Heinrich Burkhardt. — Elliptische Functionem. 1 vol. in-8° do x-174 p. Prix : 12 fr. 50. Leipzig, Verlag von Veit und Comp., 1899.

Autor(en): **Jaccottet, Dr C.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1900)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

et se compliquent. M. Burali-Forti nous en fournit une nouvelle preuve dans sa brochure. Ce sont là, malgré tout, des tentatives auxquelles il faut applaudir et qu'il serait absurde de dédaigner. Nous espérons que nous aurons occasion de revenir prochainement sur ce sujet, à propos du *Formulaire mathématique* de M. Peano.

Heinrich Burkhardt. — **Elliptische Functionem.** 1 vol. in-8° de x-174 p. Prix : 12 fr. 50. Leipzig, Verlag von Veit und Comp., 1899.

Voici la seconde partie(1) des « Leçons sur la théorie des fonctions » de M. Burkhardt, professeur ordinaire à l'Université de Zurich. Ce volume, très bien accueilli en Allemagne et qui nous paraît à tous les égards mériter l'attention du public mathématique, renferme, en 350 pages, un exposé précis et complet de la théorie des fonctions elliptiques,

L'ouvrage est surtout intéressant par sa tendance. Jusqu'ici les méthodes de Riemann n'avaient été que peu ou pas employées dans les exposés élémentaires. Dans ce manuel, au contraire, les belles conceptions de ce géomètre occupent la place d'honneur, autour de laquelle viennent se grouper les branches diverses de la théorie. L'auteur ne néglige point pour cela les méthodes si rigoureuses de Weierstrass, il les emploie très souvent et avec avantage. Loin du reste de s'exclure, les méthodes des deux illustres géomètres se complètent admirablement, et l'on peut bien dire que l'ouvrage de M. Burkhardt en est une heureuse synthèse.

M. Burkhardt semblait appelé à l'écrire. Parmi les jeunes mathématiciens allemands, l'un des plus distingués, il fut mis au courant des théories de Weierstrass par M. Schwarz, tandis qu'à l'école de Goettingue, si brillamment dirigée par M. Klein, il fut en contact avec l'esprit de Riemann toujours vivant dans la savante petite ville.

Nous pouvons diviser l'ouvrage en trois parties. La première, comprenant les six premiers chapitres, renferme l'étude des trois espèces de fonctions elliptiques, des intégrales elliptiques et du problème d'inversion ; la seconde, les chapitres VII à XIII, traite des transformations et de l'emploi des fonctions elliptiques ; la troisième et dernière se rapporte à des applications.

Les fonctions elliptiques prises comme fonctions fondamentales sont celles des Weierstrass, les notations adoptées, de même, à une exception près. MM. Tannery et Molk, M. Study et après eux, M. Burkhardt désignent par ω^2 l'expression $-(\omega^1+\omega^3)$ et non pas $\omega^1+\omega^3$, comme le fait Weierstrass.

Prenant comme point de départ les intégrales elliptiques et les envisageant comme intégrales de certaines fonctions algébriques, l'auteur étudie d'abord la surface de Riemann correspondante. Puis il cherche une variable dite « uniformisante », au moyen de laquelle ces fonctions deviennent unformes ; les intégrales elliptiques deviendront ainsi des intégrales de fonctions uniformes. Cette variable « uniformisante » n'est autre que l'intégrale elliptique de première espèce. Toute fonction algébrique de la surface est alors fonction uniforme doublement périodique de cette variable et réciproquement. Il s'établit ainsi un parallélisme entre la théorie des fonctions elliptiques et

(1) Voir dans l'*Enseignement mathématique*, 1re année. p. 468, l'analyse de la première partie.

celle des fonctions algébriques. Par exemple, au théorème sur la somme des zéros et des pôles dans un parallélogramme des périodes, au théorème d'Hermite sur les fonctions de Jacobi correspondent respectivement les théorèmes d'Abel et de Riemann-Roch lorsqu'on les applique aux fonctions algébriques de genre un.

Tel est, rapidement esquissé, le point central de la première partie.

Dans la seconde partie, M. Burkhardt examine tout d'abord et à deux points de vue différents, les transformations linéaires, la dégénérescence et les cas de réalité des fonctions elliptiques en considérant tantôt le parallélogramme des périodes de la fonction, tantôt la surface de Riemann correspondante. Il fait voir, par exemple, comment peut s'obtenir chaque transformation linéaire soit par modification des coupures, soit par « monodromie des points de ramification » sur la surface de Riemann. Passant ensuite aux éléments de la théorie des fonctions modulaires et aux transformations d'ordre supérieur, l'auteur nous donne l'essentiel des theories générales, tandis qu'il traite très complètement les cas élémentaires, afin de les utiliser dans un chapitre spécial (XIII) : Calcul numérique des fonctions elliptiques. Ce chapitre, le plus souvent laissé de côté dans les autres traités, est au contraire la conclusion bien comprise de cette seconde partie : l'auteur nous montre comment, dans la résolution numérique de questions renfermant des fonctions ou des intégrales elliptiques, les théories précédentes sont à appliquer dans chaque cas, afin d'obtenir les résultats avec le moins de calcul possible et avec toute l'approximation désirée.

Les applications de la troisième partie portent sur les courbes elliptiques, planes et gauches, sur les équations différentielles linéaires dont les coefficients sont des fonctions elliptiques, en particulier l'équation de Lamé, et enfin sur le pendule sphérique qui donne l'occasion d'appliquer les cas de dégénérescence.

Ce livre si instructif, quelquefois un peu concis quoique très clair, et renfermant malheureusement maintes fautes typographiques, ne sera pas seulement le bienvenu parmi les étudiants, tous ceux qui s'intéressent à cette théorie ou qui sont appelés à l'enseigner y trouveront des vues originales et des démonstrations souvent remarquables par leur simplicité ou leur élégance,

Dr C. Jaccottet (Lausanne).