

Stahlbetonquerschnitte unter schiefer Biegung mit Normalkraft: Spannungsnachweise und Bruchsicherheitsnachweis für beliebige Querschnitte

Autor(en): **Oelhafen, Urs**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **95 (1977)**

Heft 8

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-73338>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Stahlbetonquerschnitte unter schiefer Biegung mit Normalkraft

Spannungsnachweis und Bruchsicherheitsnachweis für beliebige Querschnitte

Von Urs Oelhafen, Rapperswil

Im vorliegenden Beitrag wird eine Möglichkeit aufgezeigt, wie sowohl Spannungs- als auch Bruchsicherheitsnachweise für rechteckige und beliebige Stahlbetonquerschnitte unter schiefer Biegung durchgeführt werden können. Die Nachweise erfolgen mit Hilfe der Interaktionsbeziehungen zwischen der Normalkraft N und den Momenten M_x und M_y . Die dargestellte Methode ist anschaulich, der Rechenaufwand hält sich in einem für die Praxis durchaus vertretbaren Rahmen. Das Verfahren eignet sich für die Handrechnung oder für den programmierbaren Tischrechner.

1. Einleitung

Spannungs- und Bruchsicherheitsnachweise für rechteckige und beliebige Stahlbetonquerschnitte unter schiefer Biegung sind meist wesentlich aufwendiger als Nachweise bei axialsymmetrischen Querschnitten unter einaxialer Beanspruchung. In der Regel wird der Nachweis iterativ durchgeführt. Da im allgemeinen Fall die Richtung der Nulllinie nicht mit der Richtung des resultierenden Momentenvektors übereinstimmt, wird üblicherweise zuerst die Lage der Nulllinie und die Spannungs- oder Dehnungsverteilung geschätzt; anschliessend werden die zugehörigen inneren Kräfte D und Z und daraus Grösse und Lage der zugehörigen Normalkraft ermittelt. Durch Korrigieren der Lage der Nulllinie und der Neigung der Spannungs- oder Dehnungsverteilung wird das Verfahren solange wiederholt, bis Grösse und Lage der berechneten Normalkraft mit der vorhandenen Beanspruchung genügend genau übereinstimmen.

Ein zusätzlicher Aufwand ergibt sich aus der Notwendigkeit, dass in vielen Fällen der Nachweis für verschiedene Lastfälle erbracht werden muss, da nicht ohne weiteres erkennbar ist, ob die minimale oder die maximale Normalkraft massgebend ist oder welche Kombination der Momente M_x , M_y (bei gegebener Normalkraft) ungünstiger wirkt.

Beim schief beanspruchten Querschnitt ist zu beachten, dass die Kombinationen

- N_{\max} mit zugehörigem M_x und M_y
- N_{\min} mit zugehörigem M_x und M_y
- $M_{x \max}$ mit zugehörigem N und M_y
- $M_{x \min}$ mit zugehörigem N und M_y
- $M_{y \max}$ mit zugehörigem N und M_x
- $M_{y \min}$ mit zugehörigem N und M_x

oft nicht massgebend sind. Falls keine genaueren Untersuchungen erfolgen, sind dem Nachweis im allgemeinen Fall folgende 8 Kombinationen zugrunde zu legen:

- N_{\max} mit $M_{x \max}$ und $M_{y \max}$
- N_{\max} mit $M_{x \max}$ und $M_{y \min}$
- N_{\max} mit $M_{x \min}$ und $M_{y \max}$
- N_{\max} mit $M_{x \min}$ und $M_{y \min}$
- N_{\min} ebenfalls mit diesen 4 Momenten-Kombinationen

Bei zweiachsig symmetrischen Querschnitten genügt die Untersuchung von 4 bzw. 2 Kombinationen falls eines der Momente (M_x oder M_y) bzw. beide Momente (M_x und M_y) das Vorzeichen im ganzen Beanspruchungsbereich nicht wechseln. Die Kombinationen, die in diesen Fällen das betragsmässig kleinere Moment enthalten, brauchen nicht untersucht zu werden.

Die für einen Querschnitt gültigen Kombinationen der zulässigen Schnittkräfte oder auch der Bruchschnittkräfte können durch Interaktionsbeziehungen beschrieben werden. In den letzten Jahren durchgeführte Forschungsarbeiten über das Tragverhalten von Stahlbetonstützen (Lit. [1] bis [7]) zeigen die zentrale Bedeutung solcher Interaktionsbeziehungen für die Traglastberechnung. Bei einaxialer Beanspruchung kann die Interaktionsbeziehung zwischen Moment und Normalkraft durch eine Kurve in der M , N -Ebene dargestellt werden. Bei zweiachsig Beanspruchung kann diese Interaktionskurve im N , M_x , M_y -Raum zur Interaktionsfläche erweitert werden. Bild 1 zeigt qualitativ eine solche Interaktionsfläche für Bruchschnittkräfte, wie sie beispielsweise in [8] bis [14] diskutiert wird. Der eingezeichnete Quader umgrenzt die möglichen Schnittkraftkombinationen aus äusseren Lasten. Die Durchdringung der beiden Figuren zeigt, dass ein Teil der N , M_x , M_y -Kombinationen unzulässig ist.

Im vorliegenden Beitrag soll eine Möglichkeit aufgezeigt werden, wie sowohl die Interaktionsflächen für zulässige Schnittkräfte als auch jene für Bruchschnittkräfte auf einfache Art gefunden und für den Nachweis benutzt werden können. Auf die Behandlung des Verformungseinflusses (Theorie 2. Ordnung) bei schlanken Druckgliedern unter schiefer Biegung soll in einer späteren Publikation eingegangen werden [14].

Ausgehend von einem gewählten Querschnitt (einschl. Bewehrung) wird ein Teil der Interaktionsfläche bestimmt. Der Nachweis erfolgt dann in einem Horizontalschnitt $N = N_{\text{vorh}}$ durch die Interaktionsfigur. Liegt der massgebende Punkt $P(M_{x \text{ vorh}}, M_{y \text{ vorh}})$ innerhalb der schraffierten Fläche (Bild 1),

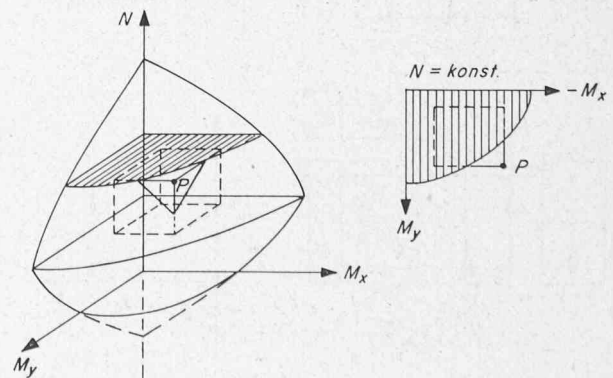


Bild 1. Interaktionsfläche und horizontaler Schnitt für $N = \text{konst}$

so gilt der Nachweis als erfüllt; liegt dieser Punkt aber ausserhalb, so ist der Querschnitt nicht ausreichend bemessen. Dieses Verfahren hat gegenüber der herkömmlichen Methode den Vorteil, dass die für jeden Lastfall zu wiederholende Iteration durch Verschieben der Nulllinie entfällt. Das Verfahren ist zudem anschaulich; die Horizontalschnitte durch die Interaktionsfläche können für häufig verwendete Querschnitte in Tafeln dargestellt werden [8, 13].

Im folgenden wird zuerst der Spannungsnachweis diskutiert. Die Einhaltung der zulässigen Spannungen wird durch das Einhalten der zulässigen Schnittkräfte erreicht. Die Berechnung erfolgt in diesem ersten Teil unter Annahme eines elastischen Verhaltens von Stahl und Beton. Anschliessend wird in ähnlicher Weise der Bruch sicherheitsnachweis behandelt (nichtlineares Materialverhalten); dabei wird die Richtlinie 35 zur Norm SIA 162 berücksichtigt. In beiden Fällen wird zuerst der Rechteckquerschnitt als praktisch wichtigster Fall behandelt. Anschliessend wird auf den allgemeinen Querschnitt eingegangen.

2. Spannungsnachweis

2.1 Rechteckquerschnitt

Es wird hier vorausgesetzt, dass die Anordnung der Bewehrung bezüglich x - und y -Achse symmetrisch erfolgt (Bild 2). Falls die Eckbewehrung mit stärkeren Stäben ausgeführt wird, so kann dies ohne Schwierigkeiten berücksichtigt werden. Im übrigen wird angenommen, dass alle Stäbe längs einer Seite den gleichen Durchmesser und den gleichen Abstand haben. Für andere Bewehrungsanordnungen kann das im folgenden Abschnitt besprochene Vorgehen angewendet werden.

Um den Rechenaufwand in einem vertretbaren Rahmen zu halten, werden nur wenige Punkte der Interaktionsfläche ermittelt. Die Berechnung dieser Punkte, die jeweils eine zulässige Schnittkraftkombination darstellen, erfolgt für die in Bild 3 dargestellten, ausgezeichneten Spannungsverteilungen. Insgesamt werden drei verschiedene Richtungen der Nulllinie NA berücksichtigt: NA parallel zur x -Achse, NA parallel zur y -Achse und NA parallel zur Rechteckdiagonalen $y = -(h/b) \cdot x$.

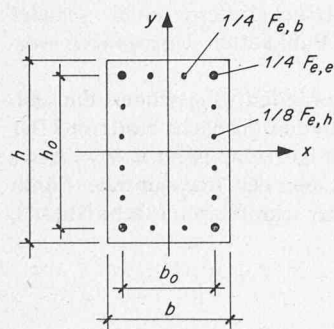


Bild 2. Rechteckquerschnitt mit Bewehrungsanordnung für $k_b = 2$ und $k_h = 4$; totale Bewehrung: $F_e = F_{e,e} + F_{e,b} + F_{e,h}$; $\mu = \mu_e + \mu_b + \mu_h$

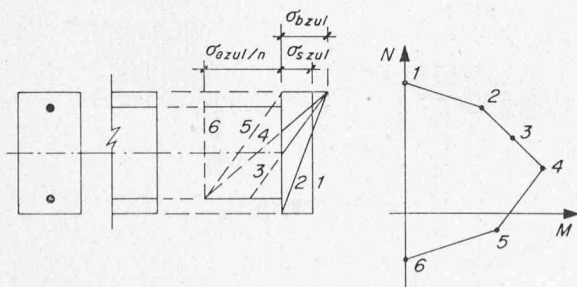


Bild 3. Wahl der Spannungsverteilungen und zugehörige Schnittkräfte M, N

Tabelle 1. Koeffizienten der Gleichungen (1) und (2)

	Spannungsverteilungen nach Bild 3						
	1	2	3	4	5	6	
NA parallel zur x - oder y -Achse	n_b	δ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \varphi_1$	0	0
	n_e	δ	$\frac{1}{2}$	0	$-\varphi_2$	$-\varphi_3$	$-\gamma/\bar{n}$
	m_b	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8} \varphi_1 \left(1 - \frac{1}{3} \varphi_1\right)$	0	0
c	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{\varphi_1}$	φ_3	0	0
NA parallel zur Diagonalen	n_b	δ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \varphi_1^2$	0	0
	n_e	δ	$\frac{1}{2}$	0	$-\varphi_2$	$-\varphi_3$	$-\gamma/\bar{n}$
	m_b	0	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12} \varphi_1^2 \left(1 - \frac{1}{2} \varphi_1\right)$	0	0
c	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2 \varphi_1}$	$\frac{1}{2} \varphi_3$	0	0
Hilfsgrössen:	$\varphi_1 = \frac{1 + \alpha}{1 + \gamma/\bar{n}}$ $\varphi_2 = \frac{\gamma/\bar{n} - \alpha}{1 + \alpha}$ $\varphi_3 = \frac{\gamma/\bar{n}}{1 + \alpha}$						

für NA parallel x -Achse: $\alpha = \alpha_h$
 für NA parallel y -Achse: $\alpha = \alpha_b$
 für NA parallel Diagonale: $\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_b + \alpha_h)$

Es wird angenommen, dass die gegebene exzentrische Normalkraft im 1. Quadranten liegt.

Für die gewählten Spannungsverteilungen lässt sich die zugehörige Normalkraft durch folgende Beziehung angeben:

$$(1) \quad N = (n_b + n_e \cdot \bar{n} \mu) \sigma_{b \text{ zul}} b h$$

n_b und n_e erfassen die Normalkraftanteile von Beton und Stahl und sind von der gewählten Verteilung abhängig. Die zugehörigen Momente M_x und M_y ergeben sich aus

$$(2a) \quad M_x = -(m_b + \alpha h^2 c w_{ex} \bar{n} \mu) \sigma_{b \text{ zul}} b h^2$$

$$(2b) \quad M_y = (m_b + \alpha b^2 c w_{ey} \bar{n} \mu) \sigma_{b \text{ zul}} b^2 h$$

Die Koeffizienten n_b , n_e , m_b und c sind in Tabelle 1 aufgeführt; w_{ex} und w_{ey} sind bezogene Widerstandsmomente der Gesamtbewehrung

$$w_{ex} = \frac{W_{ex}}{F_e h_0} \quad \text{und} \quad w_{ey} = \frac{W_{ey}}{F_e b_0}$$

um x - und y -Achse und können dem Diagramm, Bild 4, entnommen werden.

Für den Nachweis wird folgendes Vorgehen empfohlen (siehe auch Bild 5):

- Berechnung der Normalkräfte und Momente
 - für NA parallel zu x (Punkte 1 und 2)
 - für NA parallel zu y (Punkte 5 und 6)
 - für NA parallel zur Diagonalen (Punkte 3 und 4).
- Lineare Interpolation der Momente gemäss Bild 5.
- Darstellung der Interaktionsfigur $0 - M_{x34} - M_{x12} - B - M_{y56} - M_{y34} - 0$ und Eintragung des Punktes P , der die vorhandene Beanspruchung darstellt.
- Allfällige Wiederholung des Verfahrens mit veränderten Querschnittswerten.

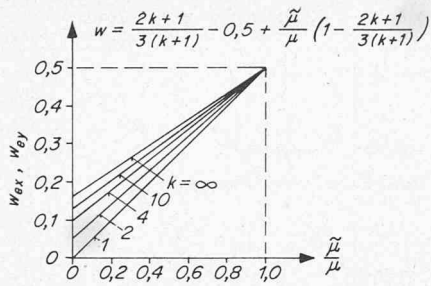


Bild 4. (links) Bezogene Widerstandsmomente der Bewehrung

für w_{ex} gilt: $k = k_h, \tilde{\mu} = \mu_b + \mu_e$
für w_{ey} gilt: $k = k_b, \tilde{\mu} = \mu_h + \mu_e$

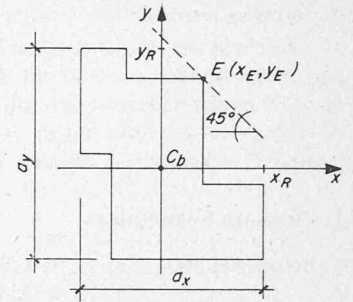


Bild 6. (rechts) Allgemeiner Querschnitt

2.2 Allgemeiner Querschnitt

Wie beim Rechteckquerschnitt werden auch beim allgemeinen Querschnitt (Bild 6) drei Nulllinienrichtungen gewählt, wovon zwei parallel zu den Achsen x und y , die dritte parallel zur 45° -Geraden $y = -x$. Während die Koordinatenachsen beim Rechteckquerschnitt Hauptachsen der Bewehrung darstellen, sind es im vorliegenden Fall beliebige orthogonale Achsen. Es empfiehlt sich, den Ursprung des Koordinatensystems in jener Querschnittsachse zu wählen, die vorgängig der Schnittkraftberechnung (Statik) zugrunde gelegt wurde. Dies ist in der Regel der Schwerpunkt der Betonquerschnittsfläche C_b .

Für eine allgemeine Spannungsverteilung von der Form

$$(3) \quad \sigma = k_1 + k_2 \xi + k_3 \eta$$

ergeben sich die Schnittkräfte

$$(4a) \quad N = k_1 F + k_2 \frac{S_y}{a_x} + k_3 \frac{S_x}{a_y}$$

$$(4b) \quad M_x = -k_1 S_x - k_2 \frac{I_{xy}}{a_x} - k_3 \frac{I_x}{a_y}$$

$$(4c) \quad M_y = k_1 S_y + k_2 \frac{I_y}{a_x} + k_3 \frac{I_{xy}}{a_y}$$

Die Querschnittswerte F, S_x, S_y, I_x, I_y und I_{xy} sind ideale Werte (gerissener Querschnitt). Wird die Nulllinie parallel zu x gewählt und am oberen Rand ($y = y_R$) die Betonspannung σ_R und in C_b die Spannung σ_C angesetzt, so folgt aus Gleichung (3):

$$\sigma = \sigma_C + (\sigma_R - \sigma_C) \frac{a_y}{y_R} \eta$$

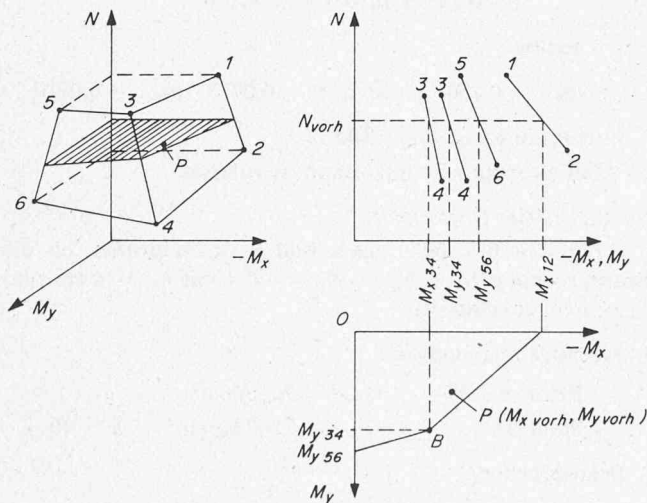


Bild 5. Ermittlung des Bereichs der zulässigen Momente M_x, M_y für $N = N_{vorh}$

Damit ergeben sich aus (4) folgende Schnittkräfte:

$$(5a) \quad N = \sigma_C F + (\sigma_R - \sigma_C) \frac{S_x}{y_R}$$

$$(5b) \quad M_x = -\sigma_C S_x - (\sigma_R - \sigma_C) \frac{I_x}{y_R}$$

$$(5c) \quad M_y = \sigma_C S_y + (\sigma_R - \sigma_C) \frac{I_{xy}}{y_R}$$

Für eine zur y -Achse parallele Nulllinie und σ_R am Rand $x = x_R$ ergibt sich analog

$$(6a) \quad N = \sigma_C F + (\sigma_R - \sigma_C) \frac{S_y}{x_R}$$

$$(6b) \quad M_x = -\sigma_C S_x - (\sigma_R - \sigma_C) \frac{I_{xy}}{x_R}$$

$$(6c) \quad M_y = \sigma_C S_y + (\sigma_R - \sigma_C) \frac{I_y}{x_R}$$

Wird die Nulllinie parallel $y = -x$ gewählt und die Spannung σ_R im Tangentialpunkt $E(x_E, y_E)$ angesetzt, ergeben sich die Schnittkräfte

$$(7a) \quad N = \sigma_C F + (\sigma_R - \sigma_C) \frac{S_y + S_x}{x_E + y_E}$$

$$(7b) \quad M_x = -\sigma_C S_x - (\sigma_R - \sigma_C) \frac{I_x + I_{xy}}{x_E + y_E}$$

$$(7c) \quad M_y = \sigma_C S_y + (\sigma_R - \sigma_C) \frac{I_y + I_{xy}}{x_E + y_E}$$

In den Gleichungen (5), (6) und (7) können die Spannungen σ_R und σ_C als Druckspannungen (+) oder als Zugspannungen (-) eingeführt werden. Die Voraussetzung, dass im gerissenen Zustand keine Betonzugspannungen auftreten können, ist in den idealen Querschnittswerten berücksichtigt.

Der Nachweis wird nun grundsätzlich gleich wie beim Rechteckquerschnitt durchgeführt. Die Gleichungen (1) und (2) werden durch die Gleichungen (5), (6) und (7) ersetzt und die Spannungsverteilungen werden wieder gemäss Bild 3 festgelegt.

2.3 Anwendungsbeispiele

Für die praktische Berechnung empfiehlt es sich, mit den nachstehend definierten, bezogenen Schnittkräften zu rechnen.

Für den Rechteckquerschnitt:

$$n = \frac{N}{\sigma_b \text{ zul } bh} \quad m_x = \frac{M_x}{\sigma_b \text{ zul } bh^2} \quad m_y = \frac{M_y}{\sigma_b \text{ zul } b^2 h}$$

für den allgemeinen Querschnitt:

$$n = \frac{N}{\sigma_b \text{ zul } F_b} \quad m_x = \frac{M_x}{\sigma_b \text{ zul } F_b a_y} \quad m_y = \frac{M_y}{\sigma_b \text{ zul } F_b a_x}$$

a) Rechteckquerschnitt

Für den im Bild 2 dargestellten Rechteckquerschnitt mit den Abmessungen $b = 30$ cm, $b_0 = 22$ cm, $h = 45$ cm und $h_0 = 37$ cm ist nachzuweisen, ob die exzentrische Normalkraft $N = N_g + N_p = 20$ t mit $e_x = 22,5$ cm und $e_y = 15$ cm zulässig ist. Eckstäbe: $\varnothing 20$ mm, übrige Stäbe: $\varnothing 16$ mm.

1. Zulässige Spannungen

Beton BH 300 $\sigma_{b\ zul} = 120$ kg/cm²
 $\sigma_{s\ zul} = 75$ kg/cm²

Stahl III $\sigma_{e\ zul} = 2400$ kg/cm²
 $\bar{n} = 10$

$\gamma / \bar{n} = (2400 / 120) / 10 = 2$

2. Beanspruchung

$n = \frac{N}{\sigma_{b\ zul} bh} = \frac{20}{0,12 \cdot 30 \cdot 45} = 0,123$

$m_x = \frac{-20 \cdot 15}{0,12 \cdot 30 \cdot 45^2} = -0,0412$

$m_y = \frac{20 \cdot 22,5}{0,12 \cdot 30^2 \cdot 45} = 0,0926$

3. Querschnittswerte

$\alpha_b = \frac{22}{30} = 0,733$ $\alpha_h = \frac{37}{45} = 0,822$

$F_e = 4 \cdot 3,14 + 12 \cdot 2,01 = 36,7$ cm²

$\bar{n} \mu = 10 \cdot \frac{36,7}{30 \cdot 45} = 0,272$

bezogene Widerstandsmomente der Bewehrung gemäss Bild 4:

$w_{ex} \left(\frac{\tilde{\mu}}{\mu} = 0,562, k = 4 \right) = 0,325$

$w_{ey} \left(\frac{\tilde{\mu}}{\mu} = 0,781, k = 2 \right) = 0,403$

4. Hilfsgrössen nach Tabelle 1

NA parallel x:

$\varphi_1 = 0,607$ $\varphi_2 = 0,646$ $\varphi_3 = 1,098$

NA parallel y:

$\varphi_1 = 0,578$ $\varphi_2 = 0,731$ $\varphi_3 = 1,154$

NA parallel $y = -(h/b)x$:

$\varphi_1 = 0,593$ $\varphi_2 = 0,688$ $\varphi_3 = 1,125$

5. Zulässige Schnittkräfte gemäss Gleichungen (1) und (2). Die Indizes beziehen sich auf die Punkte 1 bis 6 in Bild 5. Es werden die Dehnungsverteilungen 3 und 4 gewählt (Bild 3).

NA parallel x

$n_1 = 0,25$

$n_2 = 0,25 \cdot 0,607 - 0,646 \cdot 0,272 = -0,0240$

$m_{x1} = -(0,0833 + 0,822^2 \cdot 0,325 \cdot 0,272) = -0,143$

$m_{x2} = -(0,0605 + 0,822^2 \cdot 1,647 \cdot 0,325 \cdot 0,272) = -0,159$

die folgenden Werte ergeben sich durch analoge Rechnung

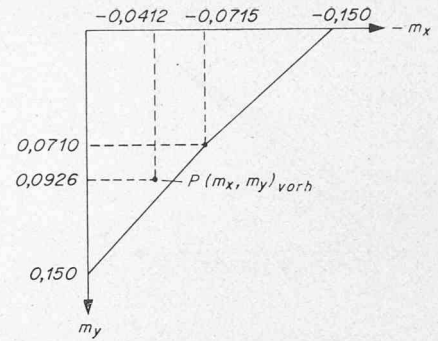
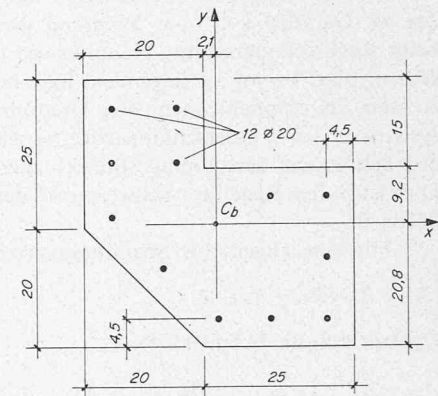


Bild 7. Interaktionsdiagramm der zulässigen Schnittkräfte für den Rechteckquerschnitt

Bild 8. Eckpfeiler



NA parallel y

$n_5 = 0,25$ $m_{y5} = 0,142$

$n_6 = -0,0542$ $m_{y6} = 0,160$

NA parallel $y = -(h/b)x$

$n_3 = 0,167$ $m_{x3} = -0,0716$ $m_{y3} = 0,0711$

$n_4 = -0,128$ $m_{x4} = -0,0710$ $m_{y4} = 0,0702$

6. Lineare Interpolation

$m_{x12} = m_{x2} - \frac{n - n_2}{n_1 - n_2} (m_{x2} - m_{x1})$

$= -0,159 - \frac{0,123 + 0,024}{0,250 + 0,024}$

$\cdot (-0,159 + 0,143) = -0,150$

analog:

$m_{y56} = 0,150$ $m_{x34} = -0,0715$ $m_{y34} = 0,0710$

7. Interaktionsdiagramm (Bild 7).

Der Beanspruchungszustand ist zulässig.

b) Allgemeiner Querschnitt

Für den Eckpfeiler nach Bild 8 ist zu prüfen, ob die Beanspruchung $N = N_g + N_p = 50$ t mit $e_x = 6$ cm und $e_y = 8$ cm zulässig ist.

1. Zulässige Spannungen

Beton BH 300 $\sigma_{b\ zul} = 90$ kg/cm²

Stahl III $\sigma_{e\ zul} = 2200$ kg/cm² $\bar{n} = 10$

2. Beanspruchung

$n = \frac{50}{0,09 \cdot 1450} = 0,383$

$$m_x = \frac{-400}{0,09 \cdot 1450 \cdot 45} = -0,0681$$

$$m_y = \frac{300}{0,09 \cdot 1450 \cdot 45} = 0,0511$$

3. Querschnittswerte der Bewehrung (12 \varnothing 20)

$$F_e = 37,7 \text{ cm}^2, \mu = 2,60\%, S_{ex} = 31,0 \text{ cm}^3$$

$$S_{ey} = -0,7 \text{ cm}^3$$

$$I_{ex} = 6080 \text{ cm}^4, I_{ey} = 7169 \text{ cm}^4, I_{exy} = -3575 \text{ cm}^4$$

4. Querschnittswerte der Betondruckfläche (Dehnungsverteilungen 2 und 3 gemäss Bild 3)

Lage der NA	F_b cm ²	S_{bx} cm ³	S_{by} cm ³	I_{bx} cm ⁴	I_{by} cm ⁴	I_{bxy} cm ⁴
am Querschnittsrand	1450	0	0	$1,92 \cdot 10^5$	$2,30 \cdot 10^5$	$-1,05 \cdot 10^5$
in x-Achse	714	6914	-3464	$1,01 \cdot 10^5$	$1,24 \cdot 10^5$	$-9,99 \cdot 10^4$
in y-Achse	687	-3985	7866	$7,46 \cdot 10^4$	$1,20 \cdot 10^5$	$-4,56 \cdot 10^4$
in 45°-Richtung	730	3161	4087	$1,03 \cdot 10^5$	$1,32 \cdot 10^5$	$-6,34 \cdot 10^4$

5. Koeffizienten der Gleichungen (5), (6) und (7). Ideelle Querschnittswerte

Lage der NA	F cm ²	S_x cm ³	S_y cm ³	I_x cm ⁴	I_y cm ⁴	I_{xy} cm ⁴
am Querschnittsrand	1827	310	-7	$2,53 \cdot 10^5$	$3,02 \cdot 10^5$	$-1,41 \cdot 10^5$
in x-Achse	1091	7224	-3471	$1,62 \cdot 10^5$	$1,96 \cdot 10^5$	$-9,57 \cdot 10^4$
in y-Achse	1064	-3675	7859	$1,35 \cdot 10^5$	$1,92 \cdot 10^5$	$-8,14 \cdot 10^4$
in 45°-Richtung	1107	3471	4080	$1,63 \cdot 10^5$	$2,04 \cdot 10^5$	$-9,91 \cdot 10^4$

6. Zulässige Schnittkräfte

Gleichung der Nulllinie

$$y = -20,8 \quad \left| \quad y = 0 \quad \left| \quad x = -22,1 \quad \left| \quad x = 0 \quad \left| \quad y = -x - 22,9 \quad \left| \quad y = -x \right. \right. \right. \right.$$

Auswertung	n	0,587	0,206	0,619	0,237	0,528	0,162
Gl. (5), m_x	-0,0884	-0,1026	0,0457	0,0545	-0,0332	-0,0304	
(6) und (7) m_y	-0,0483	-0,0606	0,1028	0,1285	0,0448	0,0499	
lineare n	0,383		0,383		0,383		
Inter- m_x	-0,0960		0,0511		-0,0321		
polation m_y	-0,0549		0,119		0,0468		

7. Interaktionsdiagramm (Bild 9).

Der Beanspruchungszustand ist unzulässig.

3. Bruchsicherheitsnachweis

Für die Berechnung des Interaktionsdiagramms der Bruchschnittkräfte werden üblicherweise Dehnungsverteilungen angenommen, wie sie im Bild 10 a dargestellt sind. Ähnliche Verteilungen sind beispielsweise in den CEB-Empfehlungen und in DIN 1045 enthalten. In der Regel werden die rechnerischen Grenzdehnungen in folgenden Bereichen festgelegt:

$$\varepsilon_{e \max} = 0,5\% \text{ bis } 1,0\%$$

$$\varepsilon_r = 0,3\% \text{ bis } 0,35\% \text{ für Biegedruck}$$

$$\text{und } \varepsilon_r < 0,3\% \text{ für zentrischen Druck}$$

Für das Spannungs-Stauchungs-Diagramm des Betons bestehen ebenfalls unterschiedliche Annahmen, wie z. B. rechteckförmige oder parabolische Spannungsverteilungen. In der Richtlinie 34 zur Norm SIA 162 wird beispielsweise die Funktion

$$(8) \quad \frac{\sigma_b}{\beta} = 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_r}\right)^3$$

mit $\beta = 0,60 \beta_{w28}$ und $\varepsilon_r = 0,3\%$ empfohlen.

Wie im folgenden gezeigt wird, ist mit den Dehnungsverteilungen nach Bild 10 b eine vereinfachte Berechnung des M, N -Interaktionsdiagramms möglich. Nach der Richtlinie 35 zur Norm SIA 162 kann aus dieser Dehnungsverteilung zudem die für eine Berechnung nach der Theorie 2. Ordnung erforderliche Biegesteifigkeit EI ermittelt werden [7]. Die Begrenzung der Dehnungen erfolgt durch $\pm \varepsilon_f$ in der Druck- wie in der Zugbewehrung. Auf die Annahme einer Betonbruchstauchung am Druckrand (ohne ein höchst unsicherer Wert) wird somit verzichtet. Praktisch ergeben sich – bei Verwendung von Bewehrungsstahl III ($\sigma_f = 4,6 \text{ t/cm}^2$, $\varepsilon_f = 0,22\%$) – Randstauchungen zwischen $0,22\%$ und rund $0,3\%$.

Ein Vergleich der Interaktionsdiagramme für verschiedene Querschnittstypen und Bewehrungsgehalte ist in Bild 12 dargestellt. Der Berechnung wurden Dehnungsverteilungen nach Bild 10 a (ausgezogene Linien) und Bild 10 b (strichpunktierte Linien) zugrunde gelegt. Es zeigt sich, dass – trotz unterschiedlicher Dehnungsannahmen – die Interaktionsdiagramme gut übereinstimmen; die zu den Dehnungsannahmen nach Bild 10 b gehörenden Interaktionslinien liegen in der Regel auf der sicheren Seite.

Wird anstelle der Parabel [Gleichung (8)] in der Betondruckzone der rechteckige Spannungsblock gemäss Bild 11 verwendet, ist die Berechnung der Bruchschnittkräfte wesentlich

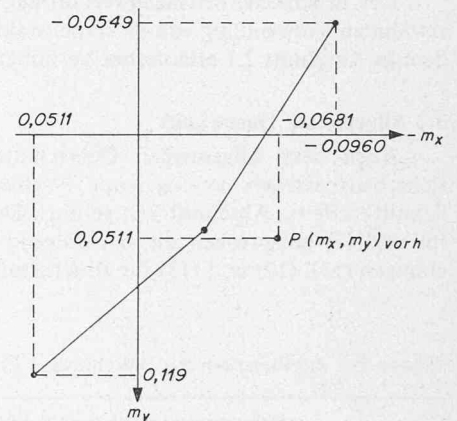


Bild 9. Interaktionsdiagramm der zulässigen Schnittkräfte für den allgemeinen Querschnitt

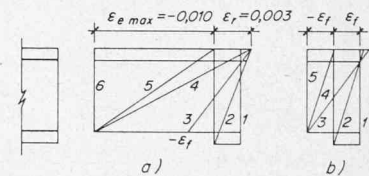


Bild 10. Dehnungsverteilungen für die Berechnung der Bruchschnittkräfte

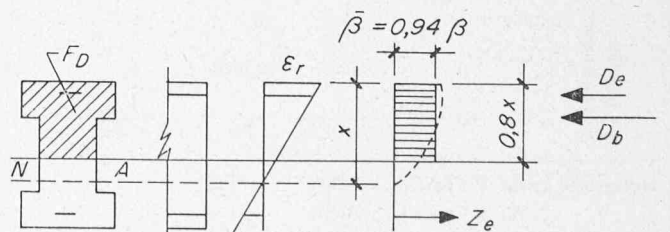


Bild 11. Idealisierte Spannungsverteilung in der Betondruckzone

einfacher; die entsprechenden Interaktionslinien sind in Bild 12 als gestrichelte Linien eingetragen. Es zeigt sich, dass die Abweichungen von der «exakten» Berechnung mit der kubischen Parabel für alle untersuchten Querschnitte und Armierungsgehalte gering sind.

Für den Bruchsicherheitsnachweis wird hier, in Übereinstimmung mit Richtlinie 35, folgendes Vorgehen gewählt: die berechneten Bruchschnittkräfte werden durch den Material- und Querschnittsfaktor 1,3 dividiert (radiale Reduktion der Interaktionsfläche) und mit den Schnittkräften – berechnet aus den mit dem Lastfaktor (gemäss RL 35) multiplizierten Lasten – verglichen.

3.1 Rechteckquerschnitt

Bei gleichen Voraussetzungen wie in Abschnitt 2.1 können für die Bruchschnittkräfte M_r , N_r analog zu den Gleichungen (1) und (2) die folgenden Beziehungen formuliert werden:

$$(9) \quad N_r = (n_{r,b} + n_{r,e} \mu^*) \beta bh$$

$$(10a) \quad M_{r,x} = -(m_{r,b} + \alpha h^2 c_r w_{ex} \mu^*) \beta bh^2$$

$$(10b) \quad M_{r,y} = (m_{r,b} + \alpha b^2 c_r w_{ey} \mu^*) \beta b^2 h$$

Die Koeffizienten $n_{r,b}$, $n_{r,e}$, $m_{r,b}$ und c_r können für die Dehnungsverteilungen nach Bild 10 b der Tabelle 2 entnommen werden; w_{ex} und w_{ey} sind mit den im Abschnitt 2.1 verwendeten Werten identisch.

Im übrigen gilt: $\mu^* = \frac{\sigma_f}{\beta} \mu$ und $\beta = 0,60 \beta_{w28}$.

Der Bruchsicherheitsnachweis erfolgt, abgesehen von der erwähnten Verwendung von Sicherheitsfaktoren, entsprechend dem in Abschnitt 2.1 erläuterten Verfahren.

3.2 Allgemeiner Querschnitt

Auch beim allgemeinen Querschnitt wird der Bruchsicherheitsnachweis analog zum Nachweis der zulässigen Schnittkräfte (s. Abschnitt 2.2) geführt. Den Gleichungen (5), (6) und (7) entsprechen die nachfolgend aufgeführten Gleichungen (11), (12) und (13) für Bruchschnittkräfte.

Nulllinie parallel x-Achse

$$(11a) \quad N_r = \bar{\beta} F_D + \sigma_{eC} F_e + (\sigma_{eA} - \sigma_{eC}) \frac{S_{ex}}{y_A}$$

$$(11b) \quad M_{r,x} = -\bar{\beta} S_{Dx} - \sigma_{eC} S_{ex} - (\sigma_{eA} - \sigma_{eC}) \frac{I_{ex}}{y_A}$$

$$(11c) \quad M_{r,y} = \bar{\beta} S_{Dy} + \sigma_{eC} S_{ey} + (\sigma_{eA} - \sigma_{eC}) \frac{I_{exy}}{y_A}$$

Nulllinie parallel y-Achse

$$(12a) \quad N_r = \bar{\beta} F_D + \sigma_{eC} F_e + (\sigma_{eA} - \sigma_{eC}) \frac{S_{ey}}{x_A}$$

$$(12b) \quad M_{r,x} = -\bar{\beta} S_{Dx} - \sigma_{eC} S_{ex} - (\sigma_{eA} - \sigma_{eC}) \frac{I_{exy}}{x_A}$$

$$(12c) \quad M_{r,y} = \bar{\beta} S_{Dy} + \sigma_{eC} S_{ey} + (\sigma_{eA} - \sigma_{eC}) \frac{I_{ey}}{x_A}$$

Nulllinie parallel $y = -x$

$$(13a) \quad N_r = \bar{\beta} F_D + \sigma_{eC} F_e + (\sigma_{eA} - \sigma_{eC}) \frac{S_{ex} + S_{ey}}{x_A + y_A}$$

$$(13b) \quad M_{r,x} = -\bar{\beta} S_{Dx} - \sigma_{eC} S_{ex} - (\sigma_{eA} - \sigma_{eC}) \frac{I_{ex} + I_{exy}}{x_A + y_A}$$

$$(13c) \quad M_{r,y} = \bar{\beta} S_{Dy} + \sigma_{eC} S_{ey} + (\sigma_{eA} - \sigma_{eC}) \frac{I_{ey} + I_{exy}}{x_A + y_A}$$

In diesen Gleichungen stellen F_D , S_{Dx} und S_{Dy} die Betondruckfläche mit der Höhe $0,8x$ (in Bild 11 schraffiert) und ihre statischen Momente bezüglich der Achsen dar. Sämtliche übrigen Querschnittswerte beziehen sich ausschliesslich auf die Bewehrung. σ_{eC} ist die Stahlspannung im Ursprung des x , y -Systems; x_A und y_A sind die Koordinaten eines Eck- bzw. Randstabes in dem gerade die Fließdehnung erreicht wird und σ_{eA} ist die zugehörige Spannung ($\sigma_{eA} = \sigma_f$ für Druck, $-\sigma_f$ für Zug). Im übrigen erfolgt der Bruchsicherheitsnachweis wie beim Rechteckquerschnitt.

3.3 Anwendungsbeispiele

Der Bruchsicherheitsnachweis wird hier für die in Abschnitt 2.3 behandelten Beispiele durchgeführt. Die Berechnung erfolgt wiederum mit bezogenen Schnittkräften. Für Bruchschnittkräfte gilt:

$$n_r = \frac{N_r}{\beta bh} \quad \text{bzw.} \quad n_r = \frac{N_r}{\beta F_b}$$

$$m_{r,x} = \frac{M_{r,x}}{\beta bh^2} \quad \text{bzw.} \quad m_{r,x} = \frac{M_{r,x}}{\beta F_b a_y}$$

$$m_{r,y} = \frac{M_{r,y}}{\beta b^2 h} \quad \text{bzw.} \quad m_{r,y} = \frac{M_{r,y}}{\beta F_b a_x}$$

und für reduzierte Bruchschnittkräfte:

$$\bar{n} = \frac{n_r}{1,3} \quad \bar{m}_x = \frac{m_{r,x}}{1,3} \quad \bar{m}_y = \frac{m_{r,y}}{1,3}$$

a) Rechteckquerschnitt (Bild 2)

1. Materialqualität

Beton BH 300 $\beta_{w28} = 300 \text{ kg/cm}^2$
 $\beta = 0,60 \beta_{w28} = 180 \text{ kg/cm}^2$
 $\varepsilon_r = 0,3\%$

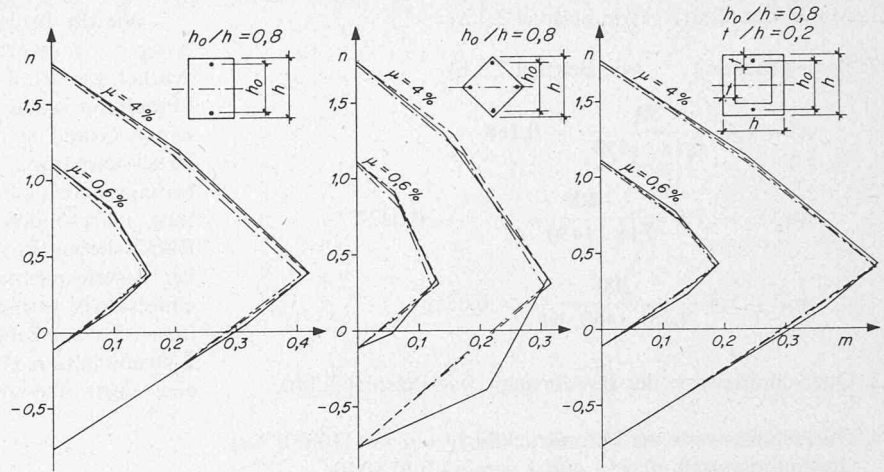
Stahl III $\sigma_f = 4,6 \text{ t/cm}^2$ $E_e = 2100 \text{ t/cm}^2$

Tabelle 2. Koeffizienten der Gleichungen (9) und (10)

		Dehnungsverteilungen nach Bild 10 b				
		1	2	3	4	5
NA parallel zur x- oder y-Achse	$n_{r,b}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	0	0
	$n_{r,e}$	1	$\frac{1}{1+\alpha}$	0	$-\frac{1}{1+\alpha}$	-1
	$m_{r,b}$	0	0,0750	0,1125	0	0
	c_r	0	$\frac{1}{1+\alpha}$	$\frac{1}{\alpha}$	$\frac{1}{1+\alpha}$	0
NA parallel zur Diagonalen	$n_{r,b}$	1	0,757	0,300	0	0
	$n_{r,e}$	1	$\frac{1}{1+\alpha}$	0	$-\frac{1}{1+\alpha}$	-1
	$m_{r,b}$	0	0,0497	0,0666	0	0
	c_r	0	$\frac{1}{2+2\alpha}$	$\frac{1}{2\alpha}$	$\frac{1}{2+2\alpha}$	0

Hilfsgrösse α : für NA parallel x-Achse: $\alpha = \alpha_h$
 für NA parallel y-Achse: $\alpha = \alpha_b$
 für NA parallel Diagonale: $\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_b + \alpha_h)$

Bild 12. Interaktionsdiagramm der Bruchschnittkräfte. Vergleich verschiedener Berechnungsannahmen. Ausgezogene Linien: Dehnungsverteilung nach Bild 10a, Betonspannungen nach Gl. (8). Strichpunktete Linien: Dehnungsverteilung nach Bild 10b, Betonspannungen nach Gl. (8). Gestrichelte Linien: Dehnungsverteilung nach Bild 10b, rechteckiger Spannungsblock nach Bild 11



2. Beanspruchung (wie Beispiel 2.3 a)

Lastfaktor: 1,4

$$n' = 1,4 \frac{N}{\beta bh} = 1,4 \frac{20}{0,18 \cdot 30 \cdot 45} = 0,115$$

$$m_x' = 1,4 \frac{-20 \cdot 15}{0,18 \cdot 30 \cdot 45^2} = -0,0384$$

$$m_y' = 1,4 \frac{20 \cdot 22,5}{0,18 \cdot 30^2 \cdot 45} = 0,0864$$

3. Querschnittswerte

$$\mu^* = \frac{\sigma_f}{\beta} \mu = \frac{4,6}{0,18} \cdot 0,0272 = 0,695$$

übrige Werte wie in 2.3 a

4. Rechnerische Bruchschnittkräfte [Gleichungen (9) und (10)]
Dehnungsverteilungen 3 und 4 (Bild 10 b)

NA parallel x

$$n_{r,1} = 0,375$$

$$n_{r,2} = -(1/1,822) \cdot 0,695 = -0,381$$

$$m_{r,x1} = -(0,1125 + 0,822^2 \cdot 1,217 \cdot 0,325 \cdot 0,695) = -0,2982$$

$$m_{r,x2} = -0,822^2 \cdot (1/1,822) \cdot 0,325 \cdot 0,695 = -0,0838$$

analog ergeben sich

- für NA parallel y

$$n_{r,5} = 0,375 \quad m_{r,y5} = 0,3178$$

$$n_{r,6} = -0,401 \quad m_{r,y6} = 0,0868$$

- für NA parallel y = -(h/b) x

$$n_{r,3} = 0,300 \quad m_{r,x3} = -0,1647 \quad m_{r,y3} = 0,1633$$

$$n_{r,4} = -0,391 \quad m_{r,x4} = -0,0429 \quad m_{r,y4} = 0,0423$$

5. Reduzierte Bruchschnittkräfte $\bar{n} = \frac{n_r}{1,3}$, $\bar{m} = \frac{m_r}{1,3}$

$$\bar{n}_1 = 0,288 \quad \bar{m}_{x1} = -0,2294$$

$$\bar{n}_2 = -0,293 \quad \bar{m}_{x2} = -0,0645$$

$$\bar{n}_3 = 0,231 \quad \bar{m}_{x3} = -0,1267 \quad \bar{m}_{y3} = 0,1256$$

$$\bar{n}_4 = -0,301 \quad \bar{m}_{x4} = -0,0330 \quad \bar{m}_{y4} = 0,0325$$

$$\bar{n}_5 = 0,288 \quad \bar{m}_{y5} = 0,2445$$

$$\bar{n}_6 = -0,308 \quad \bar{m}_{y6} = 0,0668$$

6. Lineare Interpolation auf dem Niveau $n' = 0,115$

$$\begin{aligned} \bar{m}_{x12} &= \bar{m}_{x2} - \frac{n' - \bar{n}_2}{\bar{n}_1 - \bar{n}_2} (\bar{m}_{x2} - \bar{m}_{x1}) \\ &= -0,0645 - \frac{0,115 + 0,293}{0,288 + 0,293} (-0,0645 + 0,2294) \\ &= -0,180 \end{aligned}$$

analog:

$$\bar{m}_{y56} = 0,193 \quad \bar{m}_{x34} = -0,106 \quad \bar{m}_{y34} = 0,105$$

7. Interaktionsdiagramm (Bild 13).

Der Beanspruchungszustand ist zulässig.

Im vorliegenden Fall haben N_g und N_p identische Exzentrizitäten, d. h. die Schnittkräfte aus Eigengewicht und Nutzlast verhalten sich proportional; es gilt daher der gemeinsame Lastfaktor 1,4. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, müssen unter Umständen für Eigengewicht und Nutzlast verschiedene Lastfaktoren verwendet werden (s. RL 35). Wäre beispielsweise der Nutzlastanteil an den Momenten wesentlich grösser und umgekehrt der Nutzlastanteil an der Normalkraft kleiner, so würden die Lastfaktoren 1,4 für Nutzlast und 0,8 für Eigengewicht massgebend. Die gestrichelte Interaktionslinie (Bild 13) zeigt diesen Fall für das extreme Verhältnis $N_g = 20$ t und $N_p = 0$, die Momente $M_x = -3$ mt und $M_y = 4,5$ mt werden hier als reine Nutzlastmomente betrachtet. Der Nachweis hat nun auf dem Niveau $N' = 0,8 \cdot 20$ t = 16 t zu erfolgen. Das Interaktionsdiagramm zeigt, dass die Sicherheitsreserve in diesem Fall geringer ist.

b) Allgemeiner Querschnitt (Bild 8)

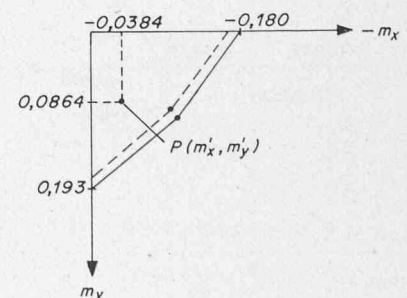


Bild 13. Interaktionsdiagramm der reduzierten Bruchschnittkräfte für den Rechteckquerschnitt

1. Materialqualität: wie Beispiel 3.3 a)

2. Beanspruchung: wie Beispiel 2.3 b)

$$n' = 1,4 \frac{50}{0,18 \cdot 1450} = 0,268$$

$$m_x' = -1,4 \frac{400}{0,18 \cdot 1450 \cdot 45} = -0,0477$$

$$m_y' = 1,4 \frac{300}{0,18 \cdot 1450 \cdot 45} = 0,0358$$

3. Querschnittswerte der Bewehrung: wie Beispiel 2.3 b)

4. Querschnittswerte der Betondruckfläche (F_D mit Höhe $0,8x$) (Dehnungsverteilungen 2 und 3 gemäss Bild 10 b)

	Gleichung der Nulllinie					
	$y = -20,8$	$y = 1,7$	$x = -22,1$	$x = 0,4$	$y = -x - 22,9$	$y = -x + 3,3$
F_D (cm ²)	1185	435	1185	540	1170	350
S_{Dx} (cm ³)	4274	6050	-2472	-3132	2208	2091
S_{Dy} (cm ³)	-2137	-3576	4609	7506	2565	3491

5. Spannungsgrössen und Koordinaten x_A, y_A [zu Gleichungen (11), (12), (13)]

	Gleichung der Nulllinie					
	$y = -20,8$	$y = 1,7$	$x = -22,1$	$x = ,4$	$y = -x - 22,9$	$y = -x + 3,3$
x_A (cm)	-	-	18,4	18,4	18,4	18,4
y_A (cm)	19,7	19,7	-	-	4,7	4,7
σ_{eA} (t/cm ²)	4,60	4,60	4,60	4,60	4,60	4,60
σ_{eC} (t/cm ²)	2,36	-0,43	2,51	-0,10	2,29	-0,77
$\bar{\beta} = 0,94 \cdot \beta = 169$ kg/cm ²						

6. Reduzierte Bruchschnittkräfte

	Gleichung der Nulllinie					
	$y = -20,8$	$y = 1,7$	$x = -22,1$	$x = 0,4$	$y = -x - 22,9$	$y = -x + 3,3$
Auswertung \bar{n}	0,863	0,192	0,868	0,257	0,846	0,110
Gl. (11), \bar{m}_x	-0,0974	-0,1678	0,0489	0,0947	-0,0455	-0,0597
(12), (13) \bar{m}_y	-0,0504	-0,0993	0,1042	0,2030	0,0518	0,0934
lineare \bar{n}	0,268		0,268		0,268	
Interpolation \bar{m}_x	-0,160		0,0939		-0,0567	
\bar{m}_y	-0,0938		0,201		0,0845	

7. Interaktionsdiagramm (Bild 14).

Der Beanspruchungszustand ist zulässig.

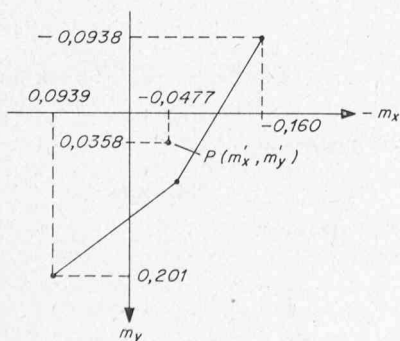


Bild 14. Interaktionsdiagramm der reduzierten Bruchschnittkräfte für den allgemeinen Querschnitt

Wie die beiden Beispiele zeigen, ist der Bereich der zulässigen Momente bei Anwendung des Traglastverfahrens deutlich grösser als der entsprechende Bereich, der sich aus der Einhaltung zulässiger Spannungen ergibt. Dies hat vor allem seinen Grund in der besseren Ausnützbarkeit der Zug- und Druckbewehrung. Die stärkere Querschnittsbeanspruchung bedingt jedoch eine absolut einwandfreie konstruktive Gestaltung; insbesondere ist die Vorschrift über die Anordnung von Rückhaltebügeln zur Verhinderung des lokalen Ausknickens der Bewehrungsstäbe zu beachten. Auch den Verformungseinflüssen ist vermehrte Aufmerksamkeit zu schenken (s. Richtlinie 35); bei Schlankheiten über $\lambda_k = 30$ ist nach Theorie 2. Ordnung zu rechnen, bei sämtlichen Druckgliedern ist zudem eine ungewollte Vorverformung zu berücksichtigen.

Bezeichnungen

a_x, a_y	Abmessungen des umschriebenen Rechtecks beim allgemeinen Querschnitt
b	Querschnittsbreite (Rechteck)
h	Querschnittsstärke (Rechteck)
b_o, h_o	Abstände zwischen den äusseren Bewehrungslagen
k	Anzahl innere Bewehrungslagen
k_b, k_h	k längs Querschnittsbreite bzw. längs Querschnittsstärke des Rechteckquerschnitts
x	Höhe der Betondruckzone
x, y	Koordinaten

$$\xi = \frac{x}{a_x}, \quad \eta = \frac{y}{a_y} \quad \text{bezogene Koordinaten}$$

E_b, E_e	E -Modul Beton, Stahl
$\bar{n} = E_e/E_b$	Wertigkeit
$F, S_x, S_y, I_x, I_y, I_{xy}$	ideelle Querschnittswerte des gerissenen Querschnitts
F_b	Betonquerschnittsfläche (Bruttoquerschnitt)
$F_e, S_{ex}, S_{ey}, I_{ex}, I_{ey}, I_{exy}, W_{ex}, W_{ey}$	Querschnittswerte der Gesamtbewehrung
F_D, S_{Dx}, S_{Dy}	Querschnittswerte der ideellen Betondruckzone der Höhe $0,8x$
N	Normalkraft
M_x, M_y	Momente um x - und y -Achse
n, m_x, m_y	bezogene Schnittkräfte
$N_r, M_{r,x}, M_{r,y}$	Bruchschnittkräfte
$\bar{N}, \bar{M}_x, \bar{M}_y$	um den Querschnittsfaktor reduzierte Bruchschnittkräfte
N', M_x', M_y'	Schnittkräfte aus den mit den Lastfaktoren multiplizierten Lasten
N_A	Nulllinie
C_b	Schwerpunkt des Betonquerschnitts (Bruttoquerschnitt)

$$\alpha_b = \frac{b_o}{b}, \quad \alpha_h = \frac{h_o}{h} \quad \text{bezogene Bewehrungsabstände}$$

β	rechnerische Betondruckfestigkeit
$\bar{\beta} = 0,94 \beta$	rechnerische Betondruckfestigkeit beim rechteckigen Spannungsblock
$\sigma_b \text{ zul}, \sigma_s \text{ zul}, \sigma_e \text{ zul}$	zulässige Spannungen Beton (Rand, Schwerpunkt), Stahl
σ_R, σ_C	Betonspannungen am Querschnittsrand bzw. im Schwerpunkt

σ_f	Stahl-Flie遥spannung
ε_f	Stahl-Flie遥dehnung
ε_r	nomielle Betonbruchstauchung
$\delta = \frac{\sigma_s \text{ zul}}{\sigma_b \text{ zul}}$	bezogene zulässige Betonspannung im Schwerpunkt
$\gamma = \frac{\sigma_e \text{ zul}}{\sigma_b \text{ zul}}$	bezogene zulässige Stahlspannung

Literaturverzeichnis

- [1] J. G. MacGregor, J. E. Breen, E. O. Pfrang: Design of Slender Concrete Columns. ACI Journal, Proceedings, Nr. 1, Januar 1970.
- [2] J. G. MacGregor: Simple Design Procedures for Concrete Columns. IVBH-Symposium, Quebec 1974, Einführungsbericht S. 24 bis 49, Zürich 1974.
- [3] U. H. Oelhafen: Accuracy of Simple Design Procedures for Concrete Columns. IVBH-Symposium, Quebec 1974, Vorbericht S. 93 bis 115, Zürich 1974.
- [4] J. G. MacGregor, U. H. Oelhafen, S. E. Hage: A Re-examination of the EI-Value for Slender Columns. American Concrete Institute, ACI Special Publication SP-50, S. 1 bis 40, Detroit 1975.
- [5] U. H. Oelhafen: Formänderungen von Stahlbetonstützen unter exzentrischer Druckkraft. Institut für Baustatik, ETH, Bericht Nr. 31, Zürich 1970.
- [6] C. Menn: Einfache Methode zur Berechnung der Bruchlast von schlanken Druckgliedern. IVBH-Symposium, Quebec 1974, Vorbericht S. 137 bis 144, Zürich 1974.
- [7] C. Menn: Bruchsicherheitsnachweis für Druckglieder. «Schweizerische Bauzeitung» 93 (1975), H. 37, S. 571–578.
- [8] H. Eloseily: Ultimate Strength of Rectangular Reinforced Concrete Sections under Biaxially Eccentric Loads. Institut für Baustatik, Bericht Nr. 15, Zürich 1967.
- [9] W. F. Chen, M. T. Shoraka: Tangent Stiffness Method for Biaxial Bending of Reinforced Concrete Columns. IVBH-Abhandlungen 35-I, Zürich 1975.
- [10] A. J. Gouwens: Biaxial Bending Simplified. American Concrete Institute, ACI Special Publication SP-50, S. 233–261, Detroit 1975.
- [11] S. I. Abdel-Sayed, N. J. Gardner: Design of Symmetric Square Slender Reinforced Concrete Columns under Biaxially Eccentric Loads. American Concrete Institute, ACI Special Publication SP-50, S. 149–164, Detroit 1975.
- [12] K. Okada, T. Kojima, I. Hirasawa: Strength of Columns under Biaxially Eccentric Loads. IVBH-Symposium, Quebec 1974, Vorbericht S. 171–178, Zürich 1974.
- [13] E. Grasser: Bemessung für Biegung mit Längskraft, Schub und Torsion. Beton-Kalender 1976, S. 779–781 und S. 856–858, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn.
- [14] U. H. Oelhafen: Schiefe Biegung. Autographie zum Fortbildungskurs für Bauingenieure über Berechnung und Bemessung von Stützen und Stützensystemen, Kap. 9. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH, Zürich 1977.

Adresse des Verfassers: Dr. Urs H. Oelhafen, dipl. Bauing. ETH, Interkantonales Technikum Rapperswil, Rankhöhenstr. 12, 8645 Jona.

Die Ausschreibung von Vliesmatten

Von S. Rubitschung, Brugg

In den vergangenen Monaten ist viel über die Vorteile und die Anwendungsmöglichkeiten der verschiedensten *Kunstfaservliese* diskutiert worden. Nach den Absatzzahlen scheint diesem neuzeitlichen Material der endgültige Durchbruch im Bausektor gelungen zu sein, da es – bis auf wenige Ausnahmen – die Planungs- und die Ausführungsstellen von seiner Zweckmässigkeit zu überzeugen gelang. Die meisten Hersteller bzw. Lieferanten der Materialien waren aber eher besorgt, den Absatz ihrer Erzeugnisse massiv zu fördern. Sie taten dagegen wenig, um die Planungsstellen über die richtige Verwendung der verschiedenen Typen objektiv zu informieren.

Technologie

Für die Eigenschaften eines fertigen Vlieses sind das Grundmaterial, die Fasereigenschaften, die Art, wie die Fasern zusammengesetzt werden (also die Art der Bindung), die Wahl des Titers und eine Reihe anderer Faktoren massgebend.

Material

Die Polymere, die für die Herstellung von Kunstfaservliesen verwendet werden, sind

- Polypropylen
- Polyester
- Polyamid.

Die Eignung des letzten für die Verwendung im Tiefbau ist fraglich, da es durch Wassereinfluss, insbesondere in leicht sauren Böden Veränderungen erleidet, womit die Dauerhaftigkeit der Eigenschaften des verlegten Vlieses in Frage gestellt wird. Diese Eigenschaft des Polypropylens, die übrigens nur bei der Lagerung unter Sonneneinstrahlung in Erscheinung tritt, kann durch entsprechende Zusätze verändert werden. Es ist durchaus möglich, Polypropylen so zu stabilisieren, dass es die gleiche Lichtbeständigkeit wie Polyester aufweist. Wenn es heute noch Firmen gibt, die Vliese aus nicht-stabilisiertem

Polypropylen auf dem Markt anbieten, so dürfte es sich lediglich um eine Frage der Zeit handeln, bis sich auch diese den Marktverhältnissen angepasst haben. Die Herstellung von UV-beständigen Polypropylen-Fasern, welche in dieser Hinsicht Polyester-Fasern ebenbürtig sind, bietet heute nämlich keine technischen Schwierigkeiten mehr.

Fabrikation

Vliese können aus *Kurzfasern* (Stapelfasern) oder aus *Endlosfasern* hergestellt werden. Auch gibt es – wie bereits erwähnt – verschiedene Arten, diese Fasern untereinander zu binden. Die meistverbreiteten *Verbindungsarten* sind die *Vernadelung*, die *Verschweissung* und/oder *Imprägnierung* (chemische Bindung mit z. B. Acrylharz, Latex usw.). Aus den verschiedenen Fabrikationsmöglichkeiten ergibt sich eine Palette von Produkten, die verschiedene Charakteristiken aufweisen können (vgl. Tabelle).

Um *brauchbare Reissfestigkeiten* zu erreichen, müssen Kurzfaservliese thermisch oder chemisch gebunden sein. Die alleinige Vernadelung reicht bei solchen Typen nicht aus. Die thermische beziehungsweise chemische Bindung der Endlosfasern dagegen soll die initiale Dehnung herabsetzen. – Dies ist bei vereinzelt Anwendungen erwünscht. Sie ist jedoch nicht eine Bedingung für eine gute Reissfestigkeit, die bei blosser Vernadelung (mechanische Bindung) des Vliesgebildes erreicht wird. Wenn ein Endlosfaservlies thermisch oder chemisch gebunden wird, können seine Fasern unter Zugbeanspruchung nicht aneinander gleiten. Sie sind an den meisten ihrer Berührungspunkte fest miteinander verbunden. Die Dehnung wird also stark heruntersetzt. Nun stellt aber das Arbeitsaufnahmevermögen eines Materials die Fläche unter der Kurve des Kraft-Dehnungs-Diagramms (vgl. Abbildung) dar. Die hohe Dehnung wirkt sich vorteilhaft aus. Es bedarf eines hohen Arbeitsaufwandes, um das Vlies zu zerreissen. So kann es unmittelbar über scharfe Kanten, Baumstrünke und ähnliche