SUR LE THÉORÈME DES FONCTIONS COMPOSÉES

$\sqrt[n]{b^m}$ et sera représenté par $\left(\frac{m}{n}\right)$. Enfin si le nombre N ne peut pas s'obtenir en ajoutant des parties aliquotes de l'unité, il sera compris entre $\sqrt[n]{b^m}$ et $\sqrt[n]{b^{m+1}}$ et sera représenté par la limite commune aux nombres $\left(\frac{m}{n}\right)$ et $\left(\frac{m+1}{n}\right)$.

Le représentant (p) d'un nombre N est ce que l'on appelle son logarithme dans la base b.

Voilà donc l'existence des logarithmes démontrée et basée sur leur propriété fondamentale $\log a + \log b = \log ab$.

H. LAURENT (Paris).

SUR LE THÉORÈME DES FONCTIONS COMPOSÉES

1. Il peut y avoir intérêt à exposer sur une figure la démonstration du théorème des fonctions composées pour le cas de deux fonctions u et v, cas important à cause de la fonction implicite. Soit $y = f(u, v)$, u et v étant des fonctions de x continues et admettant une dérivée ; soit $\mathrm{Y} = f(\mathrm{U}, \mathrm{V})$, U et V étant deux variables indépendantes, et supposons que cette dernière fonction admette des dérivées partielles du premier ordre, fonctions continues des deux variables U et V. Prenons trois axes de coordonnées, $\mathrm{O}u$, $\mathrm{O}v$, $\mathrm{O}y$, ou OU, OV, OY ; considérons la surface $\mathrm{Y} = f(\mathrm{U}, \mathrm{V})$, et la courbe $y = f(u, v)$ tracée sur cette surface. Soit M un point de la courbe, M′ un point voisin ; on peut aller de M en M′ par le chemin MAM′ tracé sur la surface, l'élément de courbe MA étant dans le plan $\mathrm{V} = v$, l'élément de courbe AM′ étant dans le plan $\mathrm{U} = u + \Delta u$. Les ordonnées étant $m\mathrm{M}$, $a\mathrm{A}$, $m'\mathrm{M}'$, menons $\mathrm{M}\alpha$ parallèle et égale à ma, menons $\alpha\mu'$ et $\mathrm{A}\mu''$ parallèles et égales à am' ; nous aurons

$$\begin{aligned}\Delta y &= \overline{\mu'\mathrm{M}'} = \overline{\mu'\mu''} + \overline{\mu''\mathrm{M}'} = \overline{\alpha\mathrm{A}} + \overline{\mu''\mathrm{M}'} \\ &= \frac{\overline{\alpha\mathrm{A}}}{\Delta u} \times \Delta u + \frac{\overline{\mu''\mathrm{M}'}}{\Delta v} \times \Delta v \\ &= (\mathrm{Y}'_{\mathrm{U}} + \varepsilon)\, \Delta u + (\bar{\mathrm{Y}}'_{\mathrm{V}} + \varepsilon')\, \Delta v,\end{aligned}$$

$\overline{Y}$ étant l'ordonnée sur la courbe AM', ou, en considérant la section MB de la surface par le plan $U = u$ au lieu de la section AM' par le plan $U = u + \Delta u$,

$$\Delta y = (Y'_U + \varepsilon) \times \Delta u + (Y'_V + \varepsilon'') \times \Delta v.$$

Donc...

2. A tout prendre, il résulte des hypothèses faites que la surface $Y = f(U, V)$ a un plan tangent en M, lequel est déterminé par les tangentes en M aux deux sections MA et MB : ce plan a pour équation

$$Y = AU + BV + C,$$

A et B étant Y'_U et Y'_V ; comme la tangente en M à la courbe $y = f(u, v)$ est dans ce plan tangent, on a immédiatement

$$y' = Au' + Bv'.$$

De telles démonstrations sont repoussées par l'enseignement, peut-être à tort ; on écarte trop l'*intuition*, qui est le procédé des inventeurs, et l'on décourage les élèves qui se sentent incapables de faire des choses aussi bien *arrangées* que celles qu'on leur *apporte* en classe. On leur apprend à démontrer bien plus qu'à trouver. Moins de synthèse et plus d'analyse pourrait être un bien, et c'est ainsi que, en Géométrie, on devrait souvent *poser la question et la résoudre, après avoir montré qu'elle est bien posée*, au lieu d'énoncer le théorème au début ; je citerai comme exemple le théorème relatif au côté d'un triangle opposé à un angle aigu ou obtus, en observant que la position de la question conduit à l'emploi des segments (ou vecteurs mesurés) : on peut observer à priori que, si l'on donnait la hauteur du triangle au lieu de la projection du côté (un sinus au lieu d'un cosinus), on aurait un radical, et le vérifier.

G. FONTENÉ (Paris).