

**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 42 (1916)  
  
**Artikel:** Interprétation électrodynamique de la constante h de Planck  
**Autor:** Bernoulli, A.-L.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-743275>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 09.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# INTERPRÉTATION ÉLECTRODYNAMIQUE

## DE LA

# CONSTANTE $h$ DE PLANCK

PAR

**A.-L. BERNOULLI**

---

Considérons un électron de masse  $m$  et portant une charge  $e$ , en mouvement dans un champ magnétique uniforme d'intensité  $H$ ; sa trajectoire sera une hélice. Le mouvement peut être considéré comme la résultante d'un déplacement parallèle à l'axe du cylindre de rayon  $r$  sur lequel l'hélice est tracée, c'est-à-dire parallèle aux lignes de force, et d'un mouvement circulaire perpendiculairement à cet axe. L'énergie cinétique  $T$  relative au mouvement circulaire est, en désignant par  $v$  la vitesse tangentielle :

$$T = \frac{1}{2} mv^2 ;$$

la force, perpendiculairement à la trajectoire, aura pour expression :

$$(1) \quad F = \frac{mv^2}{r} = eHv ,$$

de sorte que l'énergie  $T$  en fonction du nombre de tours  $\nu$  et de l'intensité  $H$  du champ, sera :

$$(2) \quad T = \pi r^2 H e \nu = \mu e \nu ,$$

où  $\mu$  désigne le flux d'induction à travers le cylindre, c'est-à-dire le nombre de lignes de force embrassées à chaque tour.

Si, au lieu d'un seul électron, il y en avait  $n$ , en mouvement dans des conditions identiques, on aurait

$$\mu = n \cdot \pi r^2 H .$$

Précisons ce qui précède en introduisant le champ magnétique  $H$  produit par une molécule de diamètre  $\sigma$ . Avec Ritz <sup>(1)</sup> et Paschen <sup>(2)</sup>, nous prendrons  $10^9$  gauss comme ordre de grandeur de  $H$ . Si, en outre, on prend le rayon du cylindre de même ordre que le rayon moléculaire, soit environ  $10^{-8}$  cm. et pour la charge élémentaire, le nombre de Millikan :

$$e = 1,63 \cdot 10^{-20} \text{ U.E.M. ,}$$

on trouve pour le flux d'induction multiplié par la charge :

$$\mu \cdot e = 5,1 \cdot 10^{-27} ,$$

c'est-à-dire un nombre qui concorde avec la constante  $h$  de Planck non seulement quant aux dimensions, mais encore quant à l'ordre de grandeur. On a, en effet <sup>(3)</sup> :

$$h = 6,548 \cdot 10^{-27} \text{ ergs. sec.}$$

Nous verrons dans un instant qu'on peut obtenir une bonne concordance numérique.

Auparavant, nous allons introduire un nouveau principe, que nous appellerons *Principe du flux d'induction universel* et qu'on peut énoncer ainsi :

*Si des électrons sont en mouvement sur des trajectoires fermées identiques dans un champ magnétique moléculaire, le nombre de lignes de force coupées par les rayons vecteurs à chaque révolution est une seule et même constante universelle.*

En d'autres termes, tous les électrons-résonnateurs sont traversés par un même tube de force magnétique universel. Comme, d'autre part,  $e$  est également une constante universelle, le produit  $e\mu$  aura le même caractère, et l'on pourra poser pour un électron :

$$(3) \quad T = \mu e \cdot \nu = \frac{1}{2} h\nu .$$

Si l'on éloigne l'électron du système, celui-ci perdra un « quantum d'énergie »

$$T = \frac{1}{2} h\nu$$

<sup>1)</sup> *Ann. der Physik*, 1908, 25, 660.

<sup>2)</sup> *Jahrbuch der Radioaktivität*, 1911, VIII, 185.

<sup>3)</sup> M. Planck, *Theorie der Wärmestrahlung*, Leipzig 1906 ; p. 162.



sous forme d'énergie cinétique, puisque  $\mu$  est une constante universelle et que la charge élémentaire est indivisible. La constante de Planck sera de la sorte définie par

$$(4) \quad h = 2e\mu = 2\pi r^2 nHe .$$

Si nous avons introduit  $\frac{1}{2} h$  au lieu de  $h$  dans les expressions, c'est pour tenir compte de l'énergie dite « au zéro absolu », ainsi que des formules de Nernst sur les chaleurs spécifiques des solides ; on peut aussi dire que  $\frac{1}{2} h$  est le plus petit facteur qui intervienne dans les relations sur les quanta d'action.

D'autre part, on a, d'une façon tout à fait générale :

$$(4') \quad \nu = \frac{He}{2\pi m} ,$$

d'où, en éliminant  $H$  et  $e$  à l'aide de (4) :

$$(5) \quad h = 4\pi^2 r^2 n m \nu = 2\pi \cdot n \cdot m r v .$$

Ainsi, comme conséquence immédiate du Principe du flux d'induction universel, nous voyons que tout courant particulière d'Ampère ou tout électron-résonnateur possède un moment  $J$  qui est un multiple d'un seul et même *moment universel*, et l'on a

$$J = n \cdot m r v .$$

Or, ceci n'est pas autre chose que l'hypothèse fondamentale introduite en 1913 par M. N. Bohr <sup>(1)</sup> pour expliquer ses belles recherches sur les spectres en série et la constitution des atomes. Ici, la nouvelle hypothèse de Bohr se présente comme une conséquence de notre nouveau principe électrodynamique. Dans la suite, nous nous servirons de l'une ou de l'autre des relations (4) et (5) donnant  $h$ .

Nous allons maintenant calculer quelques diamètres moléculaires au moyen des formules obtenues. Ceci est possible, attendu que le diamètre d'une molécule,  $\sigma$ , doit être, pour des raisons géométriques, une *limite inférieure* du diamètre  $2r$  de la

<sup>1)</sup> *Phil. Mag.* 1913, (6) 26, 15.

trajectoire de l'électron, en supposant toutefois que celle-ci se trouve dans le plan équatorial de la molécule. Il suit de là que pour

$$\text{Lim } 2r = \sigma ,$$

la fréquence doit être *maximum*. Dans le cas des spectres en séries, nous avons bien, en effet, des limites semblables, très marquées, et, comme l'exigent nos formules, ces limites se trouvent du côté du violet.

Comme la limite de la série principale est plus reculée dans l'ultra-violet que la limite d'une série secondaire quelconque, on pourra en déduire la valeur limite  $H_0$  de l'intensité du champ moléculaire au moyen de :

$$\nu = \frac{eH}{2\pi m} ,$$

De plus, la relation (5) nous fournit la propriété suivante, connue depuis longtemps : *Pour les séries homologues, par exemple pour les métaux alcalins dont les poids atomiques, c'est-à-dire les diamètres atomiques, croissent, les limites des séries principales se déplacent vers le rouge par bonds discontinus.*

Si nous connaissons la fréquence limite  $\nu_0$ , par suite  $H_0$ , et la charge élémentaire  $e$ , il est possible de calculer le diamètre moléculaire  $\sigma$  en l'identifiant avec la limite inférieure du diamètre  $2r$  de la trajectoire. Le calcul a été fait pour les séries principales de l'*hydrogène*, de l'*oxygène* et la série principale à courtes longueurs d'onde de l'*hélium*. Le tableau ci-dessous permet de comparer les valeurs calculées par la relation :

$$(6) \quad \sigma = \sqrt{\frac{2h}{\pi n e H_0}} ,$$

tirée de (4), avec les valeurs calculées au moyen de la viscosité des gaz. Dans les trois cas, les nombres concordent avec une exactitude inattendue. Le nombre  $n$  des électrons en mouvement dans l'atome est ainsi de 2 pour la limite de la série principale de l'hélium, et de 1 pour les limites correspondantes de l'hydrogène et de l'oxygène.

	$H_0$	$\sigma$ (viscosité)	Moyenne	$\sigma$ (spectres)
H .....	$5,2028 \cdot 10^8$	$2,17 \cdot 10^{-8} \text{ }^1)$	$2,17 \cdot 10^{-8}$	$2,21 \cdot 10^{-8}$
He .....	4,1048 »	1,92 » $\text{}^1)$	1,81 »	1,77 »
He .....	4,1048 »	1,70 » $\text{}^2)$		
O .....	3,8496 »	2,71 » $\text{}^1)$		
O .....	3,8496 »	2,60 » $\text{}^3)$	2,66 »	2,58 »

Il est évident que de la valeur de  $\sigma$  ainsi calculée, on peut déduire le libre parcours moyen  $l$  et la somme des sections  $Q$  des molécules contenues dans un centimètre cube dans les conditions normales.

	$l$ spectres	$l$ viscosité	$Q$ spectres	$Q$ viscosité
H <sup>4)</sup> .....	0,0167 $\mu$	0,0178 $\mu$	1,07 $\text{m}^2$	0,98 $\text{m}^2$
He .....	0,0264 »	0,0285 »	0,63 »	0,63 »
O .....	0,0124 »	0,0103 »	1,44 »	1,51 »

Pour le calcul de  $Q$ , on a pris le nombre de molécules par  $\text{cm}^3$  trouvé par Planck (<sup>5</sup>) et calculé à partir du rayonnement noir, donc également à l'aide de phénomènes optiques. La formule donnant le libre parcours moyen est celle que l'on obtient en substituant la valeur de  $\sigma$  tirée de (6) dans la relation bien connue de la théorie cinétique :

$$l = \frac{1}{\sqrt{2} \pi N_1 \sigma^2},$$

où  $N_1$  est le nombre de molécules par unité de volume; on a ainsi :

$$l = \frac{H_0 e n}{2 \sqrt{2} h N_1} = \frac{n e H_0 M}{2 \sqrt{2} h N D},$$

<sup>1)</sup> Sutherland, *Phil. Mag.* 1910, (6), 19, 5.

<sup>2)</sup> Schultze, *Ann. der Phys.* 1901, 6, 302.

<sup>3)</sup> Kleint, *Verhand. der deutsch. physik. Gesell.* 1905, 3, 146.

<sup>4)</sup> Lorsqu'il n'y a pas d'indication d'auteur, les nombres sont ceux donnés dans les *Tables de Landolt et Boernstein*.

<sup>5)</sup> Planck, *loc. cit.* p. 162.

où  $N$  est le nombre d'Avogadro,  $M$  la masse moléculaire et  $D$  la masse spécifique. En vertu de (4'), on a également :

$$(7) \quad l = \frac{\pi m n \nu_0 M}{\sqrt{2} h N D}.$$

Ainsi, par exemple pour l'oxygène et l'hydrogène, les fréquences limites des séries principales sont entre elles comme les libres parcours moyens à la même pression. *Plus généralement, la première constante de la série principale dans la formule de Kayser et Runge, sera égale, à un facteur universel près, au produit du libre parcours moyen par la masse spécifique.*

Ce qui précède nous met à même de calculer le diamètre des molécules des éléments pour lesquels, jusqu'à présent, cette détermination n'a pu être faite, vu que ni la viscosité ni la conductibilité de ceux-ci ne sont connues. C'est le cas, par exemple, pour les vapeurs des métaux alcalins, et de l'argent. Le tableau suivant indique les limites des séries principales en nombre d'ondes par cm., la fréquence limite  $\nu_0$ , le champ correspondant  $H_0$  et le diamètre moléculaire que l'on en déduit.

	$\frac{\nu_0}{3 \cdot 10^{-10}}$	$\nu_0$	$H_0$	$\sigma$
Ag .....	61093,5	$1,8328 \cdot 10^{15}$	$6,5210 \cdot 10^8$	$1,982 \cdot 10^{-8}$
Li .....	63489,5	1,3046 »	4,6420 »	2,349 »
Na .....	41444,9	1,2434 »	4,4239 »	2,407 »
K .....	35005,9	1,0502 »	3,7365 »	2,619 »
Rb .....	33684,8	1,0105 »	3,5953 »	2,670 »
Cs .....	31406,7	0,9422 »	3,3522 »	2,765 »

L'expression (4) peut être vérifiée d'une façon encore plus directe. En effet, par élimination de  $\sigma$ , on obtient une relation entre le coefficient de viscosité  $\eta$ , la limite  $\nu_0$  des séries principales et la charge élémentaire  $e$ . L'équation (5) nous donne immédiatement :

$$(8) \quad \eta = \frac{\pi m}{3 \sqrt{2} N h} \cdot M u \nu_0,$$

où  $u$  est la vitesse de translation des molécules gazeuses.

	Température	VISCOSITÉ $\eta$	
		calculée	observée
H .....	0°	0,0000843	0,0000841 <sup>1)</sup>
O .....	0°	0,0002481	0,0001926 <sup>1)</sup>
He .....	0°	0,0001875	0,0001879 <sup>2)</sup>
Hg(vapeur) ..	380°	0,0006654	0,0006560 <sup>3)</sup>

Comme on le voit, la concordance entre les valeurs données par la théorie et les valeurs expérimentales est très satisfaisante pour l'oxygène et les vapeurs de mercure ; pour l'hydrogène et l'hélium, elle est tout à fait remarquable.

Inversément, les coefficients de viscosité de l'hélium et de l'hydrogène nous permettent de calculer la constante de Planck.

*Constante h de Planck*

	$e = 4,88 \cdot 10^{-10}$ (Regener <sup>4)</sup> )	$e = 4,891 \cdot 10^{-10}$ (Millikan <sup>5)</sup> )
H .....	$6,55(2) \cdot 10^{-27}$	$6,53(4) \cdot 10^{-27}$
He .....	$6,53(4) \quad \gg$	$6,54(6) \quad \gg$

VALEUR MOYENNE DE  $h$  :

<i>Viscosité des gaz</i> . . . .	$6,549 \cdot 10^{-27}$
<i>Rayonnement noir</i> . . . .	$6,548 \cdot 10^{-27}$

Comme la différence est inférieure à  $\frac{1}{5} \text{‰}$ , nous avons, dans les résultats ci-dessus, *une confirmation expérimentale remarquable de notre interprétation électrodynamique de la constante de Planck.*

L'équation (8) nous permet enfin de déterminer la masse  $m$  d'une molécule gazeuse, par exemple d'une molécule d'hydrogène et, cela, *sans passer par le nombre d'Avogadro.* On a :

$$m = \frac{M}{N} = \frac{3 \sqrt{2} h \eta}{\pi m \nu_0} .$$

<sup>1)</sup> Markowsky. *Ann. der Phys*, 1904, **14**, 742.

<sup>2)</sup> Rankine, *Phil. Mag.*, 1911, **21**, 45.

<sup>3)</sup> S. Koch, *Ann. der Phys.*, 1883, **19**, 857.

<sup>4)</sup> *Physik. Zeitschr.* 1911, **12**, 135.

<sup>5)</sup> *Ibid.*, 163.



Pour l'hydrogène, en supposant la molécule formée de deux atomes, on trouve

$$m = 3,258 \cdot 10^{-24}$$

et pour la masse de l'atome d'hydrogène

$$\frac{1}{2} m = 1,629 \cdot 10^{-24} ,$$

tandis que M. Planck a trouvé, au moyen de la constante des gaz parfaits et celle du rayonnement noir :

$$\frac{1}{2} m = 1,63 \cdot 10^{-24} .$$

A l'aide de notre valeur, qui concorde très bien avec celle de Planck, et en prenant

$$H = 1,008 ,$$

on peut déterminer le *nombre d'Avogadro*, déduit ainsi de la *viscosité*, de la *série limite* et du *quantum d'action*  $h$ . On trouve

$$N = 6,150 \cdot 10^{23} ,$$

valeur en concordance parfaite avec la valeur de Planck :

$$N = 6,175 \cdot 10^{23} ,$$

déduite du rayonnement noir.

Bâle, Laboratoire de Chimie-Physique de l'Université.

---