 1,0000_2 \quad f = 0,3 \cdot 10^{-4} \\ h'' &= (1 + 0,2 \cdot 10^{-4}) \cdot h''' . \end{aligned}$$

b) *L'étalonnage du décimètre* donne :

$$\begin{aligned} h'' &= (1 - 0,1 \cdot 10^{-4}) \cdot h'' \quad m = 0,05 \cdot 10^{-4} \\ & \quad p = 0,03 \cdot 10^{-4}. \end{aligned}$$

VI. — Le ménisque situé dans l'entrefer étant supposé immobile, l'EXTRÉMITÉ PLONGEANTE DU TUBE produit, pour un déplacement vertical, et de translation  $h''$  du récipient, un déplacement relatif  $\Delta h''$  (de même sens que  $h''$ ) du niveau. On voit aisément que

$$\Delta h'' = h'' \cdot \frac{d^2}{D^2 - d^2} .$$

où  $D$  et  $d$  désignent respectivement les diamètres intérieur du récipient et extérieur du tube plongeant. Dans notre cas,

$$\begin{aligned} d^2 &= 10,97 \text{ mm}^2 \quad D^2 = 8046 \text{ mm}^2 \\ h' &= h'' + \Delta h'' = h'' \cdot (1 + 1,36 \cdot 10^{-3}) \quad f = 0,1 \cdot 10^{-4} . \end{aligned}$$

VII. — LE POIDS DE LA COLONNE D'AIR. (de densité  $\delta_r$ ) déplacée par le niveau d'eau du récipient (densité de l'eau du récipient  $\gamma_r$ ) donne pour l'ascension une valeur  $h'$  de 1 % environ trop grande. Dans un gaz sans poids l'ascension serait :

$$h = h' \cdot \left(1 - \frac{\delta_r}{\gamma_r}\right)$$

soit

$$h = h' \cdot (1 - 1,15 \cdot 10^{-3}) \quad f = 0,01 \cdot 10^{-4} .$$

VIII. — DIAMAGNETISME DE L'HYDROGÈNE DE L'ATMOSPHÈRE DU MÉNISQUE. — Lavaleur de  $\chi$  rapportée au vide,  $\chi_{\text{abs.}}$  s'exprime facilement au moyen de  $\chi_{\text{app.}}$ . On trouve

$$\chi_{\text{abs.}} = \chi_{\text{app.}} + \frac{\chi_{\text{H}_2}}{\gamma_m} .$$

D'après des mesures récentes<sup>1</sup>,  $\chi_{\text{H}_2} = 0,0001781 \cdot 10^{-6}$  à 0° C et sous une pression de 760 mm de mercure. Le calcul effectué, nous trouvons :

$$\chi_{\text{abs.}} = \chi_{\text{app.}} \cdot (1 + 2,2 \cdot 10^{-4}) \quad m = 0,04 \cdot 10^{-4} .$$

L'hydrogène ne contenant certainement pas plus de 1 % d'air, il en résulte :

$$f = 0,4 \cdot 10^{-4} .$$

IX. — LA CAPILLARITÉ. — L'expérience de Piccard<sup>2</sup> répétée dans notre champ très homogène, fait voir que la capillarité est indépendante du champ magnétique. La sensibilité de l'appareil utilisé est telle que

$$f = 0,3 \cdot 10^{-4} .$$

X. — LA VALEUR DE  $g$  a été discutée précédemment. Nous avons trouvé

$$g = 980,670 \text{ cm sec}^{-2} \quad m = 0,05 \cdot 10^{-4} .$$

### CHAPITRE III. — CALCUL DU RÉSULTAT FINAL

En appliquant la théorie de la propagation des erreurs, nous voyons que l'erreur relative moyenne  $M$  d'un produit est égale à la racine de la somme des carrés des erreurs relatives moyennes des facteurs. Si, dans le cas des erreurs fortuites ne s'éliminant pas par les moyennes, nous remplaçons l'erreur relative moyenne, difficile à évaluer, par la limite supérieure  $f$  de

<sup>1</sup> TAKE SONE. The London Edinburgh and Dublin philosophical magazine and journal of science, March 1920, p. 345.

<sup>2</sup> Arch. sc. phys. et nat., XXXV, 1913, p. 468.

l'erreur relative (calculée dans le chapitre précédent), nous trouvons une valeur  $M' > M$ . L'erreur relative probable est donc inférieure à la valeur que l'on trouve en partant de  $M'$ .

### Calcul du champ.

#### A. — Balance.

Avec les notations employées dans le chapitre précédent, l'expression du champ moyen  $H_{mp}$  agissant sur le pont est en Gauss :

$$H_{mp} = \frac{P_p}{l_p \cdot i} \text{ . unités c. g. s.}$$

En tenant compte des corrections indiquées, il vient pour le champ  $H_o$  au centre de l'entrefer, la valeur

$$H_{ob} = (1 + 6,37 \cdot 10^{-4}) \cdot \frac{P''}{l_p''} \cdot \frac{1}{i}$$

soit

$$H_{ob} = 24667,45 \text{ Gauss.}$$

$$\text{Erreur relative probable} < 0,6 \cdot 10^{-4}.$$

#### B. — Induction.

Le champ moyen  $H_{mb}$  agissant sur la bobine d'étalonnement a pour expression :

$$H_{mb} = 2 \cdot \frac{n}{n_a} \cdot \frac{v_a}{v} \cdot h \text{ .}$$

Soit  $H_{oi}$  la valeur déduite de l'induction pour le champ  $H_o$ . Nous aurons :

$$H_{oi} = (1 - 20,49 \cdot 10^{-4}) \cdot \frac{n'}{n_a} \cdot \frac{v_a'}{v} \cdot 8 \cdot \frac{i}{s} \cdot \pi$$

soit

$$H_{oi} = 24715,66 \text{ Gauss.}$$

$$\text{Erreur relative probable} < 0,7 \cdot 10^{-4}.$$

La différence entre les deux valeurs  $H_{ob}$  et  $H_{oi}$  trouvées est de

48,21 Gauss, soit 1,95 % de la valeur totale<sup>1</sup>. La somme des erreurs probables de chacune des deux déterminations étant inférieure à  $1,3 \cdot 10^{-4}$ , il faut admettre que la définition électromagnétique de l'ampère présente avec celle donnée par le volt int. et l'ohm int. une contradiction probable de 0,9 %.

$$1 : 10 \text{ . unité é. m. c. g. s. de courant} = \\ (1 + 9 \cdot 10^{-4}) \text{ volt}_{\text{int.}} \cdot \text{ohm}_{\text{int.}}^{-1}$$

Le calcul montre que le produit des deux valeurs trouvées :  $H_{ob}$  et  $H_{oi}$  présente par rapport à  $H_e^2$ , carré de la vraie valeur, une erreur relative probable inférieure à  $0,91 \cdot 10^{-4}$ .

#### RÉSULTAT FINAL.

Nous avons vu que le coefficient d'aimantation spécifique appartenant a pour expression :

$$\chi_{\text{app.}} = \frac{2 \cdot g \cdot h}{H_e^2}$$

En tenant compte des corrections énoncées plus haut, nous trouvons :

$$\chi_{\text{abs.}} = (1 + 3,7 \cdot 10^{-4}) \cdot 2 \cdot g \cdot \frac{h''' \cdot \gamma_r/\gamma_m}{H_{ob} \cdot H_{oi}}$$

ce qui nous donne comme résultat définitif de notre travail pour le coefficient d'aimantation de l'eau pure rapporté au vide à +20°C.,

$$\chi = -0,71992 \cdot 10^{-6}$$

et pour la susceptibilité magnétique

$$\chi = -0,71864 \cdot 10^{-6}$$

L'erreur relative probable de ces résultats est plus petite que  $1,1 \cdot 10^{-4}$ .

Remarquons que notre valeur de  $\chi$  est en parfait accord avec les nombres 0,720 de Sève (1911) et 0,7193 de Piccard (1912) qui ne prétendaient qu'à une exactitude de quelques pour mille.

*Ce travail a été exécuté au Laboratoire de Physique de l'Ecole polytechnique fédérale à Zurich.*

<sup>1</sup> Dans des mesures analogues, Sève a trouvé 1,8 % et Piccard 1,9 % de différence entre les deux déterminations du champ et dans le même sens que nous.