

<b>Zeitschrift:</b>	Archives des sciences physiques et naturelles
<b>Herausgeber:</b>	Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
<b>Band:</b>	44 (1917)
<b>Artikel:</b>	Sur la possibilité d'exprimer d'exprimer la théorie de la relativité en fonction du temps et les longueurs universels
<b>Autor:</b>	Guillaume, Ed.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-743214">https://doi.org/10.5169/seals-743214</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 07.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**



lons. Il nous est loisible, en prenant des transformations différent très peu les unes des autres, de tracer sur un film autant d'épures que nous voudrons d'images très peu différentes. Pour définir la succession de nos épures, nous introduirons une sorte de « numé-rotage géométrique » de la façon suivante : sur chaque épure, autour d'un point invariable, nous tracerons un angle dont un côté, OA, restera fixe, tandis que l'autre, OB, sera déplacé d'un angle constant d'une épure à la suivante ; ce sera l' « horloge angulaire ». En projetant et tournant le film, nous réaliserons le « mouvement » de ces figures avec une exactitude aussi grande que l'on veut. L'angle  $\tau$  dont a tourné la droite OB du début à la fin de l'opération donne une mesure du temps écoulé. Il pourra arriver que l'opérateur tourne le film de façon que nous déclarions que la droite OB est animée d'une « rotation uniforme » ; nous dirons alors que le film est tourné « régulièrement », et nous poserons  $\tau$  proportionnel à un paramètre  $t$  que nous appellerons le « temps universel » ; c'est une variable indépendante.

Analytiquement, les transformations projectives, dans l'espace à 3 dimensions, s'expriment en coordonnées homogènes par des équations de la forme

$$\begin{aligned} x' &= f_1(x, y, z, u) ; & y' &= f_2(x, y, z, u) , & z' &= f_3(x, y, z, u) , \\ u' &= f_4(x, y, z, u) \end{aligned}$$

qui établissent une correspondance entre les deux systèmes de variables  $S(x, y, z, u)$ ,  $S'(x', y', z', u')$ , de sorte que si l'on donne un groupe de valeurs pour l'un des systèmes, on peut calculer le groupe correspondant pour l'autre ; nous dirons que ces deux groupes sont *simultanés*. Pour exprimer analytiquement les mouvements visibles sur l'écran, il faut se donner les lois de variation de  $x, y, z, u$  par exemple, en fonction de  $t$  ; les « vitesses » seront alors les dérivées de  $x, y, z, u, x', y', z', u'$  par rapport à  $t$ .

Cela posé, considérons la transformation projective :

$$(I) \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = \beta(x - \alpha u) , \quad y' = y , \quad z' = z , \quad u' = \beta(u - \alpha x) \\ \alpha = \text{constante} , \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \end{array} \right.$$

En raison de leur signification physique, les coordonnées  $u$  et  $u'$  sont des longueurs appelées « chemins optiques ».

**INTERPRÉTATION D'EINSTEIN.** — M. Einstein a proposé de prendre d'une façon générale des valeurs proportionnelles à la coordonnée  $u$  comme mesure du temps dans le système  $S$ , et des valeurs proportionnelles à  $u'$  pour cette mesure dans le système  $S'$  ; le facteur de proportionnalité est  $\frac{1}{c}$ , où  $c$  est une constante *absolue*

qui représente la vitesse de la lumière. (Principe de la constance absolue de la vitesse de la lumière.) Il en résulte ce fait singulier que les valeurs *simultanées* de  $u$  et  $u'$  étant, en général, numériquement différentes, à la succession des instants correspondront *deux* suites numériques distinctes, de sorte que des êtres liés à  $S$  et des êtres liés à  $S'$  seront contraints de faire de la simultanéité une notion relative, et de distinguer entre la longueur « géométrique » et la longueur « cinématique » d'un segment. Selon le système envisagé, c'est  $u$  ou  $u'$  qu'il faut prendre comme variable indépendante ; par leur nature, ces variables donnent des « horloges linéaires », auxquelles, du reste, il est aisé de faire correspondre des « horloges angulaires ». Mais on ne pourra représenter sur un seul film l'état des deux systèmes à un instant donné ; il faudra *deux* films, l'un indiquant comment  $S'$  apparaît à  $S$ , et l'autre, comment  $S$  apparaît à  $S'$ , à un instant marqué par l'horloge du système sur lequel on se suppose placé. Les vitesses sont les dérivées de  $x, y, z$  par rapport à  $u$ , et de  $x', y', z'$  par rapport à  $u'$ .

**INTERPRÉTATION DE L'AUTEUR.** — On laisse aux variables  $u$  et  $u'$  leur caractère de coordonnées *spatiales*, et l'on introduit le temps universel  $t$  ;  $u$  et  $u'$  sont alors des fonctions de  $t$ , et leurs dérivées sont les vitesses de la lumière  $c$  et  $c'$  dans  $S$  et  $S'$ . On abandonne ainsi le Principe de la constance absolue de la vitesse de la lumière que l'on remplace par la convention suivante : *la vitesse d'un rayon lumineux est une constante invariable lorsqu'on la mesure dans le système qui contient le rayon*. C'est une constance *relative*. En désignant par  $q_x, \dots, q_z$  les dérivées de  $x, \dots, z$ , on obtient immédiatement :

$$(II) \quad q'_x = \beta(q_x - \alpha c), \quad q'_y = q_y, \quad q'_z = q_z, \quad c' = \beta(c - \alpha q_x)$$

qui donnent ce que nous appellerons l'addition *extérieure* des vitesses. L'addition *intérieure* s'obtiendra par un changement d'unité, en prenant la vitesse de la lumière comme étalon dans chaque système. En posant :

$$Q_x = \frac{q_x}{c}, \quad \dots, \quad Q'_x = \frac{q'_x}{c'}, \quad \dots$$

on a :

$$(III) \quad Q'_x = \frac{Q_x - \alpha}{1 - \alpha Q_x}, \quad Q'_y = \frac{Q_y}{1 - \alpha Q_x}, \quad Q'_z = \frac{Q_z}{1 - \alpha Q_x}$$

On reconnaît la célèbre règle d'addition des vitesses d'Einstein, règle qui contient toute la nouvelle cinématique, comme la règle du parallélogramme contient l'ancienne. On voit que  $\alpha$  est, comme  $Q_x$ , une vitesse réduite : la vitesse relative d'entraînement des deux systèmes.

1. Les équations (II) permettent de calculer l'*expérience de Michelson et Morley*, sans la contraction, pour l'observateur non entraîné avec les appareils (voir *Archives*, ce volume, p. 195). Dans le calcul classique, on fait usage de la règle du parallélogramme et de la contraction ; dans notre calcul, on conserve les longueurs, mais on augmente les vitesses.

2. Les équations (III) donnent immédiatement l'*aberration*, en posant :

$$q_x = c \cos \varphi ; \dots \quad q'_x = c' \cos \varphi' ; \dots$$

On arriverait au même résultat en identifiant, à l'aide de (I), deux vecteurs proportionnels à

$$\sin \frac{2\pi\nu}{c} \left\{ u - \left( l_x + m_y + n_z \right) \right\} ; \sin \frac{2\pi\nu'}{c'} \left\{ u' - \left( l'_x + m'_y + n'_z \right) \right\}$$

et l'on trouverait en plus le *phénomène de Doppler* sous la forme remarquable :

$$(1) \quad \frac{\nu}{c} = \frac{\nu'}{c'} .$$

3. Le *coefficent d'entraînement partiel* de Fresnel s'obtient en développant le dénominateur de la première équation (III) qu'on peut mettre sous la forme :

$$q_x = c \frac{q'_x + \alpha c'}{c' + \alpha q'_x} \quad \text{avec } q'_x = \frac{c'}{n} \quad \text{et en posant } \alpha c = v .$$

4. Les formules (I) et (III) laissent invariables les *équations du champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz*, qu'il est possible d'écrire :

$$Q_x \varrho + \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial u} = \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} , \dots$$

Comme on a d'une façon générale :

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial u} \frac{du}{dt} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial u} c , \quad \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial u} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} , \text{ etc. ,}$$

ces équations peuvent encore revêtir la forme habituelle :

$$\frac{1}{c} \left( q_x \varrho + \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} \right) = \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} , \dots$$

L'identification conduit aux expressions connues :

$$\varrho' = \beta (1 - \alpha Q_x) \varrho , \mathbf{X}' = \mathbf{X} , \mathbf{Y}' = \beta (\mathbf{Y} - \alpha \mathbf{N}) , \mathbf{Z}' = \beta (\mathbf{Z} + \alpha \mathbf{M}) , \dots$$

dont la première donne la relation remarquable :

$$(2) \quad \frac{\varrho}{c} = \frac{\varrho'}{c'} .$$

Comme nous n'avons pas la contraction, le volume est un invariant, mais la *quantité d'électricité* n'en est pas un, contrairement à ce qui a lieu dans la théorie ordinaire. Pour une charge liée à  $S'$ , on a

$$(3) \quad e = \beta e'$$

5. Les équations du *mouvement d'un point matériel* par rapport à  $S'$  sont :

$$m_o \Gamma'_x = e' X' , \quad m_o \Gamma'_y = e' Y' ; \quad m_o \Gamma'_z = e' Z'$$

Dérivons les équations (III), puis supposons le point momentanément au repos sur  $S'$ , c'est-à-dire posons  $Q_x = \alpha$  :

$$\Gamma'_x = \beta^2 \Gamma_x ; \quad \Gamma'_y = \beta \Gamma_y ; \quad \Gamma'_z = \beta \Gamma_z$$

d'où

$$(IV) \quad m_o \beta^3 \Gamma_x = e X ; \quad m_o \beta \Gamma_y = e (Y - \alpha N) ; \quad m_o \beta \Gamma_z = e (Z + \alpha M) .$$

On en déduit les expressions connues :

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} m_x = \text{masse longitudinale} = \frac{m_o}{\sqrt{1-\alpha^2}} \\ m_y = m_z = \text{masse transversale} = \frac{m_o}{\sqrt{1-\alpha^2}} \end{array} \right.$$

6. Pour s'assurer directement que la longueur *cinématique* est identique à la *longueur géométrique*, il faut indiquer la forme des variables  $u$  et  $u'$  en fonction de  $t$ . A notre connaissance, aucun phénomène physique ne permet de préciser cette forme. Des considérations géométriques simples conduisent à poser :

$$(5) \quad u = \lambda + r ; \quad u' = -\lambda + r' .$$

En substituant dans (I) et éliminant  $\lambda$ , on obtient :

$$(6) \quad x = x' + \frac{\alpha \beta}{1+\beta} (r + r') ;$$

si l'on donne à  $t$  une valeur déterminée,  $r$  et  $r'$  auront des valeurs déterminées ; en considérant alors deux points  $x'_1$  et  $x'_2$  fixes sur  $S'$ , on a entre leur distance mesurée dans l'un et dans l'autre système :

$$x'_1 - x'_2 = x_1 - x_2 .$$

Le plus simple est de supposer (5) fonctions linéaires du temps ; alors  $\lambda$  ne dépend pas de  $t$ , et  $r$  et  $r'$  sont proportionnels à  $t$ . Si le point est au repos relatif dans  $S'$ ,  $q'_x = 0$ ,  $c = \beta c'$ , et l'équation (6) devient simplement en posant  $\alpha c = v$  :

$$(6') \quad x = x' + vt ,$$

autrement dit le système  $S'$  se meut, pour le système  $S$ , comme un tout rigide ordinaire, non déformé.