

**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 46 (1918)

**Artikel:** Recherches sur la limite du spectre continu des rayons X et la loi des quanta  
**Autor:** Muller, Alex  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-743143>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**RECHERCHES**

SUR LA LIMITE DU

**SPECTRE CONTINU DES RAYONS X  
ET LA LOI DES QUANTA**

PAR

**Alex MULLER**

(Avec 1 fig.)

I. — *Introduction.* De nombreuses recherches ont montré l'impossibilité où se trouvaient les théories classiques de la physique d'expliquer les phénomènes d'absorption et d'émission du rayonnement; on sait que ces théories considèrent la transformation d'une énergie quelconque en énergie de rayonnement, comme étant une fonction continue du temps. Planck, abandonnant la notion de continuité, introduisit les quanta dans la physique moderne, et cette théorie de discontinuité fut généralisée par Einstein.

Les rayons X étant considérés comme des ondes électromagnétiques, une nouvelle méthode se présentait pour vérifier la loi d'Einstein. D'après la théorie des quanta, une limite inférieure de la longueur d'onde doit exister dans le spectre continu formé par les rayons d'une ampoule radiogène. Or les travaux cherchant à vérifier cette idée ne sont pas encore très nombreux, aussi nous a-t-il paru nécessaire de mettre en évidence une vérification nouvelle de cette théorie, d'autant plus que les recherches actuelles ne sont pas toutes concordantes dans leurs résultats.

II. — *Littérature*. Pour vérifier la loi des quanta dans le domaine des rayons X, des recherches ont été faites par MM. Rutherford, Barnes et Richardson<sup>1</sup>. Ces auteurs ont pu constater l'existence d'une longueur d'onde limite, qui varie avec le potentiel. Pour les basses tensions, cette limite a été trouvée en concordance avec la théorie des quanta, mais en augmentant le potentiel, ces expérimentateurs ont constaté une différence considérable entre la théorie et l'expérience. M. E. Wagner<sup>2</sup> a émis l'opinion que cette différence est due à une erreur introduite dans la détermination de la longueur d'onde. D'autre part, une série de travaux ont été exécutés dans d'excellentes conditions par plusieurs physiciens américains<sup>3</sup>. Dans ces recherches, la longueur d'onde minimum était mesurée en employant le spectromètre de Bragg muni d'une chambre d'ionisation. La loi d'Einstein s'est alors trouvée vérifiée dans l'intervalle de 25 à 150 kilovolts.

MM. Ledoux-Lebard et Dauvillier<sup>4</sup> se sont servis de la méthode photographique pour déterminer la limite du spectre continu. Ils ont observé qu'avant d'atteindre le potentiel nécessaire pour exciter le rayonnement « K » de l'anticathode, la limite se dessinait assez nettement sur la plaque photographique. Il n'en était plus ainsi au delà de cette tension; c'est-à-dire qu'alors la tête de bande devenait floue.

Pour les tensions élevées, les résultats obtenus par MM. Rutherford, Barnes et Richardson, et MM. Ledoux-Lebard et Dauvillier ne sont pas en concordance avec ceux des physiciens américains. Comme ces derniers ont travaillé dans des conditions meilleures, la divergence que les premiers auteurs ont constatée entre la théorie et l'expérience ne semble pas certaine.

III. -- *Théorie*. Rappelons les faits principaux mis en évidence par la théorie de ces expériences. Un tube à rayons X est

<sup>1</sup> RUTHERFORD BARNES et RICHARDSON. *Phil. Mag.*, 30, 339, 1915.

<sup>2</sup> WAGNER, E. *Physik. Zeitschr.*, 18, 432, 1917.

<sup>3</sup> DUANE, W. et HUNT, F.-L. *Phys. Rev.*, 6, 166, 1915 ; HULL, A.-W. *Phys. Rev.*, 7, 156, 1916 ; WEBSTER, D.-L. *Phys. Rev.*, 7, 403, 1916 ; BLAKE, F.-C. et DUANE, W. *Phys. Rev.*, 9, 568 et 10, 93, 1917.

<sup>4</sup> LEDOUX-LEBARD et DAUVILLIER, *C. R.*, 163, 754, 1916.

actionné par une source de potentiel constant  $V$ . Les rayons X produits sont analysés avec un spectromètre à cristal tournant, de façon à être étalés en une bande continue. La théorie d'Einstein prévoit dans cette bande une région où l'intensité tombe d'une valeur finie à zéro. Cette chute brusque de l'intensité correspond à une longueur d'onde minimum  $\lambda$  (ou à un nombre maximum  $\nu$  de vibrations par seconde). Cette longueur d'onde est indépendante de la nature de l'anticathode, elle est uniquement déterminée par le potentiel  $V$ . D'après la théorie des quanta,  $\lambda$  peut être calculé par l'équation bien connue :

$$h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = E \quad (1)$$

$h$  = constante de Planck ;  $c$  = vitesse de la lumière.

$E$  est l'énergie maximum d'un électron appartenant au faisceau cathodique, alors qu'elle se transforme en énergie de rayonnement. Elle est donnée par la relation :

$$E = e \cdot (V + P) \quad (2)$$

$e$  = charge de l'électron.

$e \cdot P$  désigne l'énergie du corpuscule cathodique avant de parcourir la chute de potentiel  $V$ .  $P$  peut être de même signe ou de signe contraire à  $V$ . Dans le cas où les électrons du faisceau cathodique se produisent dans le gaz à la surface de la cathode, ils peuvent en effet en sortant de l'atome neutre posséder déjà une certaine vitesse. Dans ce cas  $P$  et  $V$  sont de même signe. Si au contraire les électrons proviennent de l'intérieur de la cathode, leur émission exige un certain travail. Alors  $P$  et  $V$  sont de signe contraire. Lorsque  $V$  a une valeur qui atteint quelques milliers de volts,  $P$  devient négligeable. Dans ce cas, qui est celui de nos expériences on avait donc :

$$V \cdot \lambda = h \cdot c/e \quad (3)$$

Le produit  $V \cdot \lambda$  ne dépend ni du potentiel ni de la nature de l'anticathode ; c'est une constante universelle.

$V$  est mesuré par un électromètre.  $\lambda$  dans notre cas est déterminé par un spectromètre à cristal tournant. Les longueurs d'ondes sont alors données par l'équation de Bragg :

$$\lambda = 2 \cdot a \cdot \sin \varphi \quad (4)$$

$\varphi$  étant l'angle de réflexion mesuré directement, et  $a$  la constante du réseau cristallin (sel gemme), dont la valeur absolue est connue avec une approximation d'environ 1 %.

La plaque photographique, sur laquelle est enregistré le rayonnement dispersé par le cristal, devrait théoriquement avoir l'aspect suivant. A partir du milieu de la plaque où le faisceau direct vient marquer sa trace, jusqu'à une certaine distance, le noircissement doit être nul. A partir de cette distance la bande, correspondant au spectre continu, apparaît. La limite de séparation constitue donc une tête de bande dont la longueur d'onde est  $\lambda$ . Tel est le phénomène qui devrait se présenter dans des conditions correspondant, au point de vue expérimental, exactement aux conditions de la théorie. Nous verrons plus tard dans quelle mesure notre dispositif a répondu à ces conditions.

IV. — *Dispositif*. Afin de pouvoir discuter les différentes causes d'erreur, il est nécessaire de donner quelques indications sur le dispositif même. Les détails techniques seront publiés dans un autre travail.

Le tube à rayons X a été décrit dans une note récente<sup>1</sup>. Il a été transformé légèrement de façon à permettre aux rayons X de sortir du tube dans le plan même de l'anticathode. Comme on sait, ce dispositif a été indiqué par Bragg. Le tube était relié à la pompe rotative à mercure de Gæde. Le réglage du vide se faisait automatiquement, et de manière à maintenir le potentiel constant à environ 1 à 2 %. Le tube était actionné par une machine électrostatique à 5 plateaux, qui donnait 0,4 à 0,5 milliampères. Un électromètre absolu de Bichat et Blondlot mesurait la tension. (Erreur absolue inférieure à 1 %.) Les longueurs d'ondes ont été déterminées avec un petit spectromètre à cristal tournant. La distance entre la fente et l'axe du spectromètre était environ 4 à 5 cm; celle de la plaque photographique à l'axe était approximativement la même.

Voici maintenant la marche d'une expérience. Après avoir ajusté le tube et le spectromètre, le vide est poussé de façon à maintenir le potentiel de la machine à une valeur déterminée.

<sup>1</sup> MÜLLER, A. *Arch.* 1917, vol. 44, p. 89.

On ne photographie la bande que d'un côté. A la fin de chaque expérience, les raies caractéristiques du cuivre  $K_\alpha$  et  $K_\beta$  sont photographiées sur la plaque dans les deux positions symétriques. (Le changement de l'anticathode se fait sans qu'on soit obligé de réajuster le dispositif.) Pendant que le tube fonctionne, le cristal tourne entre des limites calculées d'avance, de façon que la tête de la bande se trouve environ au milieu des deux angles limites. La longueur d'onde minimum  $\lambda$ , est mesurée par rapport aux raies du cuivre. Sa position relative à ces raies de repère est mesurée sur la plaque photographique avec un petit cathétomètre permettant de faire les lectures au centième de mm.

V. — *Discussion des causes d'erreur.* Nous supposons pour cela le cas où la fente et l'axe de rotation du spectromètre se trouvent dans un plan perpendiculaire au plan de la plaque photographique. En outre la fente et l'axe de rotation sont tous deux parallèles au plan de la plaque; l'axe de rotation coïncidant avec la surface du cristal. Dans ces conditions, la distance séparant le milieu de la plaque à une raie quelconque est proportionnelle à la tangente du double de l'angle de réflexion. (Le milieu de la plaque est l'intersection du plan fente/axe et du plan de la plaque photographique.) Ce milieu peut facilement être déterminé de la manière suivante : il existe deux positions du cristal, permettant d'obtenir une raie spectrale d'une longueur d'onde donnée. Ces deux positions sont symétriques par rapport au plan fente/axe. Le milieu se trouve donc à la moitié de la distance entre ces deux raies. Si l'on veut mesurer la longueur d'onde d'une raie ou d'une tête de bande, les deux raies repères étant données, il suffira de photographier cette raie ou cette bande d'un côté pour déterminer la distance qui la sépare du milieu de la plaque.

Dans ces recherches la symétrie du spectromètre a été vérifiée, en photographiant différentes paires de raies sur la même plaque. On était assuré de cette symétrie en constatant que la distance séparant deux raies différentes, était la même de chaque côté.

D'après ce qui précède, il faut non seulement que le dispositif soit symétrique, mais aussi que la surface du cristal comprenne

l'axe de rotation. Le cristal était ajusté de façon à remplir assez rigoureusement cette condition. La petite erreur qui restait était éliminée par le procédé suivant. Deux paires de raies de « longueur d'onde connue » ont été photographiées sur la même plaque. En mesurant les deux distances entre les raies symétriques, on en peut déduire la distance  $\varrho$  entre l'axe de rotation et la surface du cristal.

Cette distance  $\varrho$  est donnée par l'expression

$$\varrho = \frac{\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2}{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2} \cdot \left\{ \frac{l_1}{2 \cdot \operatorname{tg} 2\varphi_1} - \frac{l_2}{2 \cdot \operatorname{tg} 2\varphi_2} \right\} \quad (5)$$

(relation qui se déduit aisément de considérations géométriques)  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont les angles de réflexion des deux raies;  $l_1$  et  $l_2$  les distances entre les raies symétriques. [Les longueurs d'ondes sont celles qui ont été mesurées par M. Siegbahn et ses collaborateurs <sup>1</sup>.]  $\varrho$  est positif dans le cas où l'axe se trouve à l'extérieur de la surface du cristal, négatif, s'il est à l'intérieur. ( $\varphi_1$  plus grand que  $\varphi_2$ ). Les valeurs de  $\varrho$  ont été calculées pour les plaques n° 1, 2, 5 (voir tableau). Elles sont constantes, l'ajustage du dispositif restant toujours le même. Avant de photographier la plaque n° 6, l'appareil a été démonté, la valeur de  $\varrho$  a subi un changement.

Pour la détermination de  $\varrho$  M. E. Wagner<sup>2</sup> a employé une méthode différente. Il détermine les deux positions du premier et du second ordre d'une raie spectrale donnée. La méthode dont je me suis servi exige la connaissance assez exacte des deux angles de réflexion. L'expérience a montré que cette condition était suffisamment remplie.

Pour trouver la longueur d'onde des têtes de bandes je me suis servi de l'équation suivante :

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \operatorname{tg} 2\varphi_0 \cdot \frac{l}{l_0} \cdot \left\{ 1 + \frac{\varrho}{L} \left[ \frac{1}{\sin \varphi} - \frac{1}{\sin \varphi_0} \right] \right\} \quad (6)$$

(cette équation est une simple transformation de 5.)

<sup>1</sup> SIEGBAHN, M. *Phys. Zeitschr.*, 17, 17, 1916 et *Ann. Phys.*, 49, 611 et 616, 1916.

<sup>2</sup> WAGNER, E. *Ann. Phys.*, 49, 625, 1916.



$l$  la double distance entre la tête de la bande et le milieu de la plaque.

$l_0$  la distance entre les centres des deux raies repères.

$\varphi$  l'angle de réflexion qui correspond à la tête de la bande.

$\varphi_0$  l'angle de réflexion connu de la raie repère<sup>1</sup>.

$L$  la distance entre l'axe de rotation et la plaque photographique.

Si, dans la relation 6, le facteur entre parenthèses est supprimé, le spectromètre est parfaitement ajusté. Ce facteur intervient par le fait que l'axe de rotation se trouve en dehors de la surface du cristal. (La valeur de  $\varphi$  dans le facteur entre crochets doit être connue approximativement; on l'obtient en employant la formule du spectromètre parfait.) Telles sont les principales causes d'erreur qui résultent de l'emploi du spectromètre<sup>2</sup>.

Les distances  $l_0$  et  $l$  ont été mesurées avec un cathétomètre, muni d'un microscope. Les bords des raies repères pouvaient être pointés à quelques centièmes de millimètres près. La mise au point du microscope se faisait sur une ligne, tracée perpendiculairement aux raies, la courbure de ces dernières étant négligeable. Les têtes de bandes n'étaient pas rigoureusement nettes, c'est-à-dire, qu'au lieu d'avoir le phénomène décrit à la fin du paragraphe III on observe ce qui suit. En approchant de la bande, on rencontre d'abord un endroit A, où le noircissement commence à devenir sensible; en s'éloignant encore davantage du milieu, le noircissement augmente plus ou moins rapidement. Il atteint une valeur constante en B. La tête de bande est nette lorsque A et B sont rapprochés, elle devient floue quand A et B s'éloignent l'un de l'autre. L'endroit du noircissement constant est assez facile à déterminer. Il a été indiqué sur nos plaques par un trait fin. Ce sont ces traits fins qui servent de repères pour la lecture au microscope; ils ont été faits avec une lame de rasoir en employant une loupe de faible grossissement, celui du microscope étant trop fort pour permettre des lectures directes. (Excepté pour la plaque n° 6.) La distance entre A et B varie dans notre cas entre 1 à 3 dixièmes

<sup>1</sup> Longueur d'onde du centre de la double raie K du cuivre 1,541 unités Angström. Voir SIEGBAHN, loc. cit.

<sup>2</sup> Pour une discussion plus détaillée, voir WAGNER, E, loc. cit.



de millimètre; cela correspond à une variation de  $l$  d'environ 2 à 3 %. La question se pose de savoir jusqu'à quel degré on peut s'approcher du cas idéal d'une limite de bande tout à fait nette. Pour répondre à cette question, il est nécessaire de nous occuper encore du dispositif expérimental.

a). Le manque de netteté est dû en partie aux variations du potentiel aux bornes du tube. Ces variations étaient de 1 à 2 %. De ce fait résulte un déplacement du noircissement constant vers le côté des longueurs d'ondes croissantes.

b). Les rayons X pénètrent dans le cristal. La réflexion des rayons due à un phénomène d'interférence, ne se produit pas uniquement à la surface du cristal, dont une certaine épaisseur (dépendant de la dureté des rayons et de leur absorption dans le cristal) participe à cette réflexion. On se rend facilement compte que la limite de la bande ne peut pas être nette dans ces conditions. Il s'agit maintenant de trouver les corrections des  $l, l$  étant la double distance entre le milieu de la plaque photographique et l'endroit du noircissement constant B. Les rayons qui pénètrent dans le cristal n'ont pas une influence appréciable sur la position de B. Mais en rendant la limite de la bande plus floue, ils augmentent l'incertitude relative à la détermination de la position B.

Quant aux variations du potentiel, il est évident qu'elles engendrent une erreur systématique dans la détermination de  $l$ . La correction de  $l$  résultant de cette cause a le signe négatif; elle est d'environ 1 à 2 % dans les recherches qui font l'objet de cette note. Une seconde correction est due à la largeur de la fente du spectromètre. Une considération géométrique montre aisément que cette correction est :  $b/\cos 2\varphi$  ( $b$  = largeur de la fente). Dans notre cas,  $b$  était de 1 à 2 dixièmes de millimètre. Il en résulte une correction de l'ordre de grandeur de celle déjà indiquée, mais son signe est positif. La détermination des  $l$  ne pouvant être faite sur nos plaques qu'avec une précision de quelques %, il n'y avait pas lieu de faire subir de correction aux valeurs de  $l$ , les deux corrections indiquées étant de même ordre de grandeur et de signe contraire. Pour calculer les longueurs d'ondes limites, je me suis donc servi des valeurs  $l$  telles qu'elles ont été mesurées avec le cathétomètre.

VI. — *Résultats et conclusions.* Les résultats sont résumés dans le tableau ci-après. Pour mieux faire ressortir que la position de la limite est indépendante du matériel de l'anticathode, j'ai photographié deux bandes sur la même plaque, en employant deux anticathodes différentes et en laissant constant le potentiel aux bornes du tube. Avant de photographier la deuxième bande, la moitié de la plaque déjà impressionnée a été recouverte d'une feuille de plomb. Dans ces conditions, les deux bandes étaient juxtaposées et un écart des deux limites pouvait facilement être constaté. En résumé, dans les limites d'erreur données par les variations du potentiel, aucun écart n'a pu être décelé sur nos plaques. Dans nos recherches, le matériel constituant l'anticathode était successivement le cuivre et l'argent. (Cette plaque est reproduite sur la planche). Dans un second essai j'employai l'argent et le plomb. Le nombre atomique de ces matières varie donc de 29 à 82.

Les expériences exécutées avec l'anticathode en cuivre semblent indiquer que, même en dépassant le potentiel nécessaire à l'excitation du rayonnement K de l'anticathode, on peut obtenir une limite du spectre continu, conforme à la théorie des quanta.

Pour chaque plaque la constante  $h$  de Planck a été calculée au moyen de l'équation 3 ; mais c'est sur les deux dernières plaques n<sup>os</sup> 5 et 6 que la tête de bande est la plus nette. La valeur moyenne qui résulte des six plaques est alors :

$$h = 6,58 \cdot 10^{-27} \pm 0,07 \cdot 10^{-27} \text{ erg. sec.}$$

avec une erreur relative d'environ 2 %. Ce chiffre est dans les limites d'erreur en concordance avec celui donné récemment par Millikan et d'autres auteurs<sup>1</sup>. Pour la charge de l'électron qui intervient dans (3) j'ai adopté dans mes calculs le chiffre qui a été donné par Millkan, ( $e = 4,774 \cdot 10^{-10}$  U. E. S. ; la constante  $a$  du sel gemme étant 2,814 U. Angstrœm ; sa valeur absolue est, comme on sait, connue à environ 1 % près.)

<sup>1</sup> MILLIKAN, *Phil. Mag.*, 34, 1, 1917 donne pour  $h$  :  $(6,547 \pm 0,011) \cdot 10^{-27}$  ; FLAMM, *Phys. Zeitschr.*, 18, 515, 1917 donne  $(6,545 \pm 0,012) \cdot 10^{-27}$  ; BLAKE, F.-C. et DUANE, loc. cit. donnent  $6,555 \cdot 10^{-27}$  comme valeur moyenne d'une série de recherches effectuée avec des rayons X

TABLEAU

N°	A . K	t	$l_0$	$l$	L	$\rho$
1	Cu	180	5.561	1.316	4.49	+0.014
2	Ag	210	4.908	2.492	3 95	0.013
3	Cu/Ag	180/120	4.890	1.960	»	
4	Ag/Pb	150/150	4 893	1.982	»	
5	Pb	135	4.887	1.928	»	0.013
6	Pb	270	4.914	1.732	»	-0.014

N°	$\lambda$	V	$h$
1	0.421	28.1	$6.29 \times 10^{-27}$
2	0.862	14.6	6.69
3	0.693	18.1	6.67
4	0.700	»	6 74
5	0.683	»	6.58
6	0.592	20.7	6.50

AK = anticathode

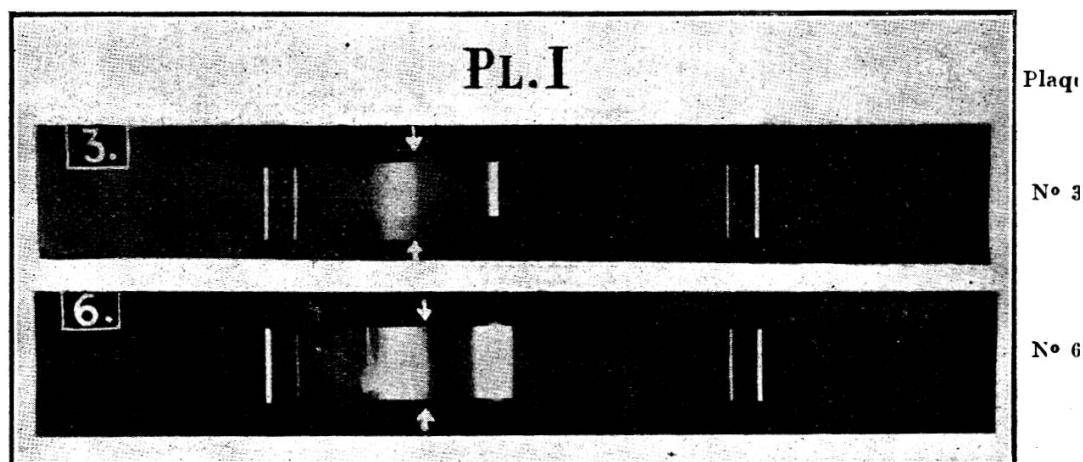
t = temps de pose en minutes

$l_0$   $l$  L  $\rho$  en centimètres

$\lambda$  = longueur d'onde de la tête de bande en unités Angstrœm

V en kilovolts

(courant aux bornes du tube : 0,4 à 0,5 milli ampères dans toutes les expériences).



La méthode de l'enregistrement photographique paraît donc donner des résultats satisfaisants. Une augmentation de précision au delà de celle obtenue dans le présent travail peut se faire sans difficulté. En employant ou des cristaux très minces ou des cristaux de poids atomique élevé, on obtiendra des bandes plus nettes. Il en sera de même avec un dispositif tel que celui indiqué par M. Seemann <sup>1</sup>. La mesure précise des longueurs d'ondes des têtes de bandes sera encore facilitée si on les encadre de chaque côté et aussi près que possible de deux raies de longueur d'onde connue.

En résumé la relation d'Einstein  $e.V = h.v$  a été vérifiée avec une précision de quelques % dans le cas du spectre continu des rayons X, et dans un intervalle de 14 à 28 kilovolts. Les recherches ont démontré que ces résultats peuvent être obtenus avec des moyens relativement simples.

Le présent travail a été exécuté dans le laboratoire de physique de l'Université de Genève. Je tiens de nouveau à exprimer mes meilleurs remerciements à M. le professeur C.-E. Guye qui a bien voulu mettre à ma disposition les ressources de ses laboratoires.

Genève. Laboratoire de Physique  
de l'Université.

---

<sup>1</sup> SEEMANN, *Physik. Zeitschr.*, 18, 242, 1917.