

Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 41 (1916)

Artikel: La question des sous-électrons et le mouvement brownien dans les gaz
[suite]
Autor: Targonski, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-742636>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 07.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

LA QUESTION DES SOUS-ÉLECTRONS

ET LE

MOUVEMENT BROWNIEN DANS LES GAZ

PAR
A. TARGONSKI

(Suite ¹)

II. LE MOUVEMENT BROWNIEN DANS LES GAZ ET LA DÉTERMINATION DE LA CHARGE ÉLÉMENTAIRE

§ 7. On peut écrire les formules fondamentales (1) et (2) de la façon suivante :

$$mg = \frac{1}{B} v_1 ; \quad eF - mg = \frac{1}{B} v_2 , \quad \text{où} \quad B = \frac{1 + Al/a}{6\pi a\eta}$$

est la « mobilité » de la particule (vitesse de la particule mue sous l'influence d'une force égale à l'unité). De la théorie du mouvement brownien résulte une autre expression pour B, indépendante du rayon de la particule (²) et de sa densité :

$$B = \frac{N}{2RT} \overline{\lambda^2} , \quad (11)$$

où N est le nombre d'Avogadro, R la constante des gaz, T la température absolue, $\overline{\lambda^2}$ le carré moyen du déplacement brownien dans une seconde :

$$\overline{\lambda^2} = \frac{\overline{\Delta x^2}}{\tau} .$$

¹) Voir *Archives*, t. XLI, p. 181.

²) A. Einstein, *Ann. d. Phys.*, 1905, **17**, p. 559; 1906, **19**, p. 371, Smoluchowski, *Bullet. Crac.*, 1906, p. 202, 577.

En désignant par v_m la vitesse moyenne (vraie) de la particule, par t_m la durée moyenne (vraie) de la chute (ou d'ascension), par t la durée observée, par n le nombre d'observations, on a : $\Delta_x = v_m (t - t_m)$ et partant :

$$\overline{\lambda^2} = \frac{v_m^2}{n} \sum_1^n \frac{(t_i - t_m)^2}{t_i}. \quad (12)$$

M. Fletcher ⁽¹⁾ utilise pour ses calculs non pas le carré moyen des déplacements, mais le carré de la moyenne des déplacements :

$$u^2 = \frac{\pi}{2} \frac{v_m^2}{n} \left(\sum_1^n \frac{t_i - t_m}{\sqrt{t_i}} \right)^2. \quad (13)$$

Il est évident qu'en théorie (pour $n = \infty$) on doit avoir $\overline{\lambda^2} = u^2$, en réalité les deux méthodes de calcul conduisent à des résultats quelque peu différents. Dans tous les calculs nous avons employé, sauf indication contraire, la formule (13) de M. Fletcher. Dans les formules précédentes, on a supposé que la vitesse vraie ne diffère pas de la vitesse moyenne ; M. Fletcher a démontré qu'entre ces quantités il y a une certaine différence, assez petite cependant, pour qu'on puisse la négliger ⁽²⁾. Après avoir trouvé $\overline{\lambda^2}$ ou u^2 d'après l'une des formules (12) ou (13), on tire de la formule (11) la mobilité B ; en substituant celle-ci dans les équations fondamentales on trouve pour la charge une expression indépendante de la densité de la particule et, jusqu'à un certain point, aussi indépendante de la forme.

$$e = \frac{600RTLd}{VN u^2} (v_1 + v_2). \quad (14)$$

En comparant les deux expressions de la mobilité, on arrive à la formule suivante :

$$\frac{1 + Al/a}{6\pi\eta a} = \frac{N}{2RT} u^2, \quad (15)$$

¹⁾ M. Fletcher, *Phys. Rev.*, 1911, **33**, p. 92 ; 1914, **4**, p. 440.

²⁾ M. Schrödinger, *Phys. Zs*, 1915, **16**, p. 289, et M. Schmoluchowski, *ibid.*, 1915, **16**, p. 318, ont démontré que la correction de M. Fletcher n'est pas justifiée.

d'où l'on peut calculer le rayon α de la particule indépendamment de sa densité. Toutes ces formules, à l'exception de (13), sont empruntées au mémoire de M. Konstantinowsky (¹).

Pour les particules de mercure pur, le calcul de u^2 (ou $\overline{\lambda^2}$) est beaucoup plus compliqué, les vitesses moyennes de ces particules étant variables. On traçait une courbe qui exprimait la durée de chute en fonction du temps; les nombres que fournissait cette courbe furent adoptés comme durées de chute moyennes. En désignant ces nombres par $t_{m1}, t_{m2} \dots t_{mn}$, et les durées de chute observées par $t_1, t_2 \dots t_n$, on obtient en vertu de l'égalité $v = \frac{L}{t}$ l'expression suivante pour u^2 :

$$u^2 = \frac{\pi}{2} \frac{L^2}{n} \left(\frac{t_1 - t_{m1}}{t_{m1} \sqrt{t_1}} + \dots + \frac{t_n - t_{mn}}{t_{mn} \sqrt{t_n}} \right).$$

Il est évident que ce mode de calcul est quelque peu arbitraire, parce qu'on peut tracer la courbe de différentes manières, surtout pour les petites particules dont les écarts browniens sont très grands. Il est donc indispensable de prendre les moyennes de plusieurs particules pour arriver à un résultat quelque peu sûr.

Pour le nombre d'Avogadro, la valeur $N = 6,1 \times 10^{23}$ a été adoptée dans tous les calculs, comme étant la plus vraisemblable (²). Les données des auteurs qui se servaient d'une autre valeur de N (par exemple M. Ehrenhaft et M. Konstantinowsky) ont été recalculées d'une façon correspondante.

§ 8. *Comparaison des résultats des différents observateurs.* — La table XIV contient les résultats des déterminations de la charge élémentaire d'après les deux méthodes : celle de Ehrenhaft-Millikan et celle du mouvement brownien. Nous avons pu utiliser les données des observateurs suivants :

Les observations citées dans les deux mémoires de M. Millikan ne permettent malheureusement pas le calcul du mouvement

¹) D. Konstantinowsky, *Wien. Akad. Berichte*, 1914, **123**, p. 1697.

²) T. Svedberg, *Jahrb. Radioakt.*, 1913, **10**, p. 484.

brownien. Nous avons dû nous borner à la particule de M. Millikan, calculée par M. Zerner ⁽¹⁾.

Nous avons calculé les charges des deux particules, qu'on trouve dans le premier mémoire de M. Fletcher ⁽²⁾ : $e \times 10^{10} = 3,78; 2,72$. Les très intéressantes expériences de M. Fletcher sous pression réduite ⁽³⁾ seront examinées au § 12.

La charge élémentaire trouvée par M. Roux ⁽⁴⁾ est trop petite. Les causes probables ont été indiquées par M. Y. Lee ⁽⁵⁾.

M. Regener ⁽⁶⁾ trouve une valeur de la charge un peu trop grande, ayant utilisé la constante $A = 0,815$ et non pas $A = 0,870$. En réalité, son résultat ne diffère guère de celui de M. Millikan.

Nous avons calculé les charges de quatre des plus petites particules, qu'on trouve dans les observations de M. Schidlof et de M^{lle} Murzynowska : $e \times 10^{10} = 2,55; 4,04; 4,62; 4,06$.

M. Przibram ⁽⁷⁾ ne faisait pas varier les charges de ses particules, de sorte que le nombre n de charges élémentaires portées par chaque particule reste indéterminé et peut être choisi arbitrairement ; c'est pourquoi la moyenne des résultats de M. Przibram (tirée de la table qu'on trouve dans le mémoire de M. Ehrenhaft) n'a pas été prise en considération pour le calcul de la moyenne générale.

Les observations de M. Weiss ⁽⁸⁾ et de M. Mayer ⁽⁹⁾ n'ont pas pu être utilisées pour la même cause : l'incertitude des nombres n . D'après le choix de ces nombres que fait M. Weiss, on trouve en moyenne $e = 4,50 \times 10^{-10}$, avec un écart maximum de la moyenne de 30 %. En choisissant les nombres n d'une autre façon, on trouve en moyenne $e = 3,17 \times 10^{-10}$ avec un écart maximum de 15 %. Nous croyons donc ce dernier

¹⁾ F. Zerner, *Phys. Zs.*, 1915, **16**, p. 10.

²⁾ N. Fletcher, *ibid.*, 1911, **12**, p. 202.

³⁾ Idem, *Phys. Rev.*, 1911, **33**, p. 92.

⁴⁾ J. Roux, *Ann. d. Ch. et Phys.*, 1913, **29**, p. 69.

⁵⁾ Y. Lee, *Phys. Rev.*, 1914, **4**, p. 420.

⁶⁾ E. Regener, *Phys. Zs.*, 1911, **12**, p. 135.

⁷⁾ U. Przibram, *ibid.*, 1911, **12**, p. 62 ; 1912, **13**, p. 106 ; *Wien. Akad. Ber.*, 1912, **121**, p. 949.

⁸⁾ E. Weiss, *Phys. Zs.*, 1911, **12**, p. 630.

⁹⁾ A. Mayer, *Wien. Akad. Ber.*, 1912, **121**, p. 1097.

chiffre plus vraisemblable, d'autant plus qu'il s'approche de la moyenne générale.

Pour le calcul de la moyenne des charges de M. Ehrenhaft, nous avons utilisé non seulement les données de la table p. 104⁽¹⁾, mais toutes celles qu'on trouve dans les protocoles de ses expériences. La charge de quelques particules n'ayant pas variée pendant la durée de l'observation, nous avons adopté les nombres n suivants : N° V, $e \times 10^{10} = 7,99 = 3 \times 2,66$; N° III, $e \times 10^{10} = 2,43$ (d'après la remarque de M. Ehrenhaft); N° IV, $e \times 10^{10} = 7,35 = 3 \times 2,45$; N° XI, $e \times 10^{10} = 5,40 = 2 \times 2,70$; N° X, $e \times 10^{10} = 11,04 = 4 \times 2,76$, qui sont le plus en accord avec les autres expériences de M. Ehrenhaft.

Les données de M. Konstantinowsky⁽²⁾ ont été utilisées sans aucun changement.

On trouvera dans la table XIV la moyenne des nombres que M^{lle} Vogl estime être les meilleurs résultant de ses déterminations : $e \times 10^{10} = 4,73$; 4,52; 3,07; 4,62; 3,03; 4,22; 3,41.

De nos observations nous avons utilisé toutes les données relatives au mouvement brownien, c'est-à-dire : 1° la moyenne de la table XIII pour les particules produites d'après la méthode de M. Ehrenhaft; 2° la moyenne des charges de quatre particules « invariables » (poussières, v. § 2) : $e \times 10^{10} = 2,99$ (N° 23); 3,28 (N° 54); 3,13 (N° 57); 3,51 (N° 107); 3° la moyenne du premier groupe de la table XXVII (§ 13) pour les particules de mercure pulvérisé mécaniquement; toutes les expériences ont donc été prises en considération.

Quelle est la précision avec laquelle on peut déterminer les charges d'après le mouvement brownien? Pour résoudre la question, examinons ces charges tirées du mouvement brownien pour les particules d'huile, dont la charge, calculée d'après la formule de Stokes-Cunningham, est invariable : on trouve en moyenne $e = 3,59 \times 10^{10}$ avec les écarts maxima : $e = 2,55 \times 10^{10}$ et $e = 4,62 \times 10^{10}$. *La méthode du mouvement brownien est tellement inexacte qu'à une même charge peuvent correspondre des*

¹⁾ F. Ehrenhaft, *Wien. Akad. Ber.*, 1914, **123**, p. 53.

²⁾ D. Konstantinowsky, *ibid.*, 1914, **123**, p. 1697.

TABLE XIV

Observateur	Substance	Charge d'après Stokes-Cunning- gham $e \times 10^{10}$	Charge d'après le mouvement brownien $e \times 10^{10}$	Nombre de particules m
Fletcher	huile	4.77	3.25	2
J. Lee	gomme-laque	4.76	—	—
Millikan ⁽¹⁾	huile	4.77	3.34	1
Regener	huile, KOH	4.86	—	—
Roux	soufre	4.17	—	—
Schidlof et Murzynowska	huile	4.74	3.87	4
Targonski	mercure pur	4.68	3.55	5
Przibram	P,S,KOH,Mg, camphre, etc.	nomb. de Mil- likan en moy.	3.32 (?)	—
Ehrenhaft	Hg pulvérisé dans l'arc	sous électrons	3.08	16
Konstanti- nowsky	Au et Hg pulv. dans l'arc	sous-électrons	2.80	11
Targonski	poussières	sous-électrons	3.22	4
Targonski	Hg pulvérisé dans l'arc	sous-électrons	3.43	9
Vogl	Ag pulvérisé dans l'arc	sous-électrons	3.94	7

¹⁾ M. Zerner avait tenté de démontrer que les observations de M. Millikan conduisent parfois à des sous-électrons (mémoire cité). Dans une récente publication M. Fletcher (*Ph. Zs.*, 1915, **16**, p. 316) réfute les arguments de M. Zerner.

chiffres qui diffèrent de 30 % de la moyenne ⁽¹⁾. Des données de la table XIV il résulte que sept observateurs (en ne tenant pas compte des observations de M. Przibram) ont trouvé avec des particules de six substances différentes, des charges calculées d'après le mouvement brownien, qui ne diffèrent pas plus de 20 % de la moyenne $e = 3,28 \times 10^{-10}$. Si on tient encore compte du nombre restreint de particules (nombres m de la table), on est obligé de convenir que tous les chiffres de la table peuvent très bien correspondre à une même valeur de la charge. *La charge élémentaire, déterminée indépendamment de la densité et de la forme (par le mouvement brownien) a une valeur constante dans la limite des erreurs possibles, pour toutes les particules de différentes substances; des sous-électrons véritables n'ont pas été observés jusqu'à présent.*

On peut diviser en trois groupes les résultats des calculs des charges d'après la formule de Stokes-Cunningham. Le premier groupe contient les observations des particules produites par pulvérisation mécanique à la température ordinaire, c'est-à-dire les observations avec de l'huile, du mercure, de la potasse caustique, du soufre et de la gomme-laque; toutes ces particules conduisent à une même valeur de la charge élémentaire (voir plus haut les remarques concernant les travaux de M. Regener et de M. Roux). Les observations de M. Przibram forment le second groupe; ce savant a étudié les vapeurs produites par la combustion de différents corps; ces particules se formaient donc à une température élevée. Il trouve en moyenne, pour la charge élémentaire, le nombre de Millikan, mais avec de très grands écarts isolés de la moyenne. Enfin, dans le troisième groupe rentrent toutes les observations faites avec des substances pulvérisées par l'arc, c'est-à-dire à une température très élevée (mercure, argent, or, platine dans les premières expériences de M. Ehrenhaft, zinc et cuivre dans les expériences de M. Joffe); toutes ces observations et ces observations seules conduisent à des sous-électrons. On peut en conclure qu'à des températures élevées, les particules se transforment d'une façon telle, qu'avant d'y appliquer la formule de Stokes-Cun-

¹⁾ Cons. également le mémoire de M. Schrödinger.

ningham il faudrait trouver un moyen de déterminer directement la densité de ces particules.

Nous voudrions espérer que la question des sous-électrons puisse être considérée comme définitivement tranchée. On trouvera dans ce qui suit une analyse critique des travaux de M. Ehrenhaft et de M. Konstantinowsky, ainsi qu'une tentative faite pour trouver les causes du fait surprenant que la valeur de charge élémentaire calculée d'après le mouvement brownien est de beaucoup inférieur à celle trouvée au moyen de la formule de Stokes-Cunningham.

§ 9. *Expériences de M. Ehrenhaft et de M. Konstantinowsky.*

— On détermine habituellement la charge élémentaire d'une particule quelconque de la façon suivante : on modifie la charge de la particule plusieurs fois en ionisant le gaz par les rayons du radium ou par les rayons X ; on détermine les vitesses d'ascension v_2' , v_2'' ... correspondant à chacune de ces charges ; il résulte de la formule (3) que les charges sont dans le rapport $(v_1 + v_2') : (v_1 + v_2'')$ Les nombres entiers n qui satisfont à ce rapport montrent de combien de charges élémentaires se compose chaque charge. M. Ehrenhaft procède d'une autre manière. Il n'observe les vitesses v_1 et v_2 que pour une ou deux charges, il ne calcule donc la valeur absolue que pour une ou deux charges. Les autres charges se déterminent d'une façon relative. On choisit la tension aux bornes du condensateur d'une telle manière que la force électrique fasse équilibre à la force de la pesanteur (suspension de la particule) ; on a : $eF = mg$; $e = \frac{mg}{F}$. Les charges sont donc inversement proportionnelles aux « potentiels d'équilibre ». Avec la valeur absolue d'une charge et le rapport des nombres $\frac{1}{F}$ il est facile de calculer toutes les charges. Evidemment, cette méthode serait très commode si l'on pouvait trouver la valeur exacte du potentiel d'équilibre pour chaque charge. Mais en réalité c'est impossible : la particule subit non seulement l'influence de la force constante de la pesanteur, mais aussi celle des forces variables du mouvement brownien ; la particule ne sera donc jamais immobile quelque

soit le potentiel. En outre, M. Ehrenhaft observait ses particules au moyen d'un microscope, ce qui rendait le mouvement brownien encore plus visible; le potentiel correspondant à un moment donné à la moindre vitesse visible, peut en réalité différer de beaucoup du « véritable » potentiel d'équilibre qu'on tire de l'égalité $eF = mg$ et qui correspondrait à l'absence du mouvement brownien. Nous citerons à titre d'exemple une de nos observations (N° 106), dans laquelle le potentiel d'équilibre était noté après chaque observation d'ascension; ces potentiels se trouvent dans les colonnes V; les nombres n sont tirés du

TABLE XV

n	31.0	19.9	18.7	16.4	10.1	7.0
n_1	27.4	19.2	18.1	15.4	10.4	7.0
V	9.2; 9.2	13.7; 11.2; 14.8	12.4; 14.8; 14.8	16.3	26.8; 22.0;	30.0; 42.0; 37.0; 37.0; 34.5

rapport des vitesses d'ascension, les nombres n' — des potentiels d'équilibre observés (on a supposé dans les deux cas que la moindre charge consiste en sept charges élémentaires). On tire donc des observations du mouvement de la particule le rapport des charges en négligeant les décimales 31 : 20 : 19 : 16 : 10 : 7, et des potentiels d'équilibre (moyens) le rapport 27 : 19 : 18 : 15 : 10 : 7. Mais si on tient compte des décimales comme le fait M. Ehrenhaft, on arrive au rapport beaucoup plus compliqué 59 : 41 : 39 : 33 : 22 : 15. On voit encore d'après les données de la table XV, qu'à une même charge correspondent les potentiels $V = 30,0$ et $V = 42,0$. Il est donc de toute évidence que la méthode est peu précise, même si on prend des moyennes de plusieurs observations pour chaque charge. En tout cas, il est absolument inadmissible qu'on déduise le nombre de charges d'une observation *unique*.

M. Ehrenhaft ⁽¹⁾ le reconnaît lui-même, ce qui ne l'empêche pas de déterminer les nombres des charges de ses particules 1 et 2 d'après des observations uniques. On ne peut donc être sûr que le rapport 5 : 3 (N° 1) ne doive pas être remplacé par celui de 2 : 1 et le rapport 10 : 4 : 3 (N° 2) par 3 : 1 : 1, d'autant plus qu'en effectuant ces corrections, on arrive à des valeurs des charges qui concordent avec les autres expériences de M. Ehrenhaft.

La méthode devient plus précise si au lieu d'observer des potentiels d'équilibre qui en réalité n'existent pas, on observe les potentiels qui correspondent à une chute ou à une ascension très lente mais continue, comme le fait toujours M. Konstantinowsky. On trouve de cette façon deux limites entre lesquelles est contenu le véritable potentiel d'équilibre. Mais comme on obtient pour chaque charge deux nombres assez éloignés (à cause du mouvement brownien), le choix des nombres entiers n devient embarrassant, surtout quand on a beaucoup de charges. Et plus on rapproche les deux limites plus le rapport des nombres n devient compliqué. Si on attribue à la méthode une précision qu'elle ne peut donner, comme le fait M. Ehrenhaft, on arrive logiquement à la négation de l'indivisibilité de l'électron ⁽²⁾.

Pour la particule N° IV de M. Konstantinowsky, les vitesses d'ascension ont été observées pour deux charges qui se trouvent dans le rapport 4,0 : 3,0. M. Konstantinowsky préfère substituer à ce rapport celui de 9 : 7 se basant sur les potentiels d'équilibres : $V = 9,5; 15,0; 26,2$. Il trouve définitivement le rapport 11 : 9 : 7 : 4. Mais il suffit d'attribuer à ces potentiels les valeurs : $V = 10,4; 17,4; 26,2$, qui ne contredisent aucunement les observations de M. Konstantinowsky pour que le rapport 4 : 3 soit conservé et que le rapport général revête la forme simple de 5 : 4 : 3 : 2. De même pour la particule N° VII il suffit d'accepter pour les potentiels d'équilibre les valeurs $V = 90,0; 60,0; 45,0; 30,0; 22,5$, au lieu de celles de M. Konstantinowsky : $V = 89,1; 64,8; 42,0; 31,0; 23,0$ pour

¹⁾ F. Ehrenhaft, *l. c.*, p. 80.

²⁾ D. Konstantinowsky, *l. c.*, p. 1740.

que le rapport compliqué de M. Konstantinowsky 31:23:17:11:8 se transforme dans le rapport très simple 8:6:4:3:2. Si on effectue ces corrections aux N^{os} IV et VII, on trouve des valeurs des charges concordant avec les autres observations de M. Konstantinowsky.

On a vu (§ 7) que pour le calcul des charges d'après le mouvement brownien, on peut employer ou le carré moyen des écarts browniens $\bar{\lambda}^2$, ou le carré de l'écart moyen u^2 ; en théorie on a: $\bar{\lambda}^2 = u^2$; en réalité cette relation n'est pas toujours satisfaite. Il sera démontré (§ 11) que le nombre observé des plus grands écarts browniens excède presque toujours quelque peu le nombre théorique. Mais comme pour le calcul de $\bar{\lambda}^2$ on élève d'abord chaque écart au carré, et qu'on prend la moyenne, tandis que pour le calcul de u^2 on procède d'une façon inverse, il est évident que l'excès des plus grands écarts exerce une plus grande influence sur $\bar{\lambda}^2$ que sur u^2 ; $\bar{\lambda}^2$ devient trop grand, la charge en conséquence trop petite. C'est pourquoi nous avons effectué tous les calculs avec u^2 . On trouvera dans la table XIII les u^2 , les $\bar{\lambda}^2$ et les charges calculées des deux façons pour les particules pulvérisées dans l'arc; on remarquera que la moyenne des charges calculées d'après le mode employé par M. Fletcher (soit les u^2) est plus grande que celle des charges calculées d'après M. Ehrenhaft (soit les $\bar{\lambda}^2$). Cette explication évidemment ne peut pas être rapportée aux très grands écarts entre les u^2 et les $\bar{\lambda}^2$ (jusqu'à 80 %) qu'on trouve dans quelques-unes des expériences de M. Ehrenhaft et de M. Konstantinowsky. Nous reviendrons à la question au § 11.

Nous avons aussi calculé les u^2 pour les particules de M. Ehrenhaft et de M. Konstantinowsky. Les tables XVI et XVII contiennent ces nombres, ainsi que les charges recalculées au moyen des u^2 . Les nombres de charges des N^o 2 de M. Ehrenhaft et des N^{os} IV et VII de M. Konstantinowsky ont été corrigés conformément à ce qui a été dit plus haut. La particule N^o II de M. Konstantinowsky a été laissée de côté: le nombre d'observations est tellement restreint (10 pour les chutes et 7 pour les ascensions) et le mouvement brownien de cette particule tellement fort, qu'il est impossible d'obtenir des chiffres quelque peu certains.

TABLE XVI

F. EHRENHAFT			Moyenne
N°	$u^2 \times 10^6$	$e \times 10^{10}$	
I	1.256	3.88	$e = 3.67 \times 10^{-10}$
III	1.054	3.60	
VII	1.575	3.83	
VIII	1.753	1.99	
IX	1.128	3.84	
1	0.992	2.96	
2	0.927	4.95	
3	1.733	3.83	
4	0.950	3.12	

TABLE XVII

D. KONSTANTINOWSKY			Moyenne
N°	$u^2 \times 10^6$	$e \times 10^{10}$	
I	0.321	4.06	$e = 3.39 \times 10^{-10}$
III	1.154	3.11	
IV	0.902	2.96	
V	0.608	2.18	
VI	1.021	4.32	
VII	0.621	2.25	
VIII	0.471	3.94	
XII	3.805	3.82	
Hg I	0.597	3.36	
Hg II	1.750	3.94	

Sil'on substitue les moyennes des tables XVI ($e = 3,67 \times 10^{10}$) et XVII ($e = 3,39 \times 10^{10}$) à celles de la table XIV, on trouve que la moyenne des charges calculées d'après le mouvement brownien par différents observateurs est égale à :

$$e = 3.52 \times 10^{-10},$$

avec un écart maximum de la moyenne de 12 %.

M. Ehrenhaft croit que la charge élémentaire est une fonction du rayon et qu'elle diminue avec celui-ci. C'est là l'explication que ce savant donne pour le fait que M. Millikan et d'autres n'ont pas pu observer des sous-électrons, leurs particules étant, d'après l'avis de M. Ehrenhaft, trop grands. Mais il suffit de jeter un regard sur les données de la table XVIII, où l'on a indiqué les rayons des plus petites particules observées par différents observateurs, pour voir que les particules de M. Ehrenhaft et de M. Konstantinowsky (les rayons sont calculés d'après le mouvement brownien) ne sont guère plus petites

TABLE XVIII

Observateur	Fletcher	Ehrenhaft	Schidlof et Karpowicz	Konstantinowsky	Targonski
Le plus petit rayon observé $a \times 10^3$	2.5	1.98	1.25	1.12	0.65

que les autres. Pour les plus petites particules observées jusqu'à présent (mercure pur) et pour les plus grandes (particules de M. Millikan) on retrouve exactement la même valeur de la charge. *La charge élémentaire ne dépend pas du rayon de la particule.*

Pour expliquer les sous-électrons il faut admettre que la densité des particules est différente de celle qu'on avait supposée, ou que leur forme n'est pas sphérique. On a vu (§ 6) que les particules de M. Ehrenhaft sont peut-être à peu près sphériques; on peut donc calculer la densité de la particule de M. Ehrenhaft qui correspond au plus petit sous-électron (N° 2). Après avoir effectué la correction indiquée précédemment sur le nombre de charges, on trouve que la charge (calculée d'après Stokes-Cunningham) en supposant la densité de la particule égale à celle du mercure, est égale à : $e = 0,8 \times 10^{-10}$. En admettant que la véritable valeur de la charge est $e = 4,77 \times 10^{-10}$ on calcule facilement que la densité de cette particule est égale à peu près à : $\sigma = 1,2$. Il a été démontré (§ 6) que la densité moyenne des particules de M. Ehrenhaft est inférieure à 7,3; il ne serait donc pas impossible qu'une particule isolée puisse posséder une densité voisine de celle de l'eau. Toutes les autres particules de M. Ehrenhaft doivent posséder une densité plus grande. On peut vérifier ce calcul de la façon suivante : en supposant que la densité de la particule soit $\sigma = 1,2$, on trouve pour le rayon $a = 3,8 \times 10^{-5}$. Si l'on calcule maintenant le rayon d'après le mouvement brownien, on trouve $a = 3,1 \times 10^{-5}$, ce qui diffère de 18 % du chiffre précédent. Mais on a vu que les charges et en conséquence les rayons, calculés d'après le mouvement brownien sont toujours inférieurs de 15 à 30 % à ceux calculés au moyen de la formule de Stokes-Cunningham. *On arrive donc au même résultat, soit en supposant la charge élémentaire invariable et la densité variable, soit en effectuant le calcul indépendamment de la densité par la méthode du mouvement brownien*, ce qui prouve une fois de plus que les sous-électrons ne sont dûs qu'à une estimation erronée de la densité, au moins en ce qui concerne les observations de M. Ehrenhaft.

Les sous-électrons de M. Konstantinowsky sont tellement petits qu'il serait impossible de les expliquer par la variation de

la densité seule. Examinons en conséquence les cinq preuves de la sphéricité des particules d'or, que donne M. Konstantinowsky. Les preuves 2 et 5 démontrent seulement que ses particules n'étaient pas d'une forme plate, oblongue etc. ⁽¹⁾. Les microphotographies de M. Ehrenhaft, à notre avis, ne prouvent rien, les particules d'or étant trop petites pour être photographiées. Selon M. Konstantinowsky, les mobilités calculées d'après les observations des chutes doivent être égales à celles calculées d'après les ascensions, si les particules sont sphériques. Voilà par exemple les rapports des deux mobilités que cite M. Konstantinowsky :

$$\frac{\lambda^2}{\lambda_f^2} = 1,08; 1,15; 0,95; 0,95; 1,42; 1,60; 0,60; 2,00.$$

Il est évident que seuls les quatre premiers nombres peuvent être considérés comme égaux à l'unité; d'ailleurs nous nous réservons de montrer au § suivant que selon toute vraisemblance la mobilité de la particule est une fonction de sa vitesse ⁽²⁾. Ces chiffres ne peuvent donc pas servir de preuve. La dernière preuve de M. Konstantinowsky consiste en quelques inégalités, qui dépendent, comme l'a fait remarquer M. Schidlof, de *quatre* nombres déterminés avec une précision insuffisante, à savoir les deux mobilités et les deux potentiels entre lesquels se trouve le potentiel d'équilibre. En résumé, aucun des cinq arguments de M. Konstantinowsky n'est *décisif* : la forme sphérique des particules d'or est *possible*, mais non *prouvée*.

On peut supposer, comme l'a fait M. Perrin, que les particules métalliques formées dans l'arc ont une structure spongieuse (tout en demeurant à peu près sphériques); on pourrait expliquer de cette façon leur très petite densité moyenne, l'influence notable des irrégularités de la forme et leur sphéricité apparente dans les microphotographies de M. Ehrenhaft.

M. Ehrenhaft arrive à cette conclusion paradoxale que les

¹⁾ M. Schidlof nous a fait remarquer que le mouvement brownien de rotation des petites particules étant très rapide, on ne pourrait en aucun cas apercevoir un scintillement quelconque, quelque soit la forme de la particule.

²⁾ Comparer le mémoire de M^{lle} Vogl.

plus petites particules possèdent une moindre mobilité que les plus grandes, ce qu'il explique par une imperfection de la théorie. Les données de la table XXVII montrent que pour les particules de mercure pur c'est le phénomène inverse qui se reproduit : la mobilité (proportionnelle aux u^2) augmente avec la diminution du rayon, conformément à la théorie. On peut expliquer d'une façon très simple la contradiction de M. Ehrenhaft : il supposait que la vitesse de chute des particules diminuait avec le rayon, comme ce serait le cas pour des particules possédant une même densité. En réalité, la vitesse est déterminée non seulement par le rayon, mais aussi par la densité des particules, tandis que la mobilité ne dépend que du rayon. On ne peut donc pas comparer les vitesses et les mobilités. Et si M. Ehrenhaft trouve que les particules les plus lentes sont aussi les moins lumineuses, cela tient peut-être au fait que plus la particule est lente, c'est-à-dire plus sa densité est modifiée, plus petit devient le pouvoir réflecteur de sa surface. Si cette supposition, comme cela est très probable, est juste, on parvient à comprendre pourquoi la méthode optique de M. Ehrenhaft (de détermination des rayons des particules d'après la couleur de la lumière qu'elles diffractent) amène à des résultats incompatibles avec les données tirées du mouvement brownien : cette méthode n'est applicable qu'à des sphères parfaites dont la surface est constituée par un métal pur.

§ 10. *Influence de la vitesse des particules et de leur charge sur la mobilité.* — L'expression (11) de la mobilité ne dépend pas de la vitesse propre des particules ; en outre, cette vitesse étant petite en comparaison de la vitesse moyenne du mouvement brownien, on ne serait pas porté à lui attribuer une influence quelconque. Mais il ne faut pas oublier (v. § 4) que parfois la vitesse du mouvement brownien devient très petite, et c'est à ces moments là que l'influence de la vitesse propre peut se faire sentir. D'ailleurs, quelle que soit la cause du phénomène, il existe. La table XIX contient les u^2 (proportionnels à la mobilité) calculés pour les particules de mercure pulvérisé dans l'arc ; le premier chiffre pour chaque particule se rapporte tou-

TABLE XIX

N°	t	$u^2 \times 10^6$	N°	t	$u^2 \times 10^6$
97	110.0	1.590	101	55.9	0.773
	21.0	6.920		27.6	0.875
98	41.6	0.641	102	57.0	0.689
	32.3	1.172		37.3	1.571
	77.2	0.682	103	36.4	0.525
99	63.0	0.612		14.2	0.127
	121.8	0.894		18.4	0.357
100	18.2	0.511		45.9	0.620
	53.5	0.418			

jours à la chute, les autres aux ascensions (pour les particules N° 98 et N° 103, on a pu calculer les mobilités correspondant à différentes charges). On peut résumer les données de la table en deux règles : 1° *aux plus grandes vitesses (plus petites durées de chute ou d'ascension) correspondent les plus grandes mobilités* (¹) (N°s 97, 98, 100, 101, 102); 2° *les mobilités calculées d'après les durées d'ascension sont en général plus grandes que celles calculées d'après les durées de chute* (N°s 97, 98, 99, 101, 102, 103) (²). Seuls les chiffres $u^2 = 0,127$ et $u^2 = 0,357$ (N° 103 de la table) ne satisfont pas à ces règles; il faut cependant remarquer que l'un de ces chiffres est déduit de 5 observations seulement, l'autre de 7, de sorte que l'erreur possible est très grande. Les mobilités des cinq particules de M. Ehrenhaft (³) pour lesquelles il était possible de calculer les u^2 d'après les durées d'ascension satisfont à la première règle deux fois (N°s VIII et 1), à la seconde aussi deux fois (N°s III et 3), tandis que la particule N° 4 ne satisfait à aucune règle. Chez M. Konstantinowsky (³), sur un total de 10 particules, la première règle est satisfaite six fois (N°s II, III, IV, VII, XII, Hg I), la seconde neuf fois (I, II, III, IV, VI, VII, VIII, XII, Hg I); la particule Hg II ne satisfait pas

¹) M. Ettenreich arrive à la conclusion que la valeur de la mobilité dépend de la direction du mouvement — horizontal ou vertical. *Wien Akad. Ber.*, 1912, **121**, p. 1163.

²) M. Ehrenhaft avait constaté ce phénomène depuis longtemps. *Phys. Zs.*, 1911, **12**, p. 94.

³) Pour ces calculs nous avons utilisé non pas les $\bar{\lambda}^2$, mais les u^2 calculées par nous.

à une seule de ces règles. Enfin, de toutes les observations de M^{me} Vogl, seulement deux particules (N^{os} 28 et 31) des quinze observées ne répondent pas aux règles, tandis que la première règle est satisfaite 13 fois (N^{os} 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 20, 23, 27, 29, 32), la seconde dix fois (N^{os} 2, 3, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 20). En somme, sur un nombre total de 39 particules, 35 satisfont aux règles, c'est-à-dire 90 % des particules examinées. Quoique la précision avec laquelle on peut calculer les u^2 soit très petite, il est impossible d'attribuer au hasard les chiffres qu'on vient de lire. On trouve donc que l'augmentation de la vitesse propre de la particule (1^{re} règle) et l'influence de sa charge (2^e règle) tendent à augmenter les u^2 , c'est-à-dire à diminuer les charges calculées. On pourrait en conséquence supposer que des particules immobiles (suspendues) et non chargées, possèdent de plus petites mobilités. En effet, on a vu (§ 9) que la charge élémentaire des particules mobiles est égale à $3,52 \times 10^{-10}$, tandis que M. Perrin trouve pour des particules suspendues et non chargées le nombre d'Avogadro $N = 6,78 \times 10^{23}$, ce qui correspond à la charge élémentaire $e = 4,20 \times 10^{-10}$.

Les causes de l'influence du mouvement des particules sur la mobilité peuvent résider non seulement dans l'influence de la vitesse des particules dans le sens sus-indiqué, mais aussi, comme nous l'a fait remarquer M. Schidlof, dans les erreurs personnelles de l'observateur, qui ne s'annulent pas par suite de la méthode même du calcul des u^2 , tous les écarts étant pris avec le même signe, mais tout au contraire contribuent à augmenter les u^2 ; évidemment, plus l'observation est courte, plus grande devient l'influence de cette source d'erreurs. Il est possible enfin que les écarts entre les durées de mouvement observées et la moyenne, dépendent non seulement du mouvement brownien et de l'erreur personnelle, mais aussi d'autres facteurs encore inconnus. Il suffit par exemple d'examiner la particule N^o 17 de M. Millikan⁽¹⁾ pour remarquer que les durées de chute varient de 23,2" à 23,8", tandis que les écarts browniens pour cette particule devraient être inférieurs à 0,05" et l'erreur

¹⁾ R.-A. Millikan, *l. c.*

personnelle ne peut dépasser 0,1 de seconde (M. Ehrenhaft estime cette dernière même à 0,03"). Les écarts observés sont donc plus grands qu'on ne pourrait l'attendre.

Nous ne croyons pas qu'on puisse se représenter le gaz, dans les conditions de ces expériences, comme étant constitué de molécules absolument indépendantes. De très faibles courants de convection locaux, qu'il est presque impossible d'éliminer, à cause de la variabilité de la lumière éclairante, peut-être encore les variations locales des propriétés du gaz ⁽¹⁾ doivent provoquer certains mouvements ordonnés de courte durée dans le sein du gaz. Les mouvements possèdent peut-être un caractère statistique, mais en tout cas, leur compensation mutuelle, si une telle compensation a lieu, doit exiger un certain temps. Evidemment plus l'observation est courte, plus ces perturbations ont d'influence; les écarts deviennent trop grands, les u^2 augmentent, les charges que l'on en déduit diminuent. On pourrait désigner cette cause d'erreurs par le nom de « perturbations accidentelles ».

Le fait que sous l'action du champ électrique la mobilité augmente (règle 2^{me}) semblerait indiquer que la théorie du mouvement brownien n'est applicable à des particules chargées que sous certaines réserves. En effet, en l'absence du champ électrique, les ions gazeux et les particules amicroscopiques, dont l'existence a été signalée par M. Joffé ⁽²⁾ sont répartis uniformément dans le condensateur : leurs réactions avec la particule s'annulent mutuellement. Mais quand le champ est excité, les ions et les particules amicroscopiques forment deux couches chargées près des plateaux du condensateur : leurs actions sur la particule ne sont pas compensées. Il est facile de se convaincre que près des *deux* plateaux, la vitesse de la particule doit être quelque peu diminuée, ce qui doit influencer les u^2 . L'influence de la proximité des plateaux est hors de doute, elle a été étudiée par M. Weiss, M. Regener M. Mayer, M^{me} Vogl et d'autres.

(A suivre).

¹⁾ Smoluchowski, *Phys. Zs.*, 1915, **16**, p. 321.

²⁾ A. Joffé, *Phys. Zs.*, 1911, **12**, p. 268.