

# Tragwiderstand von Stäben und Stabsystemen unter Druck und Biegung

Autor(en): **Dubas, Pierre**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Ingenieur und Architekt**

Band (Jahr): **97 (1979)**

Heft 34

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-85513>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Tragwiderstand von Stäben und Stabsystemen unter Druck und Biegung

Von Pierre Dubas, Zürich

## Einleitung

Das Knickverhalten des zentrisch gedrückten geraden Stabes ist durch eine *Verzweigung* des Gleichgewichtes gekennzeichnet. Beim exzentrisch belasteten, vorgekrümmten oder querbelasteten Stab aus elastoplastischem Material liegt dagegen ein *Traglastproblem* vor (Gleichgewichtsdivergenz). Der entsprechende Verlauf der seitlichen Auslenkungen  $w$  in Funktion der einwirkenden Last  $N$  geht aus Bild 1 hervor. Stabilitätsprobleme mit Verzweigungslast (bzw. Eigenwertprobleme in der mathematischen Ausdrucksweise) sind

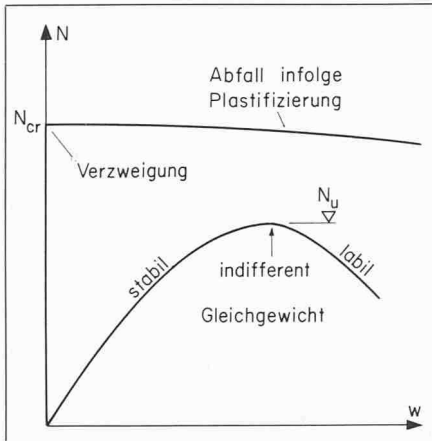


Bild 1. N-w Verlauf bei Stabilitätsproblemen

allerdings nicht nur bei Systemen ohne primäre Biegemomente möglich: nach dem Kriterium von *Kloppel* und *Lie* [1] muss für eine virtuelle Verformung  $\delta v$  aus einer ausgelenkten Gleichgewichtslage folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\delta A_i = 0 \text{ bzw. } \delta A_a = 0$$

Dabei ist  $\delta v$  der niedrigsten Eigenfunktion des untersuchten Systems zugeordnet, so dass sich  $\delta A_i$  für einen Stab der Länge  $l$  in folgender Form anschreibt

$$\delta A_i = l \int_0^l \frac{M}{EJ} \delta M \cdot ds$$

wobei  $M$  das primäre Moment aus Exzentrizitäten, Querbelastung usw. bedeutet und  $\delta M$  der Momentenfläche für die massgebende Knickform entspricht. Die Bedingung  $\delta A_i = 0$  ist erfüllt, wenn  $\{M\}$  und  $\{\delta M\}$  orthogonal aufeinander stehen, insbesondere wenn eine der M-Flächen symmetrisch und die andere antisymmetrisch verläuft.

Ein bekanntes Beispiel für ein solches Problem mit Gleichgewichtsverzweigung ist der Stab mit verschränkten Endexzentrizitäten (*Zimmermann-Stab*, vgl. [2]). Für den aus Bild 2a ersichtlichen Verlauf von  $\delta M$ , entsprechend dem beidseitig gelenkig gelagerten *Eulerschen Stab*, ist die Bedingung  $\delta A_i = 0$  erfüllt. Nach dem soeben er-

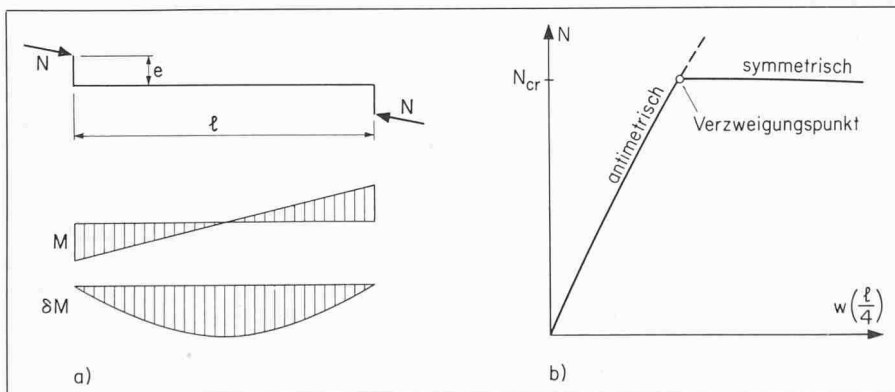


Bild 2. Zimmermann-Stab

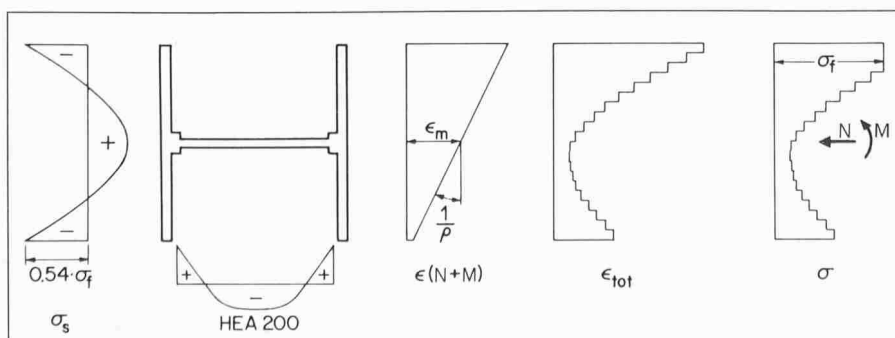


Bild 3. Untersuchtes Profil HEA 200

wähnten Kriterium liegt somit ein Verzweigungsproblem vor, mit dem in Bild 2b dargestellten Verlauf des Zusammenhanges  $N-w$ . Bei schlanken Stäben ist die Verzweigungslast  $N_{cr}$  praktisch gleich gross wie die *Eulersche Knicklast*  $\pi^2 \cdot EJ/P$ . Bei gedrungener Stäben bewirken dagegen die primären Momente und die Eigenspannungen Plastifizierungen, die zu einer merklichen Abminderung der Knicklast gegenüber dem zentrisch gedrückten Stab führen.

Ein ähnliches Verhalten zeigen verschiebbare symmetrische Rahmen unter lotrechter Riegelbelastung: im Verzweigungspunkt kommen nicht nur die primäre symmetrische Gleichgewichtslage sondern auch eine antisymmetrische Knickform in Frage.

Ist die Bedingung  $\delta A_i = 0$  bzw.  $\delta A_a = 0$  nicht erfüllt, so liegt ein Stabilitätsproblem mit Gleichgewichtsdivergenz vor. Die Ermittlung der dazugehörigen Traglast  $N_u$ , entsprechend Bild 1, verlangt meistens recht aufwendige Berechnungen, weil das elastoplastische Materialverhalten bei endlichen Auslenkungen zu berücksichtigen ist. Man begnügt sich daher öfters mit einer Untersuchung als Spannungsproblem zweiter Ordnung: man verzichtet auf eine genaue Bestimmung der Traglast und weist einfach nach, dass unter der  $\gamma$ -fachen Belastung die durch den elastischen Verformungseinfluss vergrösserten, massgebenden Spannungen nirgends die Fließgrenze überschreiten.

Mit dem bekannten Vergrösserungsfaktor zweiter Ordnung  $1/(1 - N^*/N_{cr})$  erhält man für den beidseitig gelenkig gelagerten Stab unter fest gehaltenen Endmomenten die in der Norm SIA 161/1979 angegebene Formel (11) für den elastischen Nachweis bzw. (12) für den plastischen Nachweis. In diesen Beziehungen wurde die Wirkung der unvermeidlichen Imperfektionen, d.h. der anfänglichen Auslenkungen einerseits und der Eigenspannungen andererseits, durch die Einführung einer pauschalen Exzentrizität  $e_0$  näherungsweise abgedeckt. Die Werte  $e_0$  ergeben sich aus dem Verlauf der Knickspannungskurven und betragen [3]

$$e_0 = (1 - \frac{\sigma_k}{\sigma_f}) \cdot \frac{\sigma_f}{\sigma_k} \cdot (1 - \lambda_k^2 \cdot \frac{\sigma_k}{\sigma_f}) \cdot \frac{\bar{W}}{A}$$

für den elastischen Nachweis, während beim plastischen Nachweis die Kernweite  $\bar{W}/A$  einfach durch den entsprechenden Ausdruck  $Z/A$  zu ersetzen ist. Die Norm enthält für  $e_0$  schlankheitsunabhängige Näherungswerte.

In der Norm konnten die Grenzen der Anwendbarkeit der soeben erwähnten Formeln (11) und (12) nur sehr summarisch abgesteckt werden. Wir wollen anschliessend bei einigen einfachen Tragsystemen, deren Elemente auf Druck mit Biegung beansprucht sind,

den bereits erwähnten Einfluss der Plastifizierungen sowie der Eigenspannungen zeigen und mögliche Wege für die Bemessung skizzieren.

### Berechnungsgrundlagen

Alle anschliessend behandelten Tragssysteme wurden mit einem elastoplastischen Verfahren zweiter Ordnung untersucht (vgl. [4]). Bild 3 zeigt den betrachteten Querschnitt HEA 200 mit der Verteilung der Eigenspannungen  $\sigma_s$ . Zu jedem Wertepaar  $\epsilon_m$  (Schwerpunktdehnung) und  $1/\rho$  (Krümmung) gehören Schnittkräfte  $N$  und  $M$ . Bei jedem Lastinkrement wird im Computerprogramm (finite Elemente) die neue Gleichgewichtslage gesucht, dies unter Berücksichtigung der eingetretenen Verformungen und der Plastifizierung der Querschnitte. Selbstverständlich sind dabei Iterationen nötig, um mit den Verformungen und dem Ausmass der Plastifizierungen verträgliche Schnittkräfte zu erhalten. Es ist somit nicht erstaunlich, dass solche Berechnungen aufwendig sind und sich daher kaum für eine direkte Anwendung in der Konstruktionspraxis eignen!

Für die der Berechnung zugrundegelegte Form der Tragwerksachsen wurden mögliche Abweichungen von der Soll-Lage angenommen. Der Verlauf dieser anfänglichen Auslenkungen folgt grundsätzlich dem der massgebenden Knickfigur, während die max. Ordinate  $1/1000$  der Knicklänge betragen soll. Die durchgeführten Berechnungen haben somit die gleichen Grundlagen wie die Knickspannungskurven der Norm SIA 161 und sollten als Vergleichsmassstab brauchbar sein.

Als Materialkennwerte gelten durchwegs eine Fließgrenze von  $235 \text{ N/mm}^2$  sowie ein Elastizitätsmodul von  $210 \text{ kN/mm}^2$ . Bei allen untersuchten Systemen soll Kippen bzw. Biegedrillknicken durch geeignete Halterungen ausgeschlossen sein, so dass nur ebene Verformungen ( $u, w$ ) zu berücksichtigen sind.

### Der beidseitig gelenkig gelagerte, zentrisch gedrückte Stab

Zu Vergleichszwecken wurden zuerst mit dem soeben erwähnten Computerprogramm die Knicklasten von zentrisch gedrückten Stäben mit Imperfektionen ermittelt. Die Ergebnisse sollten grundsätzlich mit den Werten aus den Knickspannungskurven der Norm übereinstimmen, wobei aber aus den anschliessend zu erläuternden Gründen gewisse Abweichungen vorkommen.

### Knicken um die schwache Achse des HEA 200 aus Stahl Fe 360

Die Knickspannungskurve c wurde gerade aus dem Verhalten des HEA 200 beim Knicken um die schwache Achse ermittelt, so dass hier die Übereinstimmung sehr gut ist.

Tabelle 1. Werte  $N_{Ky}$  in kN

Länge	Schlankheit	bez. Schlankheit	SIA-Kurve c	Programm
3000	60,2	0,6413	957	971
5056,6	101,5	1,0810	626	633
8000	160,6	1,7102	332	336
10000	200,8	2,1378	229	230

### Knicken um die starke Achse des HEA 200 aus Stahl Fe 360

Für die Ermittlung der Knickspannungskurve b wurde nicht das Knicken eines Querschnittes HEA 200 um die starke Achse, sondern das eines IPE 160 um die schwache Achse zugrundegelegt. Für solche Profile mit hohem Verhältnis der Höhe zur Flanschbreite gelten nämlich günstigere Kurven als für die «quadratischen» HE-Profile (vgl. [5] und [6]). Die Unterschiede sind somit hier grösser.

Tabelle 2. Werte  $N_{Kx}$  in kN

Länge	Schlankheit	bez. Schlankheit	SIA-Kurve b	Programm
5000	60,4	0,6429	1032	1087
7778	93,9	1,00	757	816
10000	120,8	1,2858	551	591

### Der Zimmermann-Stab mit Imperfektionen

Wir haben bereits in der Einleitung erwähnt, dass der idealgerade, elastische Zimmermann-Stab das von Kloeppele und Lie aufgestellte Kriterium erfüllt: Knicken stellt somit in diesem Fall ein Stabilitätsproblem mit Gleichgewichtsverzweigung dar (vgl. Bild 2). Für die numerischen Untersuchungen wurden allerdings sinusförmig verteilte Anfangsauslenkungen  $w_0$  mit einem Maximalwert von  $1/1000$  in Stabmitte angenommen. Damit verlaufen die primären Momente nicht mehr genau antimetrisch, wie dies für ihren Hauptanteil aus den verschränkten Exzentrizitäten gilt.

Das Verhalten des mit geometrischen Imperfektionen und mit Eigenspannungen behafteten Stabes weist den-

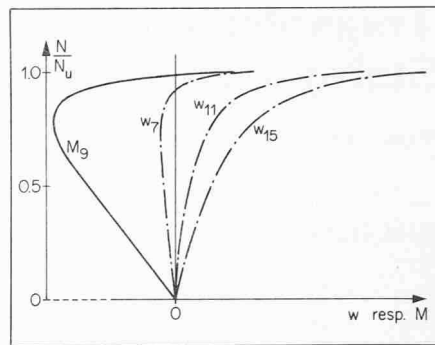


Bild 4. Verlauf der Auslenkungen und der Momente beim Zimmermann-Stab

noch eine gewisse Ähnlichkeit mit dem des idealen Systems auf: Bild 4 zeigt den Verlauf der Auslenkungen  $w$  für die Stabmitte (11) sowie für Punkte jeweils in der Nähe des Viertels: Punkt 15 liegt dabei in der Stabhälfte, für welche die primären Momente aus der Endexzentrizität und die aus den Anfangsverformungen  $w_0$  sich addieren; beim Punkt 7, dagegen, haben die Momente aus  $w_0$  das umgekehrte Vorzeichen als die aus der Exzentrizität  $e$ . Der Stab zeigt zuerst eine S-förmige Verformung auf, schlägt bei einem Verhältnis  $N/N_u$  von rund 0,8 nach einer Seite durch und erreicht seine Tragfähigkeitsgrenze mit einer einfach gekrümmten Biegelinie.

Dieses Verhalten geht auch sehr deutlich aus dem Verlauf des Biegemomentes im Knoten 9 hervor:  $M_9$  hängt zuerst direkt von der anfänglichen Exzentrizität der Last im Punkt 9 ab und nimmt daher linear mit  $N$  zu; bei höheren Werten von  $N$  überwiegen dagegen die Knickausrückungen, das Moment nimmt rasch ab und wechselt schliesslich das Vorzeichen. Obwohl man hier nicht von einer eigentlichen Gleichgewichtsverzweigung sprechen kann, fällt der rasch eintretende Wechsel von der primären Verformungsfigur zur quasi-symmetrisch verlaufenden Knickfigur auf.

In Tabelle 3 sind die Ergebnisse der durchgeführten elastoplastischen Berechnungen für eine Biegung um die schwache Achse zusammengefasst. Selbstverständlich wurden nur solche Endexzentrizitäten berücksichtigt, für welche der Tragwiderstand durch eine «Gleichgewichtsverzweigung» und nicht durch Erschöpfung des Biege-widerstandes an den Stabenden erreicht wird. Zum Vergleich wurden auch die Werte für  $e = 0$  nach Tabelle 1 aufgenommen.

Die letzte Zeile enthält zudem die Werte, die sich aus der Formel (12) der

Tabelle 3. Ergebnisse der Berechnungen am Zimmermann-Stab

$l_K = 5056,5 \text{ mm}$ ( $\bar{\lambda}_K = 1,0810$ )				$l_K = 8000 \text{ mm}$ ( $\bar{\lambda}_K = 1,7102$ )			
$e = 0$	60 mm	75 mm	90 mm	$e = 0$	50 mm	100 mm	150 mm
633 kN	535 kN	507 kN	472 kN	336 kN	312 kN	285 kN	260 kN
-	521 kN	501 kN	482 kN	-	309 kN	287 kN	268 kN

Norm SIA 161 ergeben, wenn man folgendermassen vorgeht:

- Einführung der Exzentrizitäten  $e_0$  nach der in der Einleitung wiedergegebenen Formel, wobei  $\sigma_K$  aus dem jeweiligen Wert  $N_{Ky}$  nach Tabelle 1 ermittelt wird. Man erhält damit  $e_0 = 15,5 \text{ mm}$  für eine Stablänge von  $5056,5 \text{ mm}$  und  $e_0 = 22,8 \text{ mm}$  für  $8000 \text{ mm}$ .
- $Z_y$  ohne Steganteil, d.h. zu  $200 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$  ermittelt, weil im Computerprogramm die Stegdicke einer einzigen Faserhöhe entspricht und daher keine Biegesteifigkeit berücksichtigt werden kann.
- Reduktionsfaktor  $\omega = 0,2$  eingesetzt, d.h. es wird mit dem Wert gerechnet, der sich aus Ziffer 3 064 5 der Norm für  $M_{\min}^*/M_{\max}^* = -1$  ergibt, statt mit dem vorgeschriebenen Mindestwert von  $0,4$ .
- Als Knicklänge  $l_K$  für die Bestimmung von  $N_{cr}$  wird die ganze Stablänge eingeführt.

Tabelle 3 zeigt, dass die so ermittelten Werte befriedigend mit den Ergebnissen der Computerberechnung übereinstimmen. Bei direkter Anwendung der Normvorschrift, d.h. mit den leicht höheren Werten  $e_0$  von  $20,2$  bzw.  $32 \text{ mm}$  und mit  $\omega_{\min} = 0,4$ , wird man somit auf der sicheren Seite sein. Es muss allerdings betont werden, dass die Formeln (11) und (12) nur für feste Endmomente  $M_{\min}^*$  und  $M_{\max}^*$  gelten, d.h. diese Momente sollen selber, wie im vorliegenden Problem, keine Vergrößerung durch Einflüsse zweiter Ordnung erfahren.

Ein solcher Idealfall kommt aber in der Konstruktionspraxis äusserst selten vor, sind doch in der Regel die Endmomente nicht etwa durch in ihrer Grösse unveränderliche Exzentrizitäten festgelegt, sondern durch eine biegesteife Verbindung des Stabes mit anderen Elementen bedingt: die betrachtete Stütze ist z.B. Bestandteil eines Rahmens und als Rahmenstiel auf Biegung beansprucht. Der Verformungseinfluss wird sich deshalb nicht nur im Feld bemerkbar machen, sondern auch am Stützenkopf und am Stützenfuss: zudem treten allenfalls merkliche Einflüsse zweiter Ordnung auch in den Rahmenriegeln auf.

Bei der Anwendung der Formeln (11) und (12) und insbesondere bei der Wahl des Reduktionsfaktors  $\omega$  für Stäbe mit Endmomenten, ist somit genau zu überlegen, ob eine Vergrößerung der Momente nur im Feld stattfinden kann, wie dies für die Anwendbarkeit der Formeln erforderlich ist, oder ob die Stabendmomente  $M_{\min}^*$  und  $M_{\max}^*$  durch Verformungseinfluss ebenfalls zunehmen.

In den folgenden Abschnitten sollen deshalb Stäbe unter Druck und Biegung untersucht werden, die Bestandteile

eines statisch unbestimmten Tragsystems bilden und somit Verformungseinflüsse auf ihrer ganzen Länge erfahren.

### Der längsgedrückte symmetrische Zweifeldträger

Der symmetrisch belastete Durchlaufträger mit zwei gleichen Feldern weist eine zur Zwischenstütze symmetrische Momentenfläche auf, während die massgebende Knickfigur S-förmig verläuft. Das Kriterium für eine Gleichgewichtsverzweigung ist somit erfüllt, wobei die entsprechende Last im Rahmen einer elastischen Untersuchung praktisch den Wert  $\pi^2 \cdot EJ/P$  besitzt (vgl. [7]). Um den Einfluss der Imperfektionen sowie der Plastifizierungen zu verfolgen, wurde ein Durchlaufträger HEA 200 (Biegung um die starke Achse) mit zwei  $10 \text{ m}$  langen Feldern untersucht. Wirkt keine Längskraft und ist Kippen ausgeschlossen, so kann der Biege-widerstand plastisch (Verfahren 3 nach Tabelle 2 der Norm SIA 161) ermittelt werden. Das max. Feldmoment und das Stützmoment betragen somit  $\pm q \cdot P/11,7$ , und die max. aufnehmbare Querbelastung ergibt sich zu  $11,8 \text{ kN/m}$  für einen Stahl Fe 360.

Wirkt zugleich eine Längskraft, wie dies für Pfetten als Bestandteil einer Windversteifung vorkommt, so vermindert sich die aufnehmbare Querlast, um zu verschwinden im Grenzfall einer reinen Druckbeanspruchung. Mit der massgebenden Knicklänge von  $10 \text{ m}$  beträgt dabei nach Tabelle 2  $N_{Kx} = 591 \text{ kN}$ .

Bild 5 zeigt den Verlauf kennzeichnender Verformungen und Momente bei einer Druckkraft von rund  $0,9 \cdot N_K$ . Für

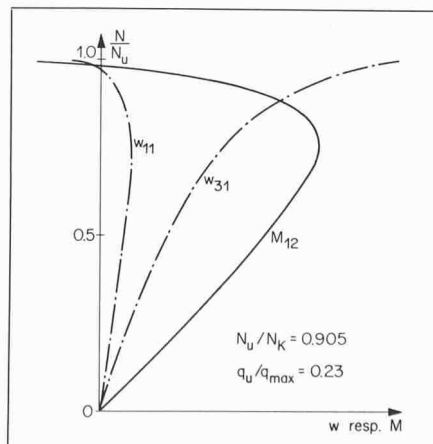


Bild 5. Verlauf der Auslenkungen und der Momente beim Zweifeldträger

die geometrischen Imperfektionen wurde eine antimetrische Verteilung angenommen, mit Ordinaten von  $\pm 10 \text{ mm}$  jeweils in Feldmitte. Die Auslenkung des Punktes 31 (Anfangsverformung

nach unten, wie die Durchbiegung aus der Querlast) und des Punktes 11 (Anfangsverformung nach oben) weisen auf die bei hohen Verhältnissen  $N/N_u$  eintretende Gleichgewichtsverzweigung: in diesem Bereich schlägt die anfängliche quasi-symmetrische Biegelinie zu einer S-förmigen Form durch, so dass schliesslich das Moment  $M_{12}$  das Vorzeichen ändert.

Bei kleineren Längskräften, wie dies für die vorher erwähnten Pfetten meistens zutrifft, können die durch die Anfangsverformungen bedingten antimetrischen Ablenkungskräfte die Biegelinie nicht mehr so nachhaltig beeinflussen: das Versagen tritt hier durch Erreichen des plastischen Biege-widerstandes auf der Stütze und im Feld ein. Dabei macht sich der Verformungseinfluss weiterhin bemerkbar: zudem vermindert die Druckkraft das aufnehmbare Moment.

Das verwendete Computer-Programm erlaubt es allerdings nicht, solche Tragfähigkeitsprobleme ohne klare Stabilitätsgrenze zu verfolgen, weil numerische Konvergenzschwierigkeiten bei den zur Momentenumlagerung nötigen grossen Plastifizierungen die Bestimmung einer eindeutigen Gleichgewichtslage fast verunmöglichen. Eine Fließgelenktheorie zweiter Ordnung (vgl. z.B. [8]) ist für solche Probleme besser geeignet, während rein elastische Untersuchungen zweiter Ordnung kaum zu zutreffenden Ergebnissen führen würden.

Eine direkte Anwendung der Gleichung (12) nach Norm SIA 161 stösst andererseits auf gewisse Schwierigkeiten: das Stabendmoment, d.h. das Stützmoment, darf nämlich nicht nach Theorie erster Ordnung bestimmt werden, weil der Verformungseinfluss auch hier wirksam ist. Im untersuchten Fall führen folgende Anpassungen zu einer brauchbaren Näherung.

Bei grösseren Druckkräften, für die eine Art antimetrischen Knickens eintritt, soll der Vergrößerungsfaktor in der Form  $1/(1 - N^*/N_{cr})$  benützt werden, wobei  $N_{cr}$  die Eulersche Verzweigungslast für eine Knicklänge gleich der Feldlänge bedeutet. Da der Verlauf der primären Momente auch innerhalb eines Feldes wesentlich von denen der Knickaushenkungen abweicht, darf der Vergrößerungsfaktor nicht direkt auf die Momente bezogen werden. Für die Biegelinie, dagegen, wird die Übereinstimmung wohl besser ausfallen.

Mit einer max. Durchbiegung von  $w = q \cdot P/185 EJ$  für den symmetrischen Zweifeldträger beträgt das Moment infolge der Längskraft im Grundsystem  $N^* \cdot w$ . Beim vorliegenden statisch unbestimmten Träger ergibt sich daraus ein Wert von rund  $0,7 \cdot N^* \cdot w$  im Feld. Mit  $N_{cr} = \pi^2 \cdot EJ/P$  schreibt sich daher das Feldmoment zweiter Ordnung im



Rahmen dieser sehr vereinfachenden Betrachtung (Mischung von elastischer und plastischer Theorie!) zu

$$M^* = \frac{q^* \cdot l^2}{11,7} + 0,7 \cdot N^* \cdot \frac{q^* \cdot l^2}{185 EJ} \cdot \frac{l}{1 - N^*/N_{cr}} \approx \frac{q^* \cdot l^2}{11,7} + \frac{1 - 0,6 \cdot N^*/N_{cr}}{1 - N^*/N_{cr}} \cdot N^* \cdot e_0$$

Zur Abgeltung der Wirkung der Imperfektionen ist zudem eine Exzentrizität  $e_0$  einzuführen, die im Feld wieder zu einem Moment von  $0,7 \cdot N^* \cdot e_0$  führt. An Stelle der Formel (12) ist somit folgende Bedingung zu erfüllen

$$\frac{N^*}{N_p} + \frac{1 - 0,6 \cdot N^*/N_{cr}}{1 - N^*/N_{cr}} \cdot \frac{q^* \cdot l^2 / 11,7 + 0,7 \cdot N^* \cdot e_0}{M_p} \leq 1$$

(bzw. = 1 für  $N^* \rightarrow N_u$  und  $q^* \rightarrow q_u$ )

Die Exzentrizität  $e_0$  wird ebenfalls gemäss der Beziehung in der Einleitung eingesetzt, wobei  $\sigma_K$  aus dem oben erwähnten Wert  $N_K = 591 \text{ kN}$  ermittelt wird; sie beträgt 21 mm. Tabelle 4 enthält die daraus gewonnenen Ergebnisse sowie die Resultate der elastoplastischen Computerberechnungen zweiter

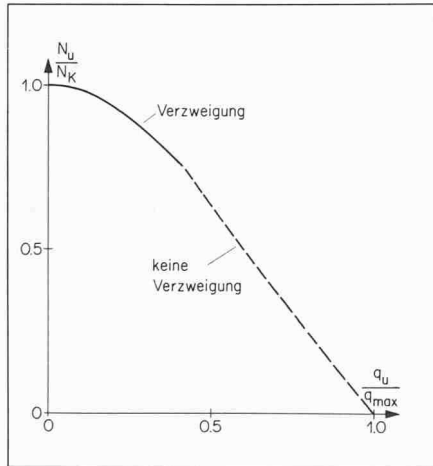


Bild 6. Interaktion N-q beim Zweifeldträger

Ordnung. Diese Werte sind zudem in Bild 6 graphisch dargestellt, die deutlich den Abfall der aufnehmbaren Querkraft, im Vergleich zum maximalen Wert von 11,8 kN/m bei fehlender Längskraft, zeigt.

Tabelle 4. Ergebnisse der Berechnungen am Zweifeldträger

Anfangswerte	N in kN q in kN/m	281,25 2,459	281,25 1,968	312,5 1,606	350 1,5
Faktor $\gamma$ beim Versagen	Computer Formel	1,68 1,62	1,80 1,74	1,71 1,69	1,56 1,57

In Bild 6 sind zudem Ergebnisse aufgenommen, die sich auf Fälle mit beschränkter Längskraft beziehen. Da hier kein Umschlagen der Verformungsfigur eintritt, darf man grundsätzlich nach

Formel (12) der Norm rechnen. Die Verzweigungslast entspricht aber hier dem Knickfall mit symmetrischem Verlauf und beträgt daher rund  $2 \cdot \pi^2 \cdot EJ/P$ . Zudem ist auch die Exzentrizität  $e_0$  auf eine Knicklänge von  $0,7 \cdot l$  zu beziehen und erreicht somit rund 14 mm. Mit dem im Feld massgebendem Anteil von  $0,7 \cdot N^* \cdot e_0$  schreibt sich Formel (12), mit  $N_{cr} = \pi^2 \cdot EJ/P$ , zu

$$\frac{N^*}{N_p} + \frac{1}{1 - N^*/2 \cdot N_{cr}} \cdot \frac{q^* \cdot l^2 / 11,7 + 0,7 \cdot N^* \cdot e_0}{M_p} \leq 1$$

(bzw. = 1 für  $N^* \rightarrow N_u$  und  $q^* \rightarrow q_u$ )

Im vorliegenden Fall gilt dieser in Bild 6 gestrichelte Teil des Interaktionsdiagrammes nur für Verhältnisse  $N_u/N_K < 0,75$ .

Die vorgeschlagene Näherung, die aus den vorher erwähnten Gründen leider nicht mittels elastoplastischer Kontrollrechnungen bestätigt werden konnte, dürfte eine Abschätzung der Tragfähigkeit bei Biegung eines Zweifeldträgers unter mässiger Längskraft erlauben. Bei geringen Werten  $N^*/N_K$  (bzw.  $N^*/N_p$ ) liegen die Ergebnisse auf der sicheren Seite, wird doch nach Formel (12) eine «elastische» Interaktion zwischen der Normalkraft und dem Biegemoment angenommen, die ungünstiger ist als die plastischen Interaktionsformeln nach Ziffer 3 102 2 der Norm (insbesondere Formel 26).

### Unverschiebbarer Zweigelenrahmen

Die Hauptabmessungen des untersuchten Rechteckrahmens gehen aus Bild 7 hervor. Es handelt sich eigentlich um das Modell 1:3 eines Hallenrahmens mit Krananlagen, wobei die aufgeführten Lasten mit 9 und die Widerstandsmomente der Querschnitte mit 27 zu multiplizieren wären.

Da sowohl die primären Momente als auch die massgebende Knickfigur des unverschiebbaren Rahmens symmetrisch verlaufen, ist das Kriterium für eine Gleichgewichtsverzweigung nicht

erfüllt: es handelt sich um ein Problem mit Gleichgewichtsdivergenz, das in erster Näherung als Spannungsproblem zweiter Ordnung gelöst werden kann. Bild 8 veranschaulicht, dass die Nichtli-

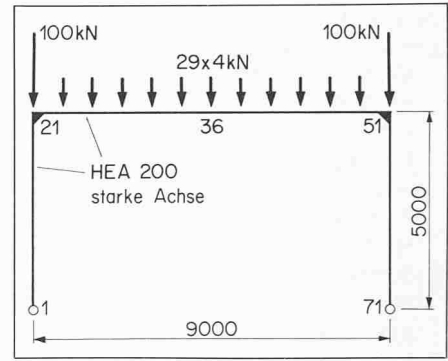


Bild 7. Untersuchter Rahmen

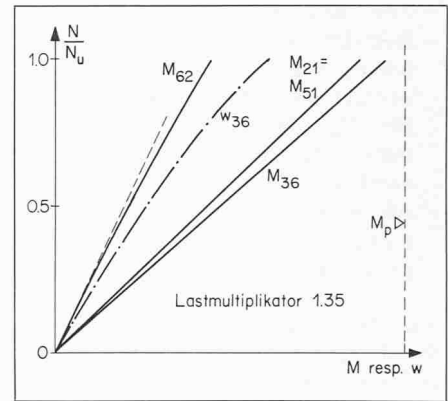


Bild 8. Verlauf der Auslenkungen und der Momente beim unverschiebbaren Rahmen

nearität wenig ausgeprägt ist: im Vergleich zur elastischen Theorie 1. Ordnung des Rahmens ohne Anfangsauslenkungen (im Computerprogramm zu 9 mm in Riegelmitte eingesetzt) nimmt sogar das Eckmoment  $M_{21}$  leicht ab (0,3%), weil der längsgedrückte Stiel durch den Verformungseinfluss an Steifigkeit verliert und sich die Riegeleinspannung somit vermindert.

Bei hohen Werten  $N/N_u$  wird allerdings diese Wirkung durch eine Momentenumlagerung von den plastischen Zonen in Feldmitte zu den Stützen hin kompensiert: das Feldmoment  $M_{36}$  weist anfänglich einen merklichen Verformungseinfluss auf, im Bereich des Tragwiderstandes kehrt sich aber diese Tendenz infolge der Umlagerung um. Die Vergrößerung im Vergleich zur elastischen Theorie erster Ordnung erreicht gesamthaft nur rund 2%. Bezogen auf die für die plastische Berechnung massgebende Momentensumme (Stütze + Feld) beträgt die Zunahme rund 1%.

Der Verlauf der Durchbiegung  $w_{36}$  in Riegelmitte weist auch auf den Einfluss der Plastifizierungen im Feld: die raschere Zunahme im Bereich  $N/N_u \approx 1$  ist hauptsächlich auf die Verringerung der Riegelsteifigkeit zurückzuführen, während der Verformungseinfluss bescheiden ist.

Die Fliessgelenkmethode erster Ordnung führt, unter Berücksichtigung der Reduktion des plastischen Eckmomentes durch die Stieldruckkraft (Formel 26 der Norm SIA 161), auf einen Multiplikator  $\gamma_p = 1,43$  bezüglich der Belastung

nach Bild 7. Aus den elastoplastischen Berechnungen ergibt sich dagegen ein Multiplikator  $\gamma = 1,35$ . Diese kleine Reduktion ist durch den Verformungseinfluss zu erklären, der mit brauchbarer Näherung aus dem Faktor  $1/(1-N^*/N_{cr})$  bzw. aus  $1/(1-\gamma_p/\gamma_{cr})$  geschätzt werden kann. Mit einem Eigenwertprogramm ergibt sich ein Lastmultiplikator  $\gamma_{cr}$  von 22,2 bezüglich der Lasten nach Bild 7 und somit ein Vergrößerungsfaktor von  $1/(1-1,43/22,2) = 1,07$ , der praktisch dem Verhältnis  $\gamma_p/\gamma = 1,43/1,35$  entspricht. Die Lastmultiplikatoren  $\gamma$  bzw.  $\gamma_p$  oder  $\gamma_{cr}$  dürfen nicht dem Sicherheitsfaktor der Norm SIA 161 gleichgesetzt werden, stellt doch die Belastung nach Bild 7 nur eine mehr oder weniger willkürlich gewählte Vergleichsbasis dar.

Das untersuchte Beispiel bestätigt die bekannte Tatsache, dass bei vernünftig bemessenen unverschiebbaren Rahmen der Verformungseinfluss keine grosse Rolle spielt und deshalb vernachlässigt werden darf. Sind die Beulbedingungen für die Querschnittswandungen und die Kipplängen eingehalten, so dürfen hier die Schnittkräfte und der Querschnittswiderstand plastisch ermittelt werden (Verfahren 3 nach Tabelle 2 der Norm SIA 161).

Der bis jetzt betrachtete Rahmen besitzt Stiele und Riegel mit dem gleichen Querschnitt. Die Materialausnutzung ist trotzdem befriedigend, sind doch auch bei elastischer Berechnung die Eckmomente und das max. Feldmoment nahezu gleich gross. Eine grundsätzlich andere Bemessungsmöglichkeit besteht darin, den Riegel weit steifer auszubilden und daher praktisch als einfachen Balken wirken zu lassen. Die Stiele nehmen dann nur die Auflagerkraft des Riegels sowie die Zwängungsmomente aus dessen Enddrehung und dürfen somit bedeutend schlanker werden. In einem solchen Fall kann das Stielkopfmoment genügend genau nach der Theorie erster Ordnung ermittelt werden, so dass Formel (12) der Norm allenfalls eine Abschätzung des Verformungseinflusses in Stielmitte erlaubt. Meistens, auf alle Fälle bei konstant gehaltenem Stielquerschnitt, wird allerdings der Festigkeitsnachweis erster Ordnung am Stützenkopf massgebend.

### Verschiebbarer Zweigelenrahmen

#### Ohne waagrechte Belastung

In seinen geometrischen Abmessungen soll der betrachtete Rahmen dem in Bild 7 entsprechen. Die Belastung wird dagegen leicht geändert, indem die in der Rahmenecke 21 einwirkende Last nun 30 kN statt 100 kN beträgt. Die angenommenen anfänglichen Auslenkun-

gen verlaufen affin zur antimetrischen Knickfigur (seitliches Knicken).

Der Multiplikator  $\gamma_{cr}$  ergibt sich aus einer Eigenwertberechnung zu 3,735, so dass die Knicklänge des höher gedrückten Stieles 51-71 11400 mm und die von 1-21 15300 mm erreicht. Die einzuführende Anfangsauslenkung der Stützenköpfe beträgt, wie im Abschnitt «Berechnungsgrundlagen» dargelegt,  $l_K/1000$ , d.h. rund 13 mm aus  $l_{K,mittel}$ . Nach Ziffer 5 05 8 der Norm SIA 161 dürfte die Abweichung des Stützenkopfes von der Senkrechten sogar  $0,0035 \cdot h$ , d.h. 17,5 mm betragen.

Da die massgebende Knickfigur antimetrisch, die primären Momente dagegen symmetrisch verlaufen, ist das Kriterium von Klöppel und Lie für einen Rahmen ohne Anfangsverschiebungen erfüllt (vgl. dazu auch [9] und [10]). Mit den soeben erwähnten waagrechten Auslenkungen  $u_0$ , die zu einer antimetrischen  $M$ -Fläche führen, ist dies selbstverständlich nicht mehr genau der Fall.

Aus Bild 9 kann man entnehmen, dass

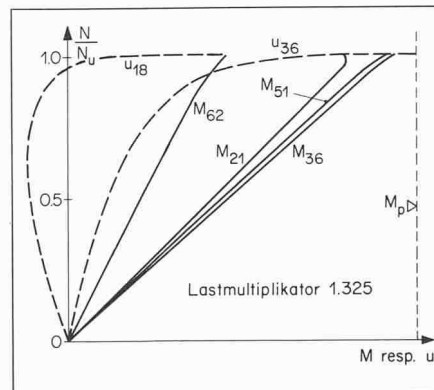


Bild 9. Verlauf der Auslenkungen und der Momente beim verschiebbaren Rahmen ohne waagrechte Belastung

sich der verschiebbare Rahmen ohne waagrechte Belastung für mässige Werte  $N/N_u$  ähnlich verhält wie der unverschiebbare nach Bild 8. Dies ist kaum erstaunlich, bleibt doch die lotrechte Riegelbelastung gleich gross, während die Normalkraft im Stiel 1-21 wohl kleiner ist, aber keine grosse Bedeutung aufweist. Wegen der angenommenen waagrechten Anfangsauslenkung  $u_0$  ist allerdings das Eckmoment  $M_{51}$  leicht grösser,  $M_{21}$  entsprechend kleiner als beim unverschiebbaren Rahmen.

Kurz vor dem Erreichen des Tragwiderstandes tritt aber eine dramatische Wendung ein, indem die waagrechten Verschiebungen rasch zunehmen ( $u_{36}$  in Riegelmitte) bzw. das Vorzeichen wechseln ( $u_{18}$  im Stiel 1-21). Dieser Vorgang macht sich auch in einer beschleunigten Zunahme des Momentes  $M_{62}$ , etwa in der Mitte des Stieles 51-71, bemerkbar. Das Eckmoment  $M_{21}$  nimmt dagegen entsprechend ab.

Der verschiebbare Rahmen zeigt somit ein ähnliches Verhalten wie der Zim-

mermann-Stab in Bild 4 sowie der Zweifeldträger in Bild 5: die quasi-symmetrische Biegelinie unter den primären Momenten schlägt zu einer antimetrischen Form mit beträchtlichen waagrechten Auslenkungen um, die unweigerlich zum Versagen führen. Im vorliegenden Fall ist allerdings der Tragwiderstand nur leicht kleiner als derjenige des unverschiebbaren Rahmens, ermässigt sich doch der Lastmultiplikator nur von 1,35 auf 1,325. Diese Schlussfolgerung darf allerdings nicht verallgemeinert werden.

Die beschleunigte Zunahme der waagrechten Auslenkungen  $u$  ist hauptsächlich durch die Plastifizierungen in Riegelmitte und im Eckbereich 51 bedingt: nach Bild 9 erreichen sowohl  $M_{36}$  als auch  $M_{51}$  nahezu das plastische Moment  $M_p$ , so dass die dazugehörigen Biegesteifigkeiten empfindlich verkleinert werden, so z.B. auf weniger als die Hälfte des elastischen Wertes im obersten Element des auf Druck und Biegung beanspruchten Stieles 51-71.

Der verschiebbare Rahmen ohne waagrechte Belastung soll nicht weiter betrachtet werden, ist doch der im nächsten Abschnitt untersuchte Lastfall mit Seitenkräften (Wind, Kranschub) in der Regel für die Bemessung massgebend (vgl. die Multiplikatoren in den Bildern 9 und 10). Hier liegt ein wesentlicher Unterschied zum vorher untersuchten Zweifeldträger, bei dem in vielen praktischen Fällen (Pfetten, usw.) grössere antimetrische Lastanteile fehlen.

#### Mit lotrechter und waagrechter Belastung

Die lotrechte Belastung entspricht genau der des soeben untersuchten Rahmens, d.h. 30 kN in 21, je 4 kN in den Punkten 22 bis 50, und 100 kN in 51. Zudem wirkt in 21 und 51 je eine waagrechte Kraft von 5 kN, Richtung 21-51. Die Anfangsverschiebungen sind ebenfalls die gleichen wie im Abschnitt zuvor erörtert, d.h. insbesondere  $u_{0,Riegel} = 13$  mm (gleiche Richtung wie die waagrechten Kräfte).

Die primären Momente infolge der Horizontallasten sowie infolge der Verschiebungen  $u_0$  verlaufen antimetrisch, d.h. ähnlich wie die massgebende Knickfigur des verschiebbaren Rahmens: es liegt deshalb kein Verzweigungsproblem, sondern ein Traglastproblem vor. Um den Vergrößerungsfaktor  $1/(1-N^*/N_{cr})$  zu ermitteln, benötigt man trotzdem die Verzweigungslast. Die Eigenwertberechnung führt hier zu  $\gamma_{cr} = 3,734$ , d.h. fast zum gleichen Wert wie beim Fall «Ohne waagrechte Belastung»: in diesem Zusammenhang spielen nämlich die waagrechten Kräfte nahezu keine Rolle, wird doch die eine Stielkraft wohl vergrössert, die andere aber entsprechend verkleinert.

Wie bei den anderen Problemen soll zuerst der Verlauf kennzeichnender Momente und Verformungen in Bild 10 dargestellt werden. Wegen der waagrecht Belastung ist nun  $M_{51}$  immer deutlich grösser als das max. Feldmoment  $M_{36}$ . Das Eckmoment  $M_{51}$  zeigt zuerst einen merklichen Einfluss zweiter Ordnung; für hohe Werte  $N/N_u$  bewirken allerdings die hohen Plastifizierungen des Eckbereiches eine Umlagerung zum Feld hin, so dass eine Tendenzwende eintritt. Das in Bild 10 b dargestellte Verhältnis  $M \cdot \rho/EJ$  der plastischen zur elastischen Steifigkeit im obersten Stielelement 51 (hohe Normalkraft, kleiner Momentengradient) weist auf die zunehmende Plastifizierung.

Das Moment  $M_{21}$  in der linken, elastisch verbleibenden Rahmenecke nimmt wegen der fortschreitenden Auslenkungen  $u$ , die eine Krümmung andern Vorzeichens als die Vertikalbelastung bewirken, immer langsamer zu, um am Schluss sogar leicht abzunehmen.

Das Verhalten des verschiebbaren Rahmens mit Horizontallasten ist somit recht verwickelt und kann kaum mit einfachen Mitteln beschrieben werden. Zudem muss unterschieden werden, ob die Schnittkräfte elastisch oder plastisch berechnet werden und ob der Querschnittswiderstand elastisch oder plastisch ermittelt wird.

Bei elastisch berechneten Schnittkräften und elastisch ermitteltem Querschnittswiderstand (Verfahren 1 nach Tabelle 2 der Norm SIA 161) bilden sich wohl infolge der Wirkung der Eigenspannungen örtliche Plastifizierungen aus. Gegenüber dem sich aus den elastoplastischen Berechnungen zweiter Ordnung ergebenden Multiplikator von 0,975, führt das Verfahren (1), unter Berücksichtigung des elastischen Verformungseinflusses und der Anfangsauslenkungen  $u_0$ , zu einem Wert von nur 0,86, insbesondere wegen der ungünstigen Interaktion Normalkraft-Biegemoment innerhalb der elastischen Ermittlung des Querschnittswiderstandes. Bild 10 zeigt, dass bis zu dieser «elastischen Grenze» nur sehr beschränkte, in ihrer Wirkung vernachlässigbare Plastifizierungen eingetreten sind.

Vergleichsberechnungen an einem solchen elastischen System mit Verformungseinfluss zeigen zudem, dass der Vergrößerungsfaktor zweiter Ordnung mit brauchbarer Näherung nach der Beziehung  $1/(1-N^*/N_{cr})$  bzw.  $1/(1-\gamma/\gamma_{cr})$  ermittelt werden darf. Dieser Faktor bezieht sich auf die ähnlich zur Knickfigur verlaufenden Schnittkräfte bzw. Verformungen. Bei unserem verschiebbaren Rahmen handelt es sich somit um die antimetrischen Momentenanteile infolge waagrechter Belastung (sowie der anfänglichen Auslenkungen  $u_0$ ).

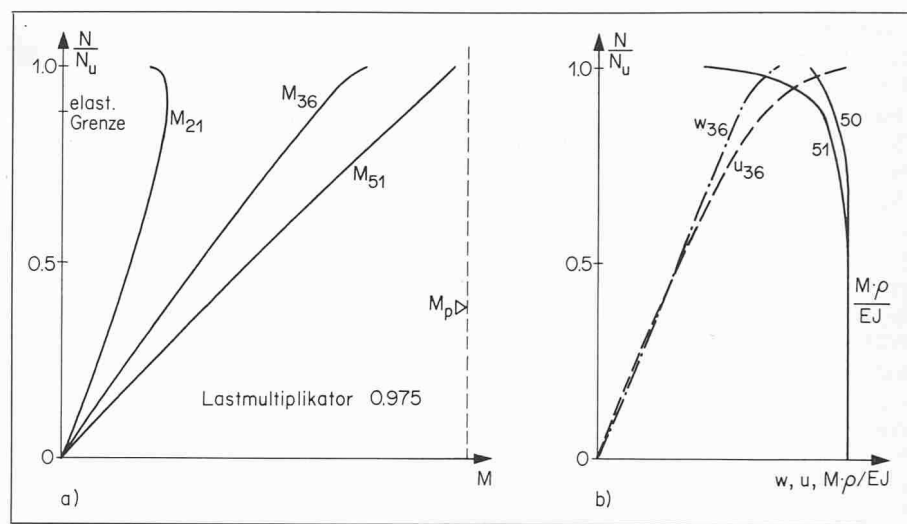


Bild 10. Verlauf der Auslenkungen und der Momente beim verschiebbaren Rahmen mit lotrechter und waagrechter Belastung

Für die den Untersuchungen zugrundegelegten Lasten ergeben sich mit dem bereits erwähnten Eigenwertmultiplikator  $\gamma_{cr} = 3,734$  Vergrößerungsfaktoren für einige Laststufen, wie sie in der zweiten Kolonne in Tabelle 5 wiedergegeben sind. Die anderen Kolonnen enthalten die Werte, die direkt aus elastischen Berechnungen zweiter Ordnung gewonnen wurden. Die Übereinstimmung ist zufriedenstellend, insbesondere weil für die Biegemomente die Formel auf der sicheren Seite liegende Näherungswerte liefert.

Tabelle 5. Vergleich der Vergrößerungsfaktoren

$\gamma$	$1/(1-\gamma/\gamma_{cr})$	$u_{36}$	$M_{51, antim.}$
0,5	1,16	1,16	1,14
1,0	1,37	1,38	1,33
1,5	1,67	1,70	1,62

Obwohl das Verhalten zweiter Ordnung des verschiebbaren Rahmens nicht durch die Ziffern 3 064 3 und 3 064 5 der Norm abgedeckt ist, weil die Stäben nicht unverschiebbar gehalten sind, darf in erster Näherung Formel (11) für den elastischen Nachweis dennoch verwendet werden. Dabei ist der Korrekturfaktor  $\omega$  immer zu 1,0 einzusetzen. Zudem bezieht sich der Vergrößerungsfaktor  $1/(1-\gamma/\gamma_{cr})$  nur auf den antimetrischen Momentenanteil (ohne  $u_0$  ermittelt) sowie auf das Glied  $N^* \cdot e_0$ , während die Biegespannung aus dem symmetrischen Momentenanteil direkt zu  $M_{sym}/\bar{W}$  eingesetzt wird. Aus  $\gamma_{cr}$  erhält man eine Knicklänge von 11 200 mm für den massgebenden Stiel 51-71 (unter Berücksichtigung des Anteils der Normalkraft aus der waagrechten Belastung), so dass nach Ziffer 3 064 3 der Norm  $e_0 = l_k/300$ , d.h. 37 mm beträgt. Formel (11) führt dann aus dem Nachweis im Punkte 51 des Stieles zu einem Multiplikator  $\gamma_{11} = 0,82$ , so dass das Verfahren (1) der Norm auf der sicheren Seite liegt. Beim Verfahren (2), bzw. nach Formel

(12) mit elastisch ermittelten Momenten erster Ordnung, ist einzig  $\bar{W}$  durch  $Z$  zu ersetzen, während die Interaktion Biegung-Normalkraft weiterhin einen «elastischen» Aufbau besitzt. Der Nachweis im Eckpunkt 51, mit  $e_0 = l_k/250 = 45$  mm, führt jetzt zu  $\gamma_{12} = 0,84$ , d. h. zu einem nur wenig grösseren Lastmultiplikator.

Bei Anwendung des Verfahrens (3) nach Tabelle 2 der Norm muss nach Ziffer 3 043 2 für verschiebbare Rahmen der Vergrößerung der Momente durch Einflüsse zweiter Ordnung Rechnung getragen werden. Bild 10 bestätigt die Richtigkeit dieser Forderung. Eine einfache Überlegung führt auch zur Erkenntnis, dass der Rahmen nach Bildung eines Fließgelenkes im Eckpunkt 51 eine bedeutend kleinere seitliche Steifigkeit aufweist. Als Mass für die Verschiebbarkeit gilt der Eigenwert des so entstandenen Dreigelenkrahmens (Gelenke in 1 und 71, Fließgelenk in 51). Der Multiplikator  $\gamma_{cr}$  beträgt dann nur noch 1,338 gegenüber 3,734 für den der gleichen Belastung ausgesetzten Zweigelenkrahmen. Diese Tatsache erklärt die rasche Zunahme der waagrecht Auslenkung  $u_{36}$  im Bereich der hohen Werte  $N/N_u$  (vgl. Bild 10 b). Der Einfluss der Verformungen auf den plastischen Tragwiderstand geht eindeutig aus dem Vergleich der Lastmultiplikatoren hervor:

- Fließgelenkmethode erster Ordnung  $\gamma_p = 1,22$   
(mit Einfluss der Normalkraft auf  $M_{p, Stiel}$ )
  - Elastoplastische Berechnung zweiter Ordnung  $\gamma = 0,975$  (Bild 10)
- Der Unterschied darf nicht mehr als gering bezeichnet werden. Der untersuchte Rahmen ist nämlich relativ weich, obwohl er bezüglich der waagrecht Auslenkung erster Ordnung der Stützenköpfe im Gebrauchszustand (entsprechend einem Multiplikator von  $0,975/1,6$  für die Horizontallasten) die Bedingung der Ziffer 3 072 6 ( $< h/150$ )



erfüllt. Dagegen ist die in [6] aufgenommene Forderung eines Verhältnisses  $\gamma_{cr}/\gamma_p > 10$  mit  $3,734/1,22 = 3,1$  bei weitem nicht eingehalten. Für die Berücksichtigung des Verformungseinflusses im Rahmen der Fliessgelenkmethode sei z. B. auf [8] verwiesen.

### Schlussbetrachtung

Aus den wenigen dargestellten Berechnungsbeispielen dürfen kaum allgemeine Schlussfolgerungen gezogen werden. Bei elastischer Berechnung der Schnittkräfte liefert eine Untersuchung als Spannungsproblem zweiter Ordnung meistens auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse. Werden die Schnittkräfte dagegen plastisch ermittelt, so ist bei

#### Literaturangaben

- |  |   |
|--|---|
| <p>[1] Klöppel, K., Lie, K.: Das hinreichende Kriterium für den Verzweigungspunkt des elastischen Gleichgewichts. Der Stahlbau, 1943, S. 17</p> <p>[2] Zimmermann, H.: Die Formen der Biegelinie gedrückter Stäbe. Die Bautechnik, 1923, S. 10</p> <p>[3] Einführung in die Norm SIA 161 (1979) Stahlbauten. Autographie zum Fortbildungskurs; Baustatik und Stahlbau, Publ. Nr. 79-1, ETH Zürich</p> <p>[4] Dubas, P.: Ultimate Strength of Compression Members with Intermittent Rigid or Flexible Lateral Supports. Stability of Steel Structures, Second International Colloquium ECCS, Liège 1977, Preliminary Report, p. 469</p> <p>[5] Beer, H., Schulz, G.: The European Column Curves. International Colloquium on Column</p> | <p>Strength, Paris 1972; IVBH, Berichte der Arbeitskommissionen, Bd 23, S. 391</p> <p>[6] European Recommendations for Steel Construction; EKS 1978, S. 30 + 86</p> <p>[7] Girkmann, K.: Traglasten gedrückter und zugleich querbelasteter Stäbe und Platten. Der Stahlbau, 1942, S. 57</p> <p>[8] Galéa, Y.: Programme d'analyse élasto-plastique non linéaire de structures planes à barres. Construction Métallique no 4-1978, p. 3</p> <p>[9] Chwalla, E.: Die Stabilität lotrecht belasteter Rechteckrahmen. Der Bauingenieur, 1938, S. 69</p> <p>[10] Chwalla, E., Kollbrunner, C.F.: Beiträge zum Knickproblem des Bogenträgers und des Rahmens. Der Stahlbau, 1938, S. 73</p> |
|--|---|

verschiebbaren Systemen immer Vorsicht am Platz.

A. Piller, wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Baustatik und Stahlbau, war mit der Durchführung der Computerberechnungen betraut. Für seine wertvolle Unterstützung und die

zahlreichen Anregungen sei ihm auch an dieser Stelle gedankt.

Adresse des Verfassers: Prof. Dr. P. Dubas, Lehrstuhl für Baustatik und Stahlbau, ETH-Hönggerberg, 8093 Zürich.

### Donatorenliste

Behörden, Vereinigungen und Firmen, welche die Grundlagenarbeiten zur Norm SIA 161 «Stahlbauten» finanziell unterstützt haben

**Schweizerische Eidgenossenschaft**  
Regiebetriebe des Bundes  
Schweizerische  
Unfallversicherungsanstalt, Luzern

**Vertretungen ausländischer Stahl- und Walzwerke**  
Saciolor SA, Aciéries et Laminoirs de Lorraine, Paris  
Usinor SA, Union Sidérurgique du Nord et de l'Est de la France, Paris  
Trade Arbed (Schweiz) AG, Basel  
British Steel Corporation Tube Exports Ltd., Corby, Northants (Great Britain)  
Jansen AG, Oberriet  
Notz & Co. AG, Brugg bei Biel  
Röchling & Cie GmbH, Basel  
Sidercom AG, Zürich

**Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein**

**Schweizerische Zentralstelle für Stahlbau**  
Repräsentantin folgender Firmen:

Alpha AG, Nidau  
Bossard Metallbau AG, Aadorf  
Buss AG, Pratteln  
Ferriere Cattaneo SA, Giubiasco  
Dytan Stahl- und Maschinenbau AG, Horw  
Hans Egger, Bern  
A. Félix, Bussigny  
E. Fischer AG, Romanshorn  
Ing. Franco Franzi, Lugano  
Gauger & Co. AG, Zürich  
Geilinger Stahlbau AG, Winterthur  
Gestle AG, Chur

Giovanola Frères SA, Monthey  
Gogniat SA, Yverdon  
Habegger AG, Thun  
Hess SA, Carouge  
Himag AG, Visp  
Jakem AG, Münchwilen/AG  
Jos. Kaeser Stahlbau AG, Bellach  
Lais AG, Basel  
J.R. Lips Söhne AG, Dietikon  
Metall- und Stahlbau AG, Endingen  
Meto-Bau AG, Würenlingen  
Josef Meyer AG Emmen, Luzern  
Mösch, Schneider AG, Aarau  
C. & R. Nyffenegger AG, Zürich  
Preiswerk & Esser, Basel  
Ramelet Frères SA, Lausanne  
J. Sauter AG, Sulgen  
Heinz Senn AG, Oftringen  
Singeisen Stahlbau AG, Liestal  
Stahlbau AG Basel, Muttentz  
Stamet AG, Oensingen  
Steinemann AG, Flawil  
Stephan SA, Fribourg  
Fratelli Tenconi SA, Airolo  
Tensol SA, Piotta  
Paul Tobler & Co., St. Gallen  
Tuchschmid AG, Frauenfeld  
Ateliers de constructions mécaniques de Vevey SA, Vevey  
Vohland & Bär AG, Riehen  
Wartmann AG, Oberbipp  
Hans Zingg, Romanshorn  
Zschokke Wartmann AG, Brugg  
Zwahlen & Mayr SA, Aigle

#### Vereinigungen

Stahlhandel-Verband, Basel

Schweizerische Stahlhandelszentrale, Basel

#### Kraftwerkunternehmungen

Nordostschweizerische Kraftwerke AG, Baden  
Bernische Kraftwerke AG, Bern  
Kraftwerk Laufenburg, Laufenburg  
Elektrizitäts-Gesellschaft Laufenburg AG, Laufenburg  
Aare-Tessin Aktiengesellschaft für Elektrizität, ATEL, Olten  
Kernkraftwerk Gösigen Däniken AG, Däniken  
Kraftwerke Brusio AG, Poschiavo  
SA l'Energie de l'Ouest-Suisse, Lausanne  
Centralschweizerische Kraftwerke, Luzern

#### Einzelunternehmungen

A. & K. Schneider, Jona  
Holorib SA, Genève  
Motor-Columbus AG, Baden  
Giroud-Olma AG, Olten  
Elemental AG, Thun  
Montana Stahl AG, Würenlingen  
Donatsch Söhne AG, Landquart  
Eisenbau Aktiengesellschaft, Basel  
Rudolf Baltensperger, Hörli  
Schweissindustrie Oerlikon Bührle AG, Zürich  
Metkon SA, Stabio  
A. Morel & Söhne AG, Klosters  
Von Roll AG, Gerlafingen  
Schäppi AG, Zürich  
U. Schärer Söhne AG, Münsingen