Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 42 (1916)

Artikel: Vérification expérimentale de la formule de Lorentz-Einstein par les Rayons cathodiques de grande vitesse

Autor: Guye, C.-E. / Lavanchy, C.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-743290

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE

DE LA

FORMULE DE LORENTZ-EINSTEIN

par les Rayons cathodiques de grande vitesse

PAR

C.-E. GUYE et Ch. LAVANCHY

I. — Introduction [1]

Dans les théories actuelles, la masse ou coefficient d'inertie des corpuscules en mouvement est considérée comme une quantité variable, fonction de la vitesse. Cette variation du coefficient d'inertie se met généralement sous la forme

$$\mu = \mu_0 \varphi(\beta) ,$$

μ_0 désignant la masse d'un corpuscule infiniment lent ; μ, la masse d'un corpuscule de vitesse β ; cette vitesse étant rapportée à celle de la lumière prise comme unité.

Généralement on détermine cette fonction φ en faisant des hypothèses particulières sur la nature de l'électron. A ce propos, deux théories, celle d'Abraham et celle de Lorentz-Einstein, ont été plus particulièrement envisagées.

La *théorie d'Abraham* [2] suppose, comme on sait, l'électron sphérique, indéformable et chargé uniformément soit en surface, soit en volume.

[1]) Les premiers résultats de ce travail ont été communiqués à la Société de phys. et d'hist. nat. de Genève, le 1er juillet 1915, *Arch. des sc. phys. et nat.*, *40*, 1915, p. *166* ; aux *C. R. de l'Ac. des Sc. de Paris*, le 19 juillet 1915; *C. R. 161*, 1915, p. *52*, et à la Soc. helv. des sc. nat. le 14 sept. 1915, *Arch. des sc. phys. et nat. 40*, 1915, p. *334*.

[2]) Abraham, *Ann. d. Phys.*, *10*, 1903, p. 105.

La *théorie de Lorentz* (1), au contraire, est basée sur l'hypothèse de la déformation des corpuscules en mouvement. L'auteur a été conduit à formuler cette hypothèse hardie en cherchant à expliquer les résultats apparemment négatifs des expériences de Michelson et de Morley (2), et plus tard les résultats des travaux de Rayleigh (3) et de Brace (4). L'électron qui, au repos est une sphère, subirait sous l'influence d'une translation, une contraction telle que son rayon primitif R deviendrait: $R\sqrt{1-\beta^2}$ dans la direction du mouvement (β étant la vitesse de translation rapportée à celle de la lumière prise comme unité); les rayons perpendiculaires à cette direction ne seraient pas modifiés.

D'autre part, M. Einstein (5) a montré que le *principe de relativité* conduit à une variation de masse des corpuscules identique à celle donnée par la théorie de Lorentz (6).

L'importance, pour l'établissement des théories électroniques, de la vérification de l'une ou de l'autre de ces hypothèses explique et justifie les recherches effectuées depuis plusieurs années, soit sur les rayons β du radium, soit sur les rayons cathodiques de grande vitesse.

Tous ces travaux ont pour but l'étude de la variation, en fonction de la vitesse, de la *masse transversale*, qui est, comme on sait, le coefficient d'inertie considéré dans le cas où la force agissant sur l'électron est normale à la trajectoire. La fonction φ qui exprime cette variation prend, dans ce cas, l'une des deux formes bien connues :

Hypothèse d'Abraham :

$$\varphi(\beta) = \frac{3}{4\beta^2}\left[\frac{1+\beta^2}{2\beta}\log\frac{1+\beta}{1-\beta} - 1\right];$$

1) Lorentz, *Proceedings Acad. Sc. Amsterdam*, *6*.

2) Michelson et Morley, *American Journal of Science*, *34*, 1887, p. 333; *Phil. Mag.* *24*, 1887, p 449.

3) Rayleigh. *Phil. Mag.* *4*, 1902, p. 673.

4) Brace. *Phil. Mag.* *7*, 1904, p. 317.

5) Einstein, *Ann. d. Phys.*, *17*, 1905, p. 891.

6) A ces deux hypothèses, il faut en ajouter une troisième, celle émise par Bucherer et Langevin et basée sur une déformation à volume constant des corpuscules.

Hypothèse de Lorentz-Einstein.

$$\varphi(\beta) = [1 - \beta^2]^{-1/2}.$$

Un développement en série de ces deux expressions montrerait que leur comparaison porte sur un terme du deuxième degré en β. On comprend dès lors que peu de travaux soient suffisamment précis pour permettre la discussion de ces théories. Rappelons brièvement les méthodes employées et les résultats obtenus dans ces recherches antérieures.

1. — *Travaux effectués sur les rayons β du radium.*

De 1902 à 1906, M. Kaufmann [1] a donné les résultats de ses recherches dans une série de communications.

Dans ces expériences, les rayons émis par un grain de bromure de radium sont déviés simultanément, dans deux directions perpendiculaires, par deux champs ; un champ électrique et un champ magnétique. En vertu de la nonhomogénéité du faisceau de rayons β, cette double déviation détermine sur une plaque photographique une courbe continue. Par le renversement du champ électrique, on obtient une seconde courbe symétrique de la première. Ce sont les coordonnées de ces deux courbes (approximativement paraboliques) que M. Kaufmann mesurait au microscope. Ces mesures combinées avec celles des champs déviants donnèrent des résultats ne vérifiant pas la formule de Lorentz-Einstein, mais concordant bien soit avec la théorie d'Abraham, soit avec celle de Bucherer-Langevin.

Les recherches très soignées de M. Kaufmann ont provoqué de nombreuses discussions [2] auxquelles ont pris part spécialement MM. Planck, Stark, Heil. M. Heil [3] conclut de son analyse, que les mesures de M. Kaufmann n'arrivent à vérifier la

[1]) Kaufmann, *Ann. d. Phys.*, *19*, 1906, p. 497.

[2]) Ces discussions ont porté spécialement sur le calcul du champ électrique et sur l'ionisation possible des gaz résiduels entre les plateaux du condensateur chargés à une différence de potentiel de 2,500 à 3000 volts.

[3]) Heil, Dissertation, Berlin, 1909.

théorie d'Abraham, plutôt que celle de Lorentz, qu'à la condition d'admettre, d'une part, une valeur de $\frac{\varepsilon}{\mu_0}$ égale à 1.84×10^7 et, d'autre part, une erreur possible d'environ 4 % sur les mesures de la tension aux plateaux du condensateur produisant la déviation électrique.

En 1908, M. *Bucherer* (1) a entrepris, par une méthode différente, de nouvelles recherches sur les rayons β. Le faisceau produit par un grain de fluorure de radium passe d'abord dans une première région où il est soumis à l'action simultanée d'un champ électrique et d'un champ magnétique homogènes. Sous l'influence de ces deux champs, d'une disposition et d'une intensité telles que leurs actions se compensent, les corpuscules conservent, dans cette région, une trajectoire rectiligne. Puis dans une seconde région le champ électrique est supprimé, le champ magnétique homogène agissant seul ; le faisceau y décrit alors une trajectoire circulaire. La déviation ainsi obtenue s'enregistre sur un film photographique. La connaissance des champs, la mesure de la déviation du faisceau et celle de la distance séparant le film photographique des bords du condensateur permettent de calculer par les formules théoriques, soit d'Abraham, soit de Lorentz-Einstein, la vitesse β et la valeur de $\frac{\varepsilon}{\mu_0}$ correspondante. L'hypothèse exacte sera évidemment celle qui donnera pour $\frac{\varepsilon}{\mu_0}$, ainsi déterminé, une valeur constante. De ses expériences, M. Bucherer conclut à l'exactitude de la théorie de Lorentz-Einstein.

Ces recherches ont donné lieu à une longue polémique entre leur auteur et M. Bestelmeyer (2).

D'après M. Bestelmeyer, un seul travail effectué avec un seul appareil, était insuffisant pour autoriser l'auteur à formuler une conclusion aussi précise sur une théorie d'une telle importance.

1) Bucherer, *Phys. zeit*, *9*, 1908, p. 755 ; *Verhanal d. D. Phys. Gesell.* *10*, 1908, p. 698 ; *Ann. d. Phys.*, *28*, 1909, p. 513.

2) Voir spécialement Bestelmeyer, *Ann. d. Phys.*, 30, 1909, p. 166 et 32, 1910, p. 231 ; et Bucherer, *Ann. de Phys*, *30*, 1909, p. 974.

C'est dans le but de compléter ces recherches en s'inspirant des critiques résumées ci-dessus, que M. Neumann [1], à l'instigation de M. Schaefer, a repris la méthode et le dispositif, de M. Bucherer, modifié dans ses détails seulement. Les résultats de ce travail vérifièrent à nouveau, et avec une plus grande exactitude, la formule de Lorentz-Einstein dans des limites de vitesses comprises entre $\beta = 0.4$ et $\beta = 0.7$. L'auteur constate une moins grande concordance pour la région $\beta = 0.7$ à $\beta = 0.8$, sans cependant arriver à l'expliquer. Par une discussion détaillée de ses expériences, l'auteur montre que, pour les grandes vitesses tout au moins, les erreurs de pointé nécessaires pour passer d'une théorie à l'autre paraissent absolument inadmissibles, étant donnée la précision des mesures.

2. — *Travaux effectués sur les rayons cathodiques.*

Indépendamment des recherches de M. Stark [2] qui n'avaient pas été effectuées sur des rayons de vitesse suffisamment grande pour permettre la discussion des théories en présence, et qui n'avaient d'ailleurs pas d'autre but que de mettre en évidence la variation de la masse de l'électron avec la vitesse, trois travaux, dont les résultats ont été publiés presque simultanément, ont été entrepris pour étudier la loi de cette variation sur des rayons cathodiques de grande vitesse.

Le premier en date est celui de M. *Proctor* [3]. Le faisceau cathodique, produit par une machine statique, était dévié successivement par un champ électrique et un champ magnétique. La masse et la vitesse des rayons se déduisaient de la connaissance des champs déviants et de la mesure au cathétomètre des déviations électrique et magnétique. Ces recherches, effectuées sur des rayons cathodiques de vitesses comprises entre 12 et 43 % de la vitesse de la lumière, conduisent leur auteur à con-

[1]) Neumann, *Ann. de Phys.*, *45*, 1914, p. 529. Voir aussi Schaeffer, *Verh. d. D. Phys. Gesell.* *15*, 1915, p. 935 et *Phys. Zeit.*, *14*, 1913, p. 1117.

[2]) Stark, *Verh. d. D. Phys. Gesell.*, *5*, 1903, p. 241.

[3]) Protector, *Phys. Review.*, *30*, 1910, p. 53.

clure à l'exactitude, aux erreurs d'expérience près, de la formule d'Abraham, celle de Lorentz étant, selon son avis, indiscutablement fausse.

M. *Hupka* [1], au contraire, en mesurant, d'une part, le potentiel de décharge à la cathode et, d'autre part, la déviation obtenue par un champ magnétique d'intensité connue, a trouvé une très grande concordance entre ses résultats et la formule de Lorentz-Einstein, et cela dans de grandes limites de vitesse (de $\beta = 0.35$ à $\beta = 0.53$). Mais ses recherches ont donné lieu à de graves critiques de la part de M. Heil [2]. Cet auteur a montré qu'il suffirait d'une erreur dans la mesure du potentiel de décharge de $\pm$ 80 volts, erreur prise d'une façon systématique, pour amener la coïncidence des résultats de M. Hupka, avec l'une ou l'autre des deux théories. M. Heil a en outre calculé à nouveau, d'après les dimensions des appareils, la valeur des déviations produites sur le fond du tube par le champ magnétique. La différence de grandeur entre ces déviations observées et calculées serait voisine de 10 %. Il y aurait donc là une erreur systématique inexpliquée. De l'ensemble de son analyse, M. Heil conclut que les recherches de M. Hupka ne peuvent être considérées comme vérifiant la théorie de Lorentz-Einstein [3].

Dans leurs recherches, MM. *C.-E. Guye* et *S. Ratnowsky* [4] ont utilisé les déviations électrique et magnétique successives du faisceau cathodique produit par une source alternative utilsée de telle façon qu'elle donnait aux bornes du tube un potentiel de décharge à peu près constant. Mais, afin de rendre leurs résultats plus comparables, ils ramenaient le faisceau à une déviation toujours la même Ainsi, les corpuscules suivaient des trajectoires identiques, et, pour des mesures précises, il n'était plus nécessaire de faire intervenir dans les calculs la connaissance des champs magnétique et électrique, en chaque point de la trajectoire. Les résultats de ces expé-

[1]) Hupka, *Ann. d. Phys.*, *31*, 1910, p. 169; *Verh. d. D. Phys. Ges.*

[2]) Heil, *Ann. d. Phys.* *31*, 1910, p. 519.

[3]) « Mit Hupkaschen Messungen Weder die Relativ theorie noch die Kugeltheorie vereinbar ist ». (Loc. cit. p. 530).

[4]) C. E. Guye et S. Ratnowsky, *C. R. de l'Acad. des Sc.*, *150*, 1910, p. 326; *Arch. des Sc. Phys. et nat.*, *31*, 1911, p. 293.

riences incompatibles avec la formule d'Abraham ne vérifiaient qu'imparfaitement celle de Lorentz-Einstein.

Ainsi, de ces trois travaux effectués sur les rayons cathodiques, l'un, celui de M. Hupka, paraît, à première vue, vérifier avec beaucoup d'exactitude la formule de Lorentz-Einstein ; un second, celui de M. Proctor, correspond plutôt à la théorie d'Abraham et pas du tout à celle de Lorentz-Einstein; tandis que le troisième, celui de MM. C.-E. Guye et S. Ratnowsky, donne des résultats voisins de la formule de Lorentz-Einstein et nettement incompatibles avec celle d'Abraham.

Donc, pour les rayons cathodiques, la vérification des hypothèses relatives à la variation de la masse en fonction de la vitesse méritait d'être reprise; il y avait un grand intérêt à tenter de nouvelles déterminations. Ce sont les résultats de ces recherches, entreprises au printemps 1913 au Laboratoire de l'Université de Genève, que nous publions aujourd'hui. Ces résultats, comme on le verra plus loin, vérifient la formule de Lorentz-Einstein avec une grande exactitude dans les limites de vitesse comprises entre 23 et 48 % de celle de la lumière.

II. — Méthode

Le succès de mesures de haute précision est intimément lié au choix de la méthode employée. Écartant d'emblée celles qui nécessitent la mesure de très hauts potentiels, nous avons adopté après l'avoir modifiée convenablement la méthode des *trajectoires identiques* proposée antérieurement par l'un de nous et qui a fait l'objet d'un premier travail en collaboration avec M. Ratnowski [1]. Le développement qu'en ont donné ces auteurs dans le mémoire déjà cité, nous autorise à n'en faire ici qu'un résumé succinct, avant d'exposer les modifications que nous y avons apportées.

1. — *Méthode des « trajectoires identiques »*.

On démontre aisément que, dans un *champ magnétique*, des électrons de vitesse différente peuvent être amenés à suivre

[1]) C.-E. Guye et S. Ratnowsky, *loc. cit.*

rigoureusement une même trajectoire. Il suffit pour cela que l'on ait, pour chaque point de la trajectoire, la relation suivante :

$$\text{(I)} \qquad \frac{I}{\mu v} = \frac{I'}{\mu' v'}$$

reliant les masses μ et μ' de deux faisceaux cathodiques de vitesse v et v' et les intensités I et I' du courant produisant le champ magnétique [1] déviant.

Dans un champ magnétique, la force agissante est toujours normale à la trajectoire, les corpuscules d'un même faisceau ne sont soumis durant tout leur parcours à aucune accélération tangentielle ; ils conservent donc, en tous les points de cette trajectoire, une même vitesse, par conséquent aussi une même masse. Les quantités μ et v sont donc des constantes pour un même faisceau. Il en est de même de μ' et v' relatifs au second faisceau.

Dans un *champ électrique* obtenu entre deux plateaux parallèles, au contraire, la force agissante n'est plus tout à fait normale à la trajectoire ; les corpuscules ne conserveront donc ni une vitesse, ni une masse rigoureusement constantes le long de cette trajectoire. En négligeant [2] ces variations, et en admettant d'autre part que le champ est bien, en chaque point, proportionnel à la tension des plateaux [3], on peut considérer comme pratiquement identiques les trajectoires de deux faisceaux animés de vitesses différentes. Il suffit pour cela que les masses μ et μ' de deux faisceaux cathodiques de vitesse v et v' et les tensions V et V' produisant le champ électrique déviant soient liées, pour chaque point de la trajectoire, par la relation :

$$\text{(II)} \qquad \frac{V}{\mu v^2} = \frac{V'}{\mu' v'^2}$$

[1]) Champ magnétique obtenu évidemment par un enroulement sans fer

[2]) Ces variations sont bien au-dessous des limites des erreurs d'expériences lorsque les déviations ne sont pas par trop grandes, comme un calcul approximatif nous l'a montré.

[3]) Donc en ne tenant pas compte de l'altération du champ par les phénomènes d'ionisation qui, au degré de vide de nos expériences sont très vraisemblablement sans influence.

Donc, en résumé, des faisceaux de vitesse différente peuvent être amenés à suivre, pratiquement dans un champ électrique, rigoureusement dans un champ magnétique, des trajectoires identiques. Expérimentalement, la chose n'offre pas de difficulté: il suffit de ramener ces faisceaux quelle que soit leur vitesse à une déviation magnétique et électrique constante.

Dans ce cas, les formules (I) et (II) conduisent aux relations tout à fait générales :

$$\text{(III)} \qquad \frac{v}{v'} = \frac{\mathrm{IV}'}{\mathrm{VI}'},$$

$$\text{(IV)} \qquad \frac{\mu}{\mu'} = \frac{\mathrm{VI}'^2}{\mathrm{I}^2\mathrm{V}'},$$

absolument indépendantes des valeurs particulières des intégrales de champ.

Les rapports $\frac{\mu'}{\mu}$ et $\frac{v'}{v}$ s'obtiendront ainsi par *la comparaison des valeurs relatives de deux intensités et de deux différences de potentiel.*

La comparaison des résultats expérimentaux avec les formules théoriques nécessite d'une part la connaissance de la valeur absolue d'une vitesse que nous appellerons *vitesse de comparaison*, laquelle permettra de déterminer la valeur absolue de toutes les autres au moyen de la formule III et d'autre part la connaissance, pour cette vitesse de comparaison, de la valeur absolue de l'expression $\frac{\mu}{\mu_0}$ (les autres valeurs de $\frac{\mu'}{\mu_0}$ se déduisant ensuite de l'équation IV).

La détermination de la vitesse de comparaison s'obtiendra au moyen de l'équation bien connue :

$$\text{(V)} \qquad \mathrm{U}\varepsilon = \frac{1}{2}(\mu)v^2,$$

équation reliant la charge ε, la masse cinétique (μ) et la vitesse v d'un corpuscule cathodique au potentiel de décharge U dans le tube. On en tire immédialement :

$$\text{(V')} \qquad v = \sqrt{2\mathrm{U}\frac{\varepsilon}{(\mu)}}.$$

Il suffit donc de connaître U et $\frac{\varepsilon}{(\mu)}$ pour obtenir la valeur de la vitesse de comparaison.

Des considérations pratiques développées dans la partie expérimentale de ce travail nous ont conduits à prendre, pour cette détermination, un chemin un peu différent, suivi du reste déjà par MM. C.-E. Guye et S. Ratnowsky, et dont nous ne donnons ici que le résumé.

On sait en effet que les déviations électrique et magnétique sont liées à la masse μ, à la vitesse v et à la tension V ou à l'intensité I par les formules suivantes :

$$\text{(VI)} \qquad \begin{aligned} x &= A\,\frac{\varepsilon V}{\mu v^2} && \text{(déviation électrique)},\\ y &= B\,\frac{\varepsilon I}{\mu v} && \text{(déviation magnétique)}, \end{aligned}$$

dans lesquelles A et B sont les intégrales des champs électrique et magnétique, constantes pour une trajectoire déterminée et définies par les équations :

$$A = \int_0^{x_0} dx \int_0^x F_1\,dx\,, \qquad B = \int_0^{x_0} dx \int_0^x H_1\,dx\,,$$

dans lesquelles F_1 et H_1 sont les champs électrique et magnétique correspondant respectivement à $V = 1$ et $I = 1$. En combinant la première de ces relations avec l'équation (V), on en tire immédiatement la valeur de A, ainsi qu'une nouvelle expression de la vitesse v :

$$\text{(VII)} \qquad A = 2\,\frac{U}{V}\,\frac{\mu}{(\mu)}\,x\,,$$

$$\text{(VIII)} \qquad v = \sqrt{\frac{A}{x}\,\frac{\varepsilon}{\mu_0}\,\frac{\mu_0}{\mu}\,V}\,.$$

C'est au moyen de cette formule que nous avons calculé la vitesse de comparaison. Une série de mesures préliminaires nous permettait de déterminer A, constante que nous introduisions ensuite dans la formule (VIII).

Donc, en définitive, v ne dépendait que du produit des valeurs absolues de

U, $\frac{\varepsilon}{\mu_0}$, $\frac{\mu}{(\mu)}$ et de $\frac{\mu_0}{\mu}$.

Le potentiel était lu à l'électromètre. La valeur de $\frac{\varepsilon}{\mu_0}$ est connue actuellement d'une façon suffisamment exacte. Enfin, les formules théoriques nous donnaient les valeurs de $\frac{\mu}{(\mu)}$ et $\frac{\mu}{\mu_0}$ relatives à chacune des deux hypothèses. Ainsi la vitesse v pouvait être calculée dans le cas de rayons lents avec une bonne approximation. Il importe de remarquer que *cette détermination doit se faire aux petites vitesses* ; car ce n'est que dans ces conditions seulement que les coefficients d'inertie sont voisins de μ_0 et très peu différents suivant l'hypothèse considérée ; et surtout que le potentiel de décharge, encore relativement peu élevé, peut être mesuré avec une précision suffisante.

En possession d'une vitesse de comparaison v et de la valeur théorique de $\frac{\mu}{\mu_0}$ correspondante, il était facile de calculer ensuite par les formules (III) et (IV) toutes les autres valeurs de v' et de $\frac{\mu'}{\mu_0}$ pour l'ensemble des expériences, donc de comparer nos résultats expérimentaux aux formules théoriques.

2. — *Modifications apportées à la méthode.*

Deux avantages principaux caractérisaient la méthode résumée ci-dessus : elle éliminait la mesure des hauts potentiels, puisque la détermination de la vitesse de comparaison se faisait au moyen de rayons lents ; et elle n'exigeait pas la connaissance des intégrales de champs, puisque le faisceau, quelle que fût sa vitesse, traversait des champs semblables. Elle était donc particulièrement bien adaptée à des *mesures comparatives* exactes.

Mais il subsistait deux inconvénients importants inhérents au principe de la méthode elle-même, et signalés déjà du reste par ses auteurs : l'erreur sur le pointé pouvait, sur une mesure isolée, atteindre environ 1 $^1/_2$ % [1] ; et surtout la méthode ne

[1]) Avec le nouveau dispositif, chaque mesure isolée pouvait se faire avec une sensibilité voisine du $^1/_{300}$.

permettait pas des déterminations rapides [1], la variation de dureté du tube au cours d'une même expérience constituant une difficulté importante des recherches sur les rayons cathodiques de grande vitesse. Nous avons donc cherché, tout en lui conservant ses avantages, à perfectionner la méthode précédente de façon à augmenter le plus possible et la rapidité des déterminations et la précision du pointé. Nous y sommes parvenus en substituant un *enregistrement photographique rapide* aux tâtonnements que nécessitaient quatre lectures directes et successives correspondant à des déviations rigoureusement les mêmes.

Cet enregistrement photographique entraîne un nouvel examen de la méthode des trajectoires identiques. En effet, pour assurer la rapidité des déterminations, nous ne ramenions plus le faisceau à une déviation rigoureusement constante, mais *presque constante*; les trajectoires n'étaient donc plus rigoureusement identiques, mais *presque identiques*.

Le raisonnement que nous avons fait plus haut admettait la constance des intégrales de champ. Il n'est donc plus applicable en toute rigueur dans ce nouveau cas, puisque ces intégrales dépendent des trajectoires elles-mêmes. Nous avons ainsi dû entreprendre une étude expérimentale et préalable de la variation de ces intégrales en fonction de la déviation. Cette étude, détaillée du reste plus loin, nous a montré que nous pouvions considérer encore *dans le cas de déviations presque constantes* les quantités A et B comme pratiquement constantes. [2]

Établissons maintenant nos formules fondamentales en par-

$$\text{(IX)} \qquad \left.\begin{aligned} x &= \mathrm{A}\,\frac{\varepsilon \mathrm{V}}{\mu v^2} \\ x' &= \mathrm{A}'\,\frac{\varepsilon \mathrm{V}'}{\mu' v'^2} \end{aligned}\right\} \text{(déviation électrique)},$$

[1]) Une série de déterminations qui dans le cas du travail précédent pouvait nécessiter un temps souvent très long se faisait presque instantanément par l'enregistrement photographique; notre dispositif permettait, en outre, comme on le verra, de contrôler les perturbations qui pouvaient se produire dans l'émission cathodique au cours d'une expérience.

[2]) Voir plus loin partie expérimentale.

tant des équations de déviation données déjà précédemment (équations VI). Pour deux faisceaux de vitesse v et v' suivant des trajectoires presque identiques, ces équations deviendront :

$$\text{(X)} \qquad \left.\begin{aligned} y &= \mathrm{B}\,\frac{\varepsilon \mathrm{I}}{\mu v} \\ y' &= \mathrm{B}'\,\frac{\varepsilon \mathrm{I}'}{\mu' v'} \end{aligned}\right\} \text{(déviation magnétique)},$$

x et x' étant des déviations électriques (très voisines), V et V' les tensions correspondantes; y et y' des déviations magnétiques (de même très voisines); I et I' les intensités correspondantes.

Faisant en outre A = A' et B = B' d'après nos remarques précédentes, on tire aisément des relations ci-dessus les formules définitives suivantes et directement applicables à nos expériences :

$$\text{(XI)} \qquad \frac{v'}{v} = \frac{\mathrm{IV}'}{\mathrm{VI}'} \cdot \frac{xy'}{yx'} \,,$$

$$\text{(XII)} \qquad \frac{\mu'}{\mu} = \frac{\mathrm{VI}'^2}{\mathrm{I}^2\mathrm{V}'} \cdot \frac{y^2x'}{xy'^2} \,.$$

Dans le calcul de nos expériences x, x', y, y' désignent les doubles déviations électriques et magnétiques.

Remarquons enfin que l'étude expérimentale des intégrales de champ A et B en fonction de la déviation permettrait d'utiliser la méthode dans des limites beaucoup plus larges.

En désignant par A_0 et A_n, B_0 et B_n les valeurs des intégrales de champ correspondant à des déviations x_0 et x_n (déviations électriques), et y_0 et y_n (déviations magnétique) on a les quatre formules

$$x_0 = \mathrm{A}_0\,\frac{\varepsilon}{\mu}\,\frac{\mathrm{V}}{v^2}\,, \qquad x_n = \mathrm{A}_n\,\frac{\varepsilon}{\mu'}\,\frac{\mathrm{V}'}{v'^2}\,,$$

$$y_0 = \mathrm{B}_0\,\frac{\varepsilon}{\mu}\,\frac{\mathrm{I}}{v}\,, \qquad y_n = \mathrm{B}_n\,\frac{\varepsilon}{\mu'}\,\frac{\mathrm{I}'}{v'}\,.$$

D'où l'on peut tirer les équations (XI') et XII') qui sont une généralisation de nos équations (XI) et (XII)

$$\text{(XI')} \qquad \frac{v'}{v} = \left[\frac{K}{L}\right] \frac{IV' x_0 y_n}{VI' y_0 x_n},$$

$$\text{(XII')} \qquad \frac{\mu'}{\mu} = \left[\frac{L^2}{K}\right] \frac{VI'^2 y_0^2 x_n}{I^2 V' x_0 y_n^2}.$$

dans lesquelles

$$K = \frac{A_0}{A_n}, \qquad L = \frac{B_0}{B_n}.$$

Il est facile de voir qu'en faisant dans ces expressions $K = 1$, $L = 1$, $x_0 = x_n$ et $y_0 = y_n$, c'est-à-dire en envisageant le cas où les trajectoires sont pratiquement identiques, on retrouve nos formules (III) et (IV).

Les expressions générales nous donnent en outre des indications intéressantes sur l'influence de la variation des intégrales de champ. On remarque, en effet que les variations relatives L de la constante B interviennent à la puissance seconde dans le coefficient du rapport $\frac{\mu'}{\mu}$, tandis que les variations K de la constante A n'y figurent qu'à la première puissance.

(A suivre).