II

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1900)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.03.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

tons est emprunté à M. P. Laffite (1), l'un des disciples de Comte les plus dévoués et qui, après la mort du philosophe, devint l'un des chefs des orthodoxes du positivisme. Dans cet article sont imprimées les observations dont Comte accompagnait la reponse de chacun des élèves. Elles témoignent de l'attention avec laquelle il accomplissait ses devoirs d'examinateur et de sa connaissance nette et précise des mathématiques. Le traité de Géométrie analytique, qu'il a publié en 1843, ne contient pas de nouvelles déductions ; il est consacré au développement des idées relatives à l'importance et au système de la Géométrie analytique, idées qu'il avait exposées auparavant dans sa Philosophie positive. Mais s'il n'a pas donné aux mathématiques de nouvelles déductions, il leur a néanmoins rendu de grands services en présentant une revue systématique de ses principales doctrines, revue toute pénétrée d'un esprit de philosophie généralisatrice. On trouve, il est vrai, dans les œuvres des mathématiciens du XVII^e^ et du XVIII^e^ siècles, des idées sur les principes et sur la méthode des mathématiques ; et Carnot a consacré un volume entier à la métaphysique du Calcul infinitésimal. Mais personne ne donna un exposé aussi logique et aussi profond des questions principales de la philosophie des mathématiques, que celui présenté par Comte dans son ouvrage, publié en 1830.

II

Dans le premier volume de la Philosophie positive, les leçons 3-14 sont consacrées à la philosophie des mathématiques (2), y compris la Géométrie. Dans la seconde leçon, Comte établit une hiérarchie entre les sciences (hiérarchie fondée sur la transition graduelle des sciences, depuis celles qui s'occupent des phéno-

(1) Auguste Comte examinateur d'admission à l'Ecole Polytechnique (*Nouvelles annales de mathématiques*, t. XIII (1894), p. 68-80, 113-120, 405-428 et 462-482).

(2) Comte a écrit encore deux livres sur le même sujet : *Essais sur la philosophie des mathématiques* (1822) et *Synthèse subjective ou système universel des conceptions propres à l'état normal de l'humanité* ; Tome premier ; *Le système de logique positive ou traité de Philosophie mathématique*. Paris, 1856. La première de ces œuvres est une curiosité bibliographique ; quant au second, il ne présente aucun intérêt scientifique. Les études des mathématiques y sont considérées comme l'école préparatoire des serviteurs de l'humanité.

mènes les plus simples jusqu'à celles qui s'occupent de phénomènes plus spéciaux et plus compliqués) et considère les mathématiques comme une pierre fondamentale de la Philosophie positive ; il en détermine l'importance dans les termes suivants :

« Dans l'état actuel du développement de nos connaissances positives, il convient, je crois, de regarder la science mathématique, moins comme une partie constituante de la Philosophie naturelle proprement dite, que comme étant, depuis Descartes et Newton, la vraie base fondamentale de toute cette philosophie, quoique, à parler exactement, elle soit à la fois l'une et l'autre. Aujourd'hui, en effet, la science mathématique est bien moins importante par les connaissances, très réelles et très précieuses néanmoins, qui la composent directement, que comme constituant l'instrument le plus puissant que l'esprit humain puisse employer dans la recherche des lois des phénomènes naturels. » [1]

Sous le nom commun de sciences mathématiques, comme le dit Comte, on doit distinguer deux sciences bien séparées par leur caractère : la Mathématique abstraite ou le calcul ; et la Mathématique concrète, qui se compose de la Géométrie générale et de la Mécanique rationnelle.

La Mathématique abstraite est une admirable adaptation de la Logique naturelle à une certaine série de déductions. « La Géométrie et la Mécanique doivent, au contraire, être envisagées comme de véritables sciences naturelles, fondées, ainsi que toutes les autres, sur l'observation, quoique par l'extrême simplicité de leurs phénomènes elles comportent un degré infiniment plus parfait de systématisation qui a pu quelquefois faire méconnaître le caractère expérimental de leurs premiers principes. » [2] Dans l'une des premières leçons consacrées à l'étude de la Géométrie, Comte examine, si elle est une science purement rationnelle, indépendante de l'observation, ou bien au contraire une science naturelle, mais bien plus simple et par conséquent plus parfaite, que toute autre : « Il est néanmoins évident pour quiconque examine avec attention le caractère des raisonnements géométriques, que si les faits qu'on y considère sont beaucoup plus

---

[1] *Cours de philosophie positive ;* t. I (édit. 1830), p. 112.

[2] *Ibid.*, t. I, p. 113.

liés entre eux, que ceux relatifs à toute autre science, il existe toujours cependant, par rapport à chaque corps étudié par les géomètres, un certain nombre de phénomènes primitifs qui, n'étant établis par aucun raisonnement, ne peuvent être fondés que sur l'observation et constituent la base nécessaire de toutes les déductions. L'erreur commune à cet égard doit être regardée comme un reste d'influence de l'esprit métaphysique, qui a si longtemps dominé, même dans les études géométriques. » [1]

L'opinion de Comte, qui reconnaissait la Géométrie, ainsi que la Mécanique, comme sciences expérimentales, était tout opposée aux doctrines philosophiques qui régnaient sur le continent. Le nombre des savants qui, ayant mûrement réfléchi aux bases de la Géométrie, étaient du même avis que Comte, était fort restreint. Parmi eux il faut citer Gauss qui, dans sa correspondance privée, dit souvent que la Géométrie, semblable à la Mécanique, dépend de l'expérience [2]. Lobatchevsky dit dans le travail qu'il lut le 12 février 1826 : « Nos premières notions sont acquises par les sensations ; on ne doit pas ajouter foi aux notions innées. » Dans son principal ouvrage, intitulé : *Nouvelles bases de la Géométrie* (1835), Lobatchevsky se prononça encore plus nettement, relativement à l'origine des notions géométriques :

« Dans la nature, nous ne concevons que le mouvement, sans lequel les impressions des sens sont impossibles. Toutes les autres notions, par exemple les notions géométriques, étant empruntées aux propriétés du mouvement, sont acquises par notre esprit artificiellement, et par conséquent l'espace n'existe pas séparément. »

Les recherches des géomètres contemporains sont le dévelop-

---

(1) *Cours de philosophie positive*, t. I, p. 349-350.

(2) On connaît depuis longtemps sa lettre à Bessel (9 avril 1830), où il exprime son opinion concernant « notre connaissance de la Géométrie, privée de conviction en sa nécessité et par conséquent en sa vérité, connaissance, que nous avons de la science des quantités. Nous devons avouer que si le nombre est le produit de notre esprit, l'espace est réel en dehors de nous et nous ne pouvons lui donner des lois *a priori* ». On a aussi retrouvé sa lettre à Olbers (28 avril 1817), où il dit à peu près la même chose. « Je me persuade de plus en plus, que la nécessité de notre Géométrie ne peut être démontrée, du moins par l'esprit d'un homme et à l'esprit d'un homme : peut-être dans la vie future comprendrons-nous ce qu'il nous est impossible de comprendre maintenant, la nature de l'espace. Jusque-là nous devons comparer la Géométrie à la Mécanique et non à l'Arithmétique, qui est fondée sur des combinaisons *a priori* ».

pement de cette ingénieuse idée de Lobatchevsky concernant les notions géométriques et leur entière dépendance des propriétés du mouvement. Ueberveg fut le premier, après Lobatchevsky, qui traita cette question, indépendamment d'ailleurs de ce dernier. Dans son traité de 1851 : *L'exposé scienifique des bases de la Géométrie* (1), il se propose de fonder uniquement la Géométrie, ainsi que toute science naturelle, sur des bases expérimentales ; et comme telles il considère : 1° la mobilité libre des corps solides, 2° et 3° la possibilité du mouvement des corps matériels dans le cas d'un ou de deux points fixes, et 4° l'impossibilité du mouvement dans le cas de trois points fixes. Les recherches sur l'optique physiologique ont amené Helmholz aux mêmes conclusions ; mais ses investigations mathématiques sur le même sujet lui ont permis de surpasser Ueberveg (2).

Helmholz a démontré que plusieurs Géométries peuvent exister, avec les mêmes faits empiriques pris pour bases, tandis que Ueberveg, ayant introduit la notion de la direction et s'appuyant sur le théorème que la droite définie comme axe de rotation a une direction constante, aboutit à la Géométrie d'Euclide. Le célèbre mathématicien Sophus Lie, dont tous les savants déplorent la mort récente, compléta les recherches mathématiques de Helmholz par l'application de la théorie, dont il est l'inventeur, des groupes de transformations ; l'importance de la théorie des groupes de mouvements pour la Géométrie est expliquée dans le travail de M. Poincaré : *On the foundations of geometry* (3).

---

(1) *Die principien der Geometrie, wissenschaftlich dargestellt* (Archiv für Philologie und Pädagogik). La traduction française se trouve dans l'appendice du livre de Delbœuf : « *Prolégomènes philosophiques de la Géométrie et solution des postulats.* » Liège, 1860.

(2) Pour apprécier les idées d'Ueberveg sur la Géométrie, il est important de connaître ses ouvrages. « *System der Logik und Geschichte der logischen Lehren* » et « *Zur Théorie der Richtung des Sehens* » (Zeit. für rat. Medecin-Henle und Pfeuffer. 1858, Bd 5, S. 268-282) et sa critique des œuvres de Delbœuf, critique imprimée dans la *Zeitschrift für Philosophie und philosophiche Kritik,* herausg. von Fichten, Ulrici Bd 37. Halle, 1860, S. 148-167.

(3) Monist. October 1898. V. aussi « *l'Espace et la Géométrie* » (Revue de métaphysique et de morale, 1895, novembre). Selon M. Poincaré, ce que nous appelons la géométrie n'est que l'étude d'une classe particulière de phénomènes que nous appelons déplacements et qui forment « un groupe. »