PROBLÈMES ISOPÉRIMÉTRIQUES

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1988)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **29.03.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

PROBLÈMES ISOPÉRIMÉTRIQUES

Quelques difficiles que ces Problémes paroissent, je n'ai pas manqué de m'y attacher à l'instant même que je les ai lus: mais voyez avec quel succès; au lieu de trois mois qu'on me donne pour sonder le gué, & au lieu de tout le reste de cette année pour trouver la résolution, je n'ai employé en tout que trois minutes de tems pour tenter, commencer & achever d'approfondir tout le mystere; & bien au delà: Car je donnerai les resolutions mille fois plus generales...»

(Johann Bernoulli, 1697)

AVIS Sur les Problémes dont il est parlé dans le Journal des Savans du 2. Décembre 1697. Monsieur BERNOULLI, Professeur à Bâle, Auteur de ces Problémes, prétend que la solution du principal, qui concerne les figures isopérimétres, n'y est pas entiérement conforme à la vérité. C'est pour cela qu'il veut ... s'engager à trois choses... 1°. A deviner au juste l'Analyse qui a conduit son Frére à la Solution qui se voit dans ce Journal. 2°. ...à y faire voir des paralogismes... 3°. A donner la véritable solution du Probléme dans toutes ses parties.

(Jacob Bernoulli, 1698)

REPONSE de Monsieur BERNOULLI, Professeur de Groningue, à l'Avis inseré dans le VII. Journal des Savans du 17. Février 1698. Je vois bien par cet Avis de mon Frére, que l'inconnu *Non nemo* n'a guére envie de se rendre à la raison; de peur sans doute d'être obligé de s'aquitter de sa promesse; autrement il accepteroit l'offre que je lui ai faite, de nous en rapporter à la décision de Mr. LEIBNIZ, comme d'un des plus grands Géométres de ce tems; auquel, pour cet effet, j'avois envoyé mes solutions en dépôt; & entre les mains de qui on devroit de même remettre le prix, si l'on ne veut passer pour juge & partie tout ensemble. Ou si l'on recule cet habile Mathématicien, qu'on en dise la raison, & qu'on en nomme un autre Car je suis prêt de subir le jugement de tout homme désintéressé, & versé dans ces matiéres. Sans cela, quoiqu'on objecte, je ne répondrai plus à rien, & je mépriserai constamment toutes les chicanes qu'on me fera, & que je prévois déja bien qu'on me veut faire...

(Johann Bernoulli, 1698)

AVIS de Mr. BERNOULLI, Professeur des Mathématiques à Bâle, sur la Réponse de son Frére inserée dans le Journal du 21. Avril 1698. Avant que de publier ma Réponse aux solutions de mon Frére, je le prie de repasser tout de nouveau sur sa derniére, d'en examiner attentivement tous les points, & de nous dire ensuite si tout va bien; lui déclarant, qu'après que j'aurai donné la mienne, les prétextes de précipitation ne seront plus écoutés.

(Jacob Bernoulli, 1698)

REPONSE de Monsieur BERNOULLI, Professeur de Groningue, à l'Avis inseré dans le Journal du 26. Mai 1698. Je n'ai que faire de repas-

ser sur mes solutions des Problémes de mon Frére: Je sai qu'en penser, & mon temps sera assûrément mieux employé à faire de nouvelles découvertes...

(Johann Bernoulli, 1698)

AVIS SUR LA REPONSE Inserée dans le Journal du 23. Juin dernier 1698. Je n'ai jamais cru que mon Frére possedât la véritable méthode pour le Probléme des isopérimétres; mais maintenant j'en doute plus que jamais, vu la difficulté qu'il fait de repasser sur ses solutions. Car enfin pourquoi nous refuser une chose sitôt faite, si ce n'est qu'il ne se fie pas lui-même à sa méthode? S'il n'a emploié que trois minutes de temps, comme il le dit, pour tenter, commencer, & achever d'approfondir tout le mystère, il y a apparence que la revuë de ce qu'il a trouvé, ne lui en coûtera pas davantage: d'ailleurs quand il y en mettroit le double, est-ce que six minutes, emploiées à cet examen, diminueroient tant le nombre de ses nouvelles découvertes?...

(Jacob Bernoulli, 1698)

Les idées de la solution de Jacob pour le problème de la brachystochrone sont moins élégantes mais plus générales. Pour se venger de son frère, il lui propose, dans le même article [3], de résoudre un problème isopérimétriques: *On cherche une courbe de longueur L donnée entre A et B de manière que l'intégrale*

$$\int_A^B y^m dx$$

devienne maximale (fig. 14). Il ajoute encore que son frère aura pour la solution correcte 50 pièces d'or «impériales».

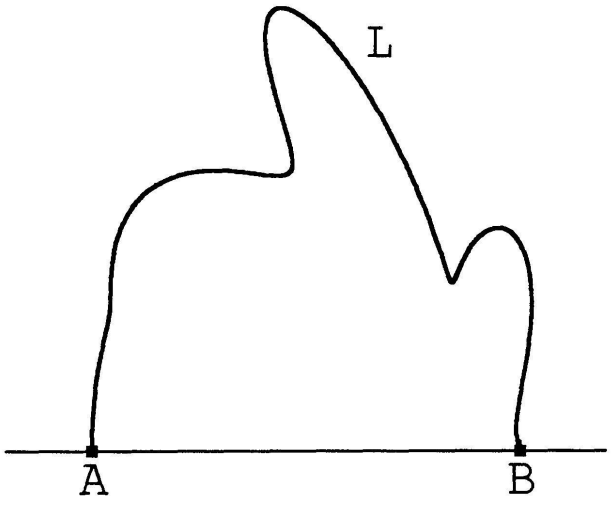


FIGURE 14.
Problème isopérimétrique.

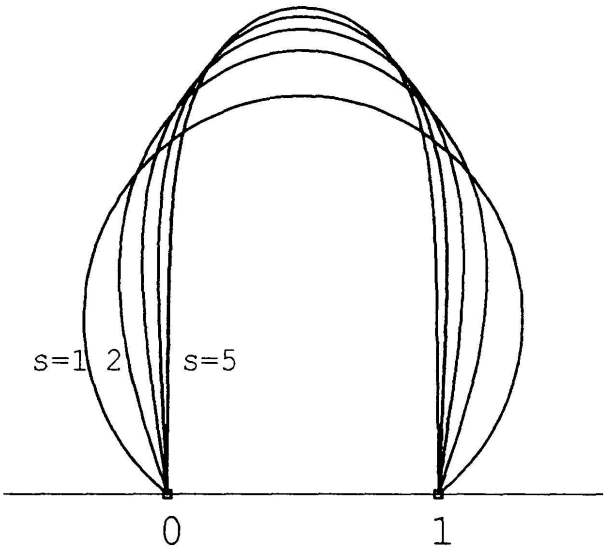


FIGURE 15.
Solutions numériques pour
$A = 0, B = 1, L = 4, m = 1, 2, \ldots, 5$.

Johann, devenu trop sûr de lui, envoie immédiatement sa solution, «trouvée en trois minutes», à Leibniz et au Journal. Comme la solution de Johann est fausse, Jacob fait passer dans le «Journal des Savans» une série de polémiques contre son frère qui paraissent en alternance avec les réponses non moins agressives de ce dernier (cf. citations).

EULER ET LAGRANGE

La guerre impitoyable des frères ennemis ne prend fin qu'après la mort de Jacob en 1705. Johann devient alors son successeur à Bâle; excellent pédagogue, il trouve des élèves extraordinaires: ses trois fils et, surtout, Leonhard Euler. Euler explore systématiquement la solution des équations différentielles et attaque, indépendamment de Riccati, les premières équations d'ordre supérieur. Toutes ces recherches sont rassemblées dans les volumes XXII et XXIII des Opera Omnia (cf. aussi Sections I.3, I.4 et I.5 de [13]). Lagrange est le premier à traiter les *systèmes* d'équations différentielles dans son travail sur la théorie du son [15] et, surtout, dans sa célèbre *mécanique analytique* [16] de 1788 (deux cents ans de mécanique de Lagrange!).

Il reste finalement à mentionner qu'Euler, en 1744, révolutionne le Calcul variationnel (cf. [11], «...eines der schönsten mathematischen Werke, die je geschrieben worden sind» (C. Carathéodory)) en trouvant pour le problème variationnel général

$$\int_a^b F(x, y, y')dx = \min! \tag{19}$$

l'équation différentielle

$$\frac{d}{dx}(F_{y'}) - F_y \equiv F_{y'y'}y'' + F_{y'y}y' + F_{y'x} - F_y = 0\,. \tag{20}$$

Cette dernière, au cas où F est indépendant de x, peut encore être simplifiée en

$$y'F_{y'} - F = K \tag{21}$$

comme on le vérifie facilement en dérivant (21) par rapport à x. En 1755, âgé de 19 ans, Lagrange trouve une nouvelle démonstration des équations d'Euler [20] et donne toute son élégance à la théorie. De plus, pour des problèmes du type

$$\int_a^b F(x, y, y')dx = \min! \quad \text{sous condition} \int_a^b G(x, y, y')dx = 0 \tag{22}$$