

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1988)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

We complete the proof of the Fundamental Constraint by checking the two degenerate cases, again using Sasaki's equations.

If  $p(t)$  is a constant point, then Sasaki's second equation is certainly satisfied, while the first tells us that  $(p(t), v(t))$  is a geodesic in  $US^3$  if and only if  $v(t)$  traces out, at constant speed, a great circle in the tangent space to  $S^3$  at that point.

If  $p(t)$  is a great circle in  $S^3$ , travelled at constant speed, then  $p'' = 0$ , so Sasaki's second equation reads

$$R(v', v)p' = 0.$$

This can be satisfied in two ways.

One is that  $v' = 0$ , so that  $v(t)$  is a parallel vector field along  $p(t)$ . In this case, Sasaki's first equation is automatically satisfied, so  $(p(t), v(t))$  must be a geodesic in  $US^3$ .

The other way for Sasaki's second equation to be satisfied is that  $v$  and  $v'$  are both orthogonal to  $p'$ . Parallel translate  $v(t)$  backwards along  $p(t)$  to the vector field  $u(t)$  in the tangent space to  $S^3$  at  $p(0)$ . Then Sasaki's first equation says that  $u(t)$  traces out, at constant speed, a great circle orthogonal to  $p'(0)$ . Equivalently,  $v(t)$  spins at constant but arbitrary speed along a great circle orthogonal to that of  $p(t)$ . In these circumstances, the curve  $(p(t), v(t))$  will be a geodesic in  $US^3$ .

But these are precisely the interpretations of the Fundamental Constraint which were set in the introduction, and the proof is complete.

#### REFERENCES

- [Ba-Br-Bu] BALLMANN, W., M. BRIN and K. BURNS. On surfaces with no conjugate points. *J. Diff. Geom.* 25 (1987), 249-273.
- [Gl-Zi] GLUCK, H. and W. ZILLER. On the volume of a unit vector field on the three-sphere. *Comm. Math. Helv.* 61 (1986), 177-192.
- [Jo] JOHNSON, D. Volumes of flows. *Proc. Amer. Math. Soc.*, to appear.
- [Pe] PEDERSEN, S. Volumes of vector fields on spheres. To appear.
- [Sa] SASAKI, S. On the differential geometry of tangent bundles of Riemannian manifolds. *Tohoku Math. J.* 10 (1958), 338-354.

(Reçu le 20 octobre 1987)

Herman Gluck

Department of Mathematics  
University of Pennsylvania  
Philadelphia, PA 19104  
(USA)