Introduction

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1988)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.03.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

L'Enseignement Mathématique, t. 34 (1988), p. 83-105

EXTENSIONS DE MODULES ET COHOMOLOGIE DES GROUPES

par Pierre-Paul GRIVEL

INTRODUCTION

Soit M et N deux modules à gauche sur un anneau R. Il est bien connu que le groupe $\mathrm{Ext}^n_R(N;M)$ classe, à équivalence près, les n-extensions de M par N.

D'autre part soit G un groupe et A un groupe abélien sur lequel G agit à gauche. On définit le n-ième groupe de cohomologie de G à coefficients dans A comme étant le groupe $H^n(G;A) = \mathrm{Ext}^n_{\mathbf{Z}G}(\mathbf{Z};A)$ où $\mathbf{Z}$ est considéré avec sa structure de $\mathbf{Z}G$-module trivial; autrement dit on définit les groupes $H^*(G;A)$ comme étant les dérivés du foncteur $\mathrm{Hom}_{\mathbf{Z}G}(\mathbf{Z};A) = A^G$.

Pour calculer ces groupes on utilise en général un complexe standard, à l'aide duquel on obtient une interprétation des premiers groupes de cohomologie.

Il paraissait intéressant d'obtenir directement l'interprétation de $H^1(G;A)$ et $H^2(G;A)$ à partir de l'interprétation de $\mathrm{Ext}^1_{\mathbf{Z}G}(\mathbf{Z};A)$ et $\mathrm{Ext}^2_{\mathbf{Z}G}(\mathbf{Z};A)$, sans avoir recours au complexe standard.

1. RAPPELS SUR LES EXTENSIONS

1.1. Soit R un anneau. Soit M et N deux R-modules à gauche. Une n-extension de M par N est une suite exacte de R-modules

$$\xi: 0 \to M \xrightarrow{\alpha} E_1 \xrightarrow{\alpha_1} E_2 \xrightarrow{\alpha_2} \cdots \xrightarrow{\alpha_{n-1}} E_n \xrightarrow{\alpha_n} N \to 0\,.$$

Deux n-extensions ξ et ξ' de M par N sont élémentairement équivalentes s'il existe n morphismes de R-modules $\gamma_i: E_i \to E'_i$ tels que $\gamma_1\alpha = \alpha'$, $\alpha'_i\gamma_i = \gamma_{i+1}\alpha_i$ pour $i = 1, 2, ..., n-1$, et $\alpha'_n\gamma_n = \alpha_n$, ou n morphismes de R-modules $\gamma'_i: E'_i \to E_i$ tels que $\gamma'_1\alpha' = \alpha$, $\alpha_i\gamma'_i = \gamma'_{i+1}\alpha'_i$ pour $i = 1, 2, ..., n-1$, et $\alpha_n\gamma'_n = \alpha'_n$.