Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 46 (1918)

Artikel: La mesure des hauts voltages au moyen du «scléromètre Klingelfuss»
Autor: Joye, Paul
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-743169

LA MESURE DES HAUTS VOLTAGES

AU MOYEN DU

« SCLÉROMÈTRE KLINGELFUSS »

PAR

Paul JOYE

La mesure exacte des hauts voltages (tension efficace) d'un transformateur ou d'une bobine d'induction présente certaines difficultés qui peuvent être surmontées par l'emploi de transformateurs de mesure très coûteux, ou encore, en utilisant un milliampèremètre de haute sensibilité et des résistances très élevées dépourvues de self induction. Ce procédé, le plus simple, a l'inconvénient d'absorber beaucoup d'énergie.

Afin d'établir une mesure de la dureté des rayons X, le constructeur bien connu Klingelfuss, à Bâle, a eu l'ingénieuse idée d'introduire dans la bobine d'induction un troisième circuit indépendant, qui est enroulé au milieu de la bobine, dans l'espace qui sépare les portions droites et gauches du secondaire[1]. Ce circuit est relié à un voltmètre et constitue ce que le constructeur a dénommé « scléromètre ». Les indications de cet instrument doivent être une fonction du champ magnétique de la bobine[2], donc une fonction du flux résultant produit par les intensités du courant circulant dans le primaire, le secondaire et le troisième circuit.

[1] KLINGELFUSS, Fr. Das Sklerometer, seine physikalischen Grundlagen und seine Verwendung bei der Röntgenstrahlen-Therapie. *Strahlen-Therapie*, Bd. III, 1913, p. 789-816.

[2] DÉGUISNE, C. Die Aufzeichnung von Magnetfeldern mit dem Oscillagraphen. *Phys. Zeits.*, 1910, p. 512.

Le présent travail a pour but de voir si les indications du voltmètre peuvent être, dans certaines conditions, indépendantes de la tension primaire, c'est-à-dire, être simplement proportionnelles à la tension secondaire ; il donne les résultats de séries de mesures effectuées sur une bobine d'induction. L'étude plus précise de l'influence de la dispersion magnétique, de la résistance, sur les indications du troisième circuit, ainsi que l'application du scléromètre à un transformateur sont laissées à de futures publications.

Des expériences qualitatives faites en superposant à l'oscillographe la courbe de tension aux bornes du troisième circuit et celle de la tension aux bornes d'un transformateur de mesure 20 000/110 volts, branché aux bornes secondaires de la bobine, ont montré entre ces courbes une concordance presque parfaite, que la bobine travaille à vide ou en charge.

On peut développer ainsi la théorie de ce transformateur à trois circuits ou, si l'on veut, de cette bobine d'induction possédant elle-même son transformateur de mesure.

Les équations qui régissent les actions électriques dans les trois circuits sont, avec les notations usuelles :

$$
\begin{aligned}
E_1 &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt} \\
O &= r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{12} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_3}{dt} \\
O &= r_3 i_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{13} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_2}{dt} .
\end{aligned}
$$

Si U_1 est la tension imaginaire, I_1, I_2, I_3, les intensités de courants imaginaires,

$$
x_1 = \omega L_1 \ ; \quad x_2 = \omega L_2 \ ; \quad x_3 = \omega L_3 \quad \text{et} \quad x_{12} = \omega M_{12} \ ; \quad x_{13} = \omega M_{13} \ ; \quad x_{23} = \omega M_{23}
$$

on a

$$
\begin{aligned}
U_1 &= r_1 I_1 - jx_1 I_1 - jx_{12} I_2 - jx_{13} I_3 \\
O &= r_2 I_2 - jx_2 I_2 - jx_{12} I_1 - jx_{23} I_3 \\
O &= r_3 I_3 - jx_3 I_3 - jx_{13} I_1 - jx_{23} I_2 \ ;
\end{aligned}
$$

$Z_1\, Z_2\, Z_3$ étant les impédances imaginaires de forme $r - jx$, il vient :

$$U_1 = Z_1 I_1 - jx_{12} I_2 - jx_{13} I_3 \tag{1}$$
$$O = Z_2 I_2 - jx_{12} I_1 - jx_{23} I_3 \tag{2}$$
$$O = Z_3 I_3 - jx_{13} I_1 - jx_{23} I_2 \ . \tag{3}$$

L'équation (1) peut s'écrire :

$$U_1 = (Z_1 + Z_m + Z_n) I_1$$

en posant l'impédance

$$Z_m = -jx_{12} \frac{I_2}{I_1}$$

et l'impédance

$$Z_n = -jx_{13} \frac{I_3}{I_1} \ .$$

En substituant I_2 et I_3 tirées de (2) et (3) on a :

$$Z_m = \frac{x_{12}^2}{Z_2} + \frac{x_{12} x_{23}}{Z_2} \cdot \frac{I_3}{I_1}$$

$$Z_n = \frac{x_{13}^2}{Z_3} + \frac{x_{13} x_{23}}{Z_3} \cdot \frac{I_2}{I_1}$$

d'où

$$U_1 = \left(Z_1 + \frac{x_{12}^2}{Z_2} + \frac{x_{13}^2}{Z_3} \right) I_1 + \frac{x_{12} x_{23}}{Z_2} I_2 + \frac{x_{13} x_{23}}{Z_3} I_3 \ .$$

Posons

$$Z_t = Z_1 + \frac{x_{12}^2}{Z_2} + \frac{x_{13}^2}{Z_3} = r_1 - jx_1 + \frac{x_{12}^2}{r_2 - jx_2} + \frac{x_{13}^2}{r_3 - jx_3}$$

$$Z_s = \frac{x_{12} x_{23}}{Z_2} = \frac{x_{12} x_{23}}{r_2 - jx_2} \quad \text{et} \quad Z_r = \frac{x_{13} x_{23}}{Z_3} = \frac{x_{13} x_{23}}{r_3 - jx_3}$$

et finalement

$$U_1 = Z_t I_1 + Z_s I_2 + Z_r I_3$$

d'où

$$I_1 = \frac{U_1 - U_s - U_r}{Z_t} = \frac{U_1'}{Z_t} \ .$$

$Z_s I_2$ et $Z_r I_3$ expriment, par des tensions s'exerçant au primaire, l'effet des circuits 2 et 3 réagissant l'un sur l'autre; U'_1 est la tension d'après laquelle se calcule, dans un transformateur ordinaire, le rapport de transformation.

Si r''_2 et x''_2 sont la résistance et la self-induction du circuit d'utilisation et U_2 la différence de potentiel aux bornes du secondaire, on peut écrire :

$$U_2 = I_2 \sqrt{r''^2_2 + x''^2_2} \, .$$

Si r''_3 et x''_3 sont la résistance et la self-induction extérieures du troisième circuit formé par un voltmètre indiquant une tension U_3, on a :

$$U_3 = I_3 \sqrt{r''^2_3 + x''^2_3} \, .$$

En tirant I_2 et I_3 des équations (2) et (3), on trouve :

$$I_2 = I_1 \frac{jx_{12} Z_3 - x_{13} x_{23}}{Z_2 Z_3 + x^2_{23}}$$

$$I_3 = I_1 \frac{jx_{13} Z_2 - x_{12} x_{13}}{Z_2 Z_3 + x^2_{23}} \, .$$

On pourrait ici former les expressions de $\frac{U'_1}{U_2}$ et de $\frac{U'_1}{U_3}$; elles sont très compliquées et ne trouvent pas application dans les limites de ce travail ; formons :

$$\frac{U_2}{U_3} = \sqrt{\frac{r''^2_2 + x''^2_2}{r''^2_3 + x''^2_3}} \cdot \frac{jx_{12} Z_2 - x_{13} x_{23}}{jx_{13} Z_2 - x_{12} x_{23}} \, .$$

En ramenant à la forme habituelle, par élimination des expressions imaginaires, on obtient :

$$\frac{E_2}{E_3} = \sqrt{\frac{r''^2_2 + x''^2_2}{r''^2_3 + x''^2_3}} \cdot \frac{x_{12}}{x_{13}} \cdot \sqrt{\frac{r^2_3 + x^2_3 - 2x_3 \frac{x_{13}}{x_{12}} x_{23} + \left(\frac{x_{13}}{x_{12}}\right)^2 x^2_{23}}{r^2_2 + x^2_2 - 2x_2 \frac{x_{12}}{x_{13}} x_{22} + \left(\frac{x_{12}}{x_{13}}\right)^2 x^2_{23}}}$$

qui peut s'écrire :

$$\frac{E_2}{E_3} = \sqrt{\frac{r''^2_2 + x''^2_2}{r''^2_3 + x''^2_3}} \cdot \frac{x_{12}}{x_{13}} \cdot \sqrt{\frac{r^2_3 + x^2_3 \left(1 - \frac{x_{13}}{x_{12}} \frac{x_{23}}{x_3}\right)^2}{r^2_2 + x^2_2 \left(1 - \frac{x_{12}}{x_{13}} \frac{x_{23}}{x_2}\right)^2}} \, .$$

Les conditions d'expériences introduisent les simplifications suivantes :

1. Au troisième circuit la réactance du voltmètre est très faible, donc $x_3''^2$ est négligeable devant $r_3''^2$.

2. La valeur x_3^2 est négligeable devant r_3^2. Elle est d'ailleurs, comme on peut s'en rendre compte en introduisant les paramètres donnés plus loin, multipliée par le carré d'un nombre plus petit que l'unité.

3. Le circuit extérieur sur lequel le secondaire se débite est non-inductif $x_2'' = 0$; x_2 représente alors uniquement la self-induction du secondaire de la bobine.

Il reste l'expression :

$$\frac{E_2}{E_3} = \frac{r_3}{r_3''} \cdot \frac{r_2''}{r_2} \frac{x_{12}}{x_{13}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x_2^2}{r_2^2}\left(1 - \frac{x_{12}}{x_{13}} \cdot \frac{x_{23}}{x_2}\right)^2}} .$$

En appelant σ la dispersion et en se fondant sur les relations entre les coefficients d'induction mutuelle et les coefficients de self-induction, on peut écrire :

$$1 - \sigma_{12} = \frac{x_{12}^2}{x_1 x_2}$$

et les deux autres expressions analogues. Le binôme du dénominateur devient alors :

$$1 - \frac{x_{12}}{x_{13}} \cdot \frac{x_{23}}{x_2} = 1 - \sqrt{\frac{(1 - \sigma_{12})(1 - \sigma_{23})}{1 - \sigma_{13}}} = 1 - \alpha .$$

et enfin :

$$\frac{E_2}{E_3} = \frac{r_3}{r_3''} \cdot \frac{r_2''}{r_2} \cdot \frac{x_{12}}{x_{13}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x_2^2}{r_2^2}(1 - \alpha)^2}} . \qquad (4)$$

Partie pratique.

La vérification de cette formule a été exécutée sur une bobine d'induction à circuit magnétique ouvert ayant les caractéristiques suivantes : longueur d'étincelle 80 cm ; nombre de tours du primaire donné par le constructeur 585 ; résistance du primaire 1 ohm, son impédance pour $\omega = 314$ (50 périodes), varie entre 58 et 62 ohms suivant l'intensité du courant, Nombre de tours du secondaire 92 000, sa résistance $r'_2 = 40\,270$ ohms ; la réactance du secondaire varie de 2,20 à $2,70 \,.\, 10^6$ ohms pour la même pulsation et suivant l'intensité du courant. Nombre de tours du troisième circuit 280, sa résistance $r'_3 = 23$ ohms, sa réactance $x'_3 = 33,5$ ohms environ. Les rapports de transformation sont :

$$\frac{n_2}{n_1} = 157,2 \;;\quad \frac{n_2}{n_3} = 328,6 \;;\quad \frac{n_3}{n_1} = 2,09 \;.$$

Pour déterminer les réactances d'induction mutuelle

$$M_{12}\omega = x_{12} \;;\quad M_{13}\omega = x_{13} \quad \text{et} \quad M_{23}\omega = x_{23}$$

on pourrait partir de la formule connue qui donne le rapport de transformation d'un transformateur en l'appliquant tour à tour aux trois circuits pris deux à deux (dans cette formule, x_0 est le coefficient d'induction mutuelle et la résistance du primaire est négligeable)

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{x_0\sqrt{r''^2_2 + x''^2_2}}{\sqrt{(x_0^2 - x_1x_2)^2 + x_1^2 r_2^2}} \;.$$

Mais la difficulté de connaître exactement, pour chaque valeur de l'intensité du courant, x'_1 et x'_2 c'est-à-dire $L_1\omega$ et $L_2\omega$ rend ce procédé peu sûr.

Le radical de la formule (4) peut être considéré comme un terme de correction. Les résistances, le voltage E_3 sont immédiatement connus ; E_2 est mesuré en fermant le secondaire sur un circuit composé d'un miliampèremètre et de boîtes de résistances étalonnées ; en déterminant par cette voie l'expression

$$C = \frac{r_3}{r''_3} \cdot \frac{x_{12}}{x_{23}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x_2^2}{r_2^2}(1-\alpha)^2}} = \frac{E_2}{E_3}\,\frac{r_2}{r''_2}$$

on obtient les tableaux suivants ; la tension primaire est chaque fois maintenue constante.

$E_1 = 100$ volts								
$I_2 . 10^3$	$r_2'' \, 10^3$	E_2	E_3	E_2/E_3	C	E_3	E_2/E_3	C_{II}
13.76	1298	17865	56.8	314.6	324.4	56.4	316.8	326.6
15.21	1156	17590	56.2	312.8	323.7	55.8	315.2	326.2
16.42	1056	17350	55.7	311.6	323.8	55.2	314 3	326.3
18.51	914.7	16930	54.6	310.2	323.8	54.1	312.9	326.7
20.29	814.8	16535	53.5	308.9	324.2	53.2	311.1	326.3
21.19	770.5	16330	53.1	307.7	323.8	52.6	310.5	326.6
23.47	672.8	15790	51.6	306	324.3	51.3	307.8	326.2
27.59	529.6	14615	48.6	300.9	323.8	48.2	303.2	326.2
				Moyennes :	324			326.4

La première série d'expériences ainsi que les suivantes ont été faites avec un voltmètre de grande résistance $r_3'' = 2385{,}5$ ohms ; r_3' étant 23 ohms, $r_3 = 2408{,}5$ et le rapport $\frac{r_3''}{r_3} = 0{,}99$.

On obtient finalement $\frac{x_{12}}{x_{13}} = C_I \, . \, 0{,}99 = 320{,}7$ en posant le radical égal à l'unité.

Dans la seconde série du même tableau $r_3'' = 1189$ ohms d'où $\frac{r_3''}{r_3} = 0{,}981$ et $C_{II} = 320{,}2$.

Moyenne du rapport pour la tension de 100 volts au primaire :

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = 320{,}4 \, .$$

$E_1 = 120$ volts					
$I_2 . 10^3$	$r_2'' . 10^3$	E_2	E_3	E_2/E_3	C
10.77	2089	22500	70.9	317.8	323.9
12.17	1838	22370	70.5	317.2	324.1
14.05	1569	22050	69.8	315.9	324
16.60	1298	21550	68.6	314.2	323.9
17.80	1199	21335	68.1	313.4	323.9
19.20	1100	21110	67.5	312.7	324.1
20.80	999.8	20800	66.8	311.4	323.9
22.41	912.4	20450	65.9	310.2	324
23.57	858.8	20220	65.3	309.6	324.1
24.50	813.6	19930	64.6	308.5	323.8
28.37	671.5	19050	62.3	305.8	324.1
				Moyenne :	324

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = 320{,}7 \, .$$

E₁ = 150 volts					
$I_2 . 10^3$	$r''_2 . 10^3$	E_2	E_3	E_2/E_3	C
13.49	2089	28180	88.5	318.5	324.6
15.21	1838	27960	88	317.7	324.7
17.61	1569	27635	87.3	316.6	324.7
20.79	1298	26990	85.7	315	324.7
22.32	1199	26750	85.1	314.3	324.9
24.05	1100	26450	84.4	313.4	324.9
26 06	999.8	26055	83.4	312.4	325
28.03	912.4	25575	82.4	310.4	324.9
				Moyenne :	324.80

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = 321,6 \; .$$

E₁ = 190 volts					
$I_2 . 10^3$	$r''_2 . 10^3$	E_2	E_3	E_2/E_3	C
17.13	2089	35790	112.2	319	325.1
19.30	1838	35480	111.5	318.2	325.1
22.32	1569	35030	110.5	317	325.1
26.37	1298	34230	108.6	315.2	325
28.31	1199	33930	108	314.4	325
				Moyenne :	325.1

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = 321,8 \; .$$

L'étude de ces tableaux met en relief les constatations suivantes :

1. Sous tension constante, le rapport de transformation entre le secondaire et le troisième circuit est constant ; donc la construction de ce circuit est telle que le terme sous le radical est égal à l'unité.

2. Le rapport varie dans la limite des tensions expérimentées; cette variation est faible, en effet :

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = \sqrt{\frac{1 - \sigma_{12}}{1 - \sigma_{13}} \cdot \frac{L_2}{L_3}} \; .$$

L_2 et L_3 varient de façon concomitante et les coefficients de dispersion de même. La moyenne de tous les rapports trouvés est 321,2 ; elle permet, dans les limites indiquées, une mesure de la tension secondaire suffisamment exacte. Faute de résistances suffisamment grandes, la recherche du rapport n'a pu être poussée plus loin.

3. La valeur du rapport C, lorsque le secondaire est à circuit ouvert, doit être égale, pour les différentes tensions aux nombres trouvés ; les mesures faites jusqu'à 20 000 volts en fermant le secondaire sur un transformateur de mesure ont donné pour rapport C 329,5, valeur bien différente. Dans ce cas, la formule simplifiée n'est plus applicable à cause du circuit inductif du transformateur de mesure. Afin d'utiliser la formule (4) à la mesure du voltage secondaire, on peut introduire une modification utile en remplaçant r_2'' en fonction de l'intensité du courant :

En posant

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = \mathrm{K} \ ; \quad \frac{r_3}{r_3''} = a \ ; \quad \frac{r_2}{r_2''} = 1 + \frac{r_2'}{r_2''}$$

il vient

$$\mathrm{E}_2 \left(1 + \frac{r_2'}{r_2''}\right) = \mathrm{E}_3 \, \mathrm{K}a.$$

et en posant

$$r_2'' = \frac{\mathrm{E}_2}{i_2}$$

on a finalement

$$\mathrm{E}_2 = \mathrm{E}_3 \, . \, \mathrm{K}a. - i_2 r_1'$$

r_2' est la résistance intérieure du secondaire.

4. Il y aurait avantage à construire le troisième circuit avec une résistance ohmique faible afin de faire tendre le rapport $\frac{r_3}{r_3''}$ le plus près possible de l'unité.

Pour terminer, remarquons qu'on pourrait calculer E_2 par la formule (5) mais elle a l'inconvénient de comporter les valeurs de x_1 et x_2 qui varient avec l'intensité du courant, tandis que la méthode du scléromètre fait abstraction de ces valeurs.

Institut de Physique de l'Université de Fribourg.