

# Näherungsformeln zur Berechnung von Hänge- und Sprengwerken für Brücken

Autor(en): **Seyller, Otto**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **95/96 (1930)**

Heft 1

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-43923>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Näherungsformeln zur Berechnung von Hänge- und Sprengwerken für Brücken. — Bemerkungen zur Strömung über scharfkantige Ueberfallwehre. — Landhaus in Erlenbach bei Zürich. — Landhäuser in Küsnacht-Zürich. — Gussbeton und Betonkontrolle auf Baustellen. — Mitteilungen: Eidgenössische Technische Hochschule. Teeröltränkung von Wasserbauhölzern. Nomogramm zur Ermittlung von

Trägheitsmomenten. Autostrasse Mailand-Turin. Schweizerische Bundesbahnen. — Wettbewerbe: Post- und Bibliothekgebäude in Biel. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine: Sektion Bern des S. I. A. Gesellschaft Ehemaliger Studierender an der E. T. H. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Näherungsformeln zur Berechnung von Hänge- und Sprengwerken für Brücken.

Von Prof. Dr. OTTO SEYLLER, Montanistische Hochschule Leoben.

Als Behelf zur verlässlichen Berechnung von Hänge- und Sprengwerken für Brücken mit beweglichen Einzellasten kommen vor allem die Einflusslinien in Betracht. Die in der Neuzeit noch zur Ausführung gelangenden derartigen Tragwerke mit höchstens fünf bis sechs Feldern können jedoch sehr rasch und für die Praxis genügend genau auch mittels einiger Näherungsformeln berechnet werden, die im folgenden abgeleitet werden sollen. Dabei bedeuten  $g$ ,  $p$  und  $q = g + p$  Eigengewicht, Nutzlast und Gesamtlast auf 1 m des Trägers für die Berechnung der Axialkräfte,  $g$  und  $p'$  Eigengewicht und Nutzlast für die Berechnung des Biegemomentes im Streckbalken,  $l$  die Länge und  $n$  die Anzahl der Felder,  $L = nl$  die Gesamtstützweite,  $V$  die Stabkraft in einer Hängesäule,  $S$  in einer unter dem Winkel  $\alpha$  gegen die Wagrechte geneigten Strebe,  $R$  im anschliessenden Riegel und  $H$  im Streckbalken;  $M$  ist das massgebende Biegemoment im Streckbalken (Abb. 1). Die Zahlenwerte der grundlegenden Formeln sind der Arbeit des Verfassers „Die Hänge- und Sprengwerke und ihre Einflusslinien“, Leoben 1913 bei L. Nüssler, entnommen und auf Grund der Biegearbeit unter Vernachlässigung der axialen Formänderungsarbeit ermittelt.

A. Grösste Stabkräfte.

Die Axialkräfte erreichen bei gänzlicher oder nahezu gänzlicher Belastung des Trägers mit  $q/m$  ihre Grösstwerte. Bei mittelbarer Lastübertragung durch Querträger nur in den Knoten (bei Brücken die Regel) sind die Knotenlasten und mithin die Kräfte in den Hängesäulen der Hängewerke in allen Fällen

$$V = +ql \dots \dots \dots (1)$$

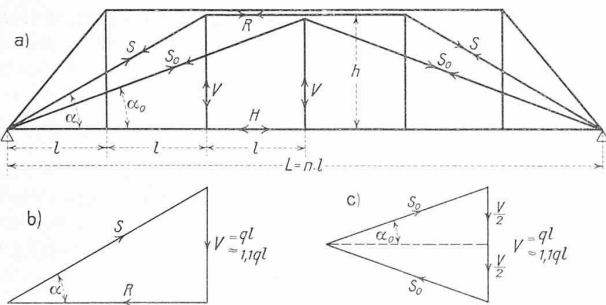


Abb. 1.

Bei unmittelbarem Lastangriff am Streckbalken und  $n = 2$  sind diese Kräfte  $+1,25ql$ , bei  $n = 4$  oder 5 etwa  $1,0ql$  bis  $1,2ql$ , und in dem weitaus häufigsten Falle  $n = 3$  sind sie  $1,10ql$ ; man fehlt daher nicht viel, wenn man bei unmittelbarem Lastangriff in allen Fällen

$$V = +1,1ql \dots \dots \dots (2)$$

annimmt. Die Kräfte in den Streben und Riegeln sind sodann bei mittelbarer Belastung (vergl. Abb. 1 a und b)

$$S = -\frac{ql}{\sin \alpha} \quad R = -\frac{ql}{\tan \alpha} \dots \dots (3)$$

und bei unmittelbarer Belastung des Streckbalkens

$$S = -\frac{1,1ql}{\sin \alpha} \quad R = -\frac{1,1ql}{\tan \alpha} \dots \dots (4)$$

Ist der tragende Stabzug nur zweistäbig ( $S_0$  der Abb. 1 a und c), so entfällt der Riegel  $R$  mit seiner Kraft und es ist

$$S_0 = -\frac{ql}{2 \sin \alpha_0} \quad S_0 = -\frac{1,1ql}{2 \sin \alpha_0} \dots \dots (5)$$

Die Axialkraft  $H$  im Streckbalken würde zwar auch bei Vollbelastung des Trägers ihren Grösstwert erreichen; da aber bei den Systemen mit mehr als zwei Feldern im Streckbalken die Biegebbeanspruchung durch die ungefähr halbseitige Verkehrslast überwiegt, ist  $H$  meistens für Eigengewicht  $g/m$  am ganzen Träger und für Nutzlast  $p/m$  auf einer Trägerhälfte und nur im Falle  $n = 2$  für Vollbelastung zu bestimmen. Die Kraft  $H$  setzt sich aus den Horizontalschüben der Streben einer Tragwerkhälfte zusammen und beträgt mithin im Streckbalken

$$H = -\sum_0^{L/2} S \cos \alpha$$

Berechnet man diesen Wert für Eigengewicht und mittelbare Belastung, indem man nach den Formeln (3) und (5)

$$S_g = -\frac{gl}{\sin \alpha} \quad S_{0g} = -\frac{gl}{2 \sin \alpha_0}$$

einführt und im Ergebnis  $\tan \alpha$  bzw.  $\tan \alpha_0$  durch  $\frac{h}{nl}$  (im Falle der Abb. 1 a, b und c beispielsweise durch  $\frac{h}{2l}$  bzw.  $\frac{h}{3l}$ ) ersetzt, so kommt man bei

$$n = 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \text{ Feldern}$$

auf die Werte  $H_g = 1/2 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \cdot 1/2 \cdot \frac{g l^2}{h}$ , deren Zahlenkoeffizienten teils genau, teils sehr angenähert durch den allgemeinen Wert  $\frac{n^2}{8}$  ausgedrückt werden können, wobei

$$H_g = 1/2 \quad 1 \cdot 1/8 \quad 2 \quad 3 \cdot 1/8 \quad 4 \cdot 1/2 \cdot \frac{g l^2}{h}$$

wird. Man kann mithin

$$H_g = \frac{n^2}{8} \cdot \frac{g l^2}{h} = 1/8 g \frac{(nl)^2}{h}$$

oder

$$H_g = 1/8 \frac{g L^2}{h} \dots \dots \dots (6)$$

annehmen. Die halbseitige Nutzlast  $p/m$  erzeugt nur die Hälfte des der Formel (6) entsprechenden Horizontalschubes (so, als ob der Träger auf seiner ganzen Länge mit  $p/2/m$  belastet wäre), d. i.

$$H_p = 1/16 \frac{p L^2}{h} \dots \dots \dots (7)$$

Die gesamte Horizontalkraft im Streckbalken (der ganze Strebenshub) ist

$$H = H_g + H_p = 1/8 \frac{g L^2}{h} + 1/16 \frac{p L^2}{h} = 1/8 \left( g + \frac{p}{2} \right) \frac{L^2}{h}$$

oder mit  $q' = \left( g + \frac{p}{2} \right)$

$$H = 1/8 \frac{q' L^2}{h} \dots \dots \dots (8)$$

Bei unmittelbarem Lastangriff setzt man mit Bezug auf Formel 2 besser

$$H = 1,1 \cdot 1/8 \frac{q' L^2}{h}$$

oder mit  $q'' = 1,1 \left( g + \frac{p}{2} \right)$

$$H = 1/8 \frac{q'' L^2}{h} \dots \dots \dots (9)$$

Der Horizontalschub erscheint hier in der gleichen Form wie beim Dreigelenkbogen. Bei  $n = 2$  ist auch für die Berechnung des Biegemomentes in der Regel Vollbelastung anzunehmen und daher zu den Werten der Formeln (8) und (9) der Betrag  $1/16 \frac{p L^2}{h}$  hinzuzufügen.

Axialkräfte und Biegemomente für Hänge- und Sprengwerke mit  $n$  Feldern ( $n \geq 6$ )

| Stab                | Axialkräfte   |  | Biegemomente                    |   | Anmerkungen  |
|---------------------|---|--|---------------------------------|---|--|
|                     | Mittelbare Belastung  | Unmittelbare Belastung   | Mittelbare Belastung            | Unmittelbare Belastung  |  |
| Hängesäule<br>$V$   | $+ q l$   | $+ 1,1 q l$  | —                               | —   | Bei Sprengwerken bedeutet $V$ den auf einen inneren Knoten entfallenden Lastanteil.  |
| Strebe<br>$S$       | $-\frac{q l}{\sin \alpha}$  | $-\frac{1,1 q l}{\sin \alpha}$   | —                               | —   | Bei den Hänge- und Sprengwerken mit nur zwei Feldern ist   |
| Riegel<br>$R$       | $-\frac{q l}{\tan \alpha}$  | $-\frac{1,1 q l}{\tan \alpha}$   | —                               | —   | $S_o = -\frac{q l}{2 \sin \alpha_o}$ bzw. $S_o = -\frac{1,1 q l}{2 \sin \alpha_o}$ und entfallen die Stäbe und Kräfte $R$ .  |
| Streckbalken<br>$H$ | $+ \frac{1}{8} \frac{q' L^2}{h}$<br>$\left[ q' = g + \frac{p}{2} \right]$ | $+ \frac{1}{8} \frac{q'' L^2}{h}$<br>$\left[ q'' = 1,1 \left( g + \frac{p}{2} \right) \right]$ | $\frac{n-2}{8 n^2} p' L^2$<br>— | $\frac{1}{q n^2} q''' L^2$<br>$\left[ q''' = \left( g + 1,5 n \cdot \frac{p'}{2} \right) \right]$ | Bei den Hänge- und Sprengwerken mit nur zwei Feldern ist die Stabkraft $H$ um den Betrag $\frac{1}{16} \frac{p' L^2}{h}$ zu vergrössern; bei Sprengwerken mit Riegeln zwischen den Strebenköpfen erhält der Streckbalken keine Axialkraft und $H =$ Strebenschub.<br>Beim unterspannten (Polonceau-) Balken sind die Vorzeichen der Axialkräfte entgegengesetzt. |

B. Grösstes Biegemoment im Streckbalken.

Das Eigengewicht  $g/m$  erzeugt bei mittelbarem Lastangriff kein Biegemoment; es gilt in allen Fällen

$$M_g = 0 \dots \dots \dots (10)$$

Bei unmittelbarem Lastangriff beträgt es nach den Einflussflächen der oben genannten Arbeit des Verfassers bei Tragwerken mit zwei bis fünf Feldern im ersten Knoten

$$M_g = 0,1250 \quad 0,1000 \quad 0,1071 \quad 0,1053 \cdot g l^2$$

oder im Mittel aller Fälle angenähert

$$M_g = \frac{1}{8} g l^2 \dots \dots \dots (11)$$

Das Biegemoment im ersten Knoten von der halbseitigen Nutzlast  $p'/m$  ist nach der gleichen Quelle im Falle mittelbarer Belastung bei

$$n = 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \text{ Feldern}$$

$$M_p = 0 \quad \frac{1}{8} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{8} \cdot p' l^2$$

und allgemein

$$M_p = (n - 2) \cdot \frac{1}{8} p' l^2 = \frac{n-2}{n^2} \cdot \frac{1}{8} p' (n l)^2$$

oder

$$M_p = \frac{n-2}{8 n^2} \cdot p' L^2 \dots \dots \dots (12)$$

Bei unmittelbarer Belastung gilt für

$$n = 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \text{ Felder}$$

$$M_p = 0,1250 \quad 0,1825 \quad 0,3035 \quad 0,4286 \cdot p' l^2.$$

Die Zahlenkoeffizienten unterscheiden sich wenig von der geometrischen Reihe

$$\frac{1}{8} = 0,1250 \quad 0,1875 \quad 0,2813 \quad 0,4219,$$

deren Anfangsglied  $\frac{1}{8}$  und deren Quotient 1,5 ist. Das Moment kann daher in der allgemeinen Form geschrieben werden:

$$M_p = \frac{1,5^{n-2}}{8} p' l^2 = \frac{1,5^n}{18} p' l^2 \dots \dots \dots (13)$$

Das Gesamtmoment ist bei mittelbarer Belastung durch die Formel (12) bestimmt; bei unmittelbarer Belastung ist es

$$M_q = M_g + M_p = \frac{1}{8} g l^2 + \frac{1,5^n}{18} p' l^2 = \frac{1}{q n^2} \left( g + 1,5^n \cdot \frac{p'}{2} \right) L^2$$

oder mit  $q''' = \left( g + 1,5^n \cdot \frac{p'}{2} \right)$

$$M = \frac{1}{q n^2} q''' L^2 \dots \dots \dots (14)$$

Die angegebenen Gesamtmomente treten bei zwei bis fünf Feldern im ersten Streckbalkenknoten auf, bei sechs Feldern in gleicher Grösse im ersten und zweiten Knoten; bei mehr als sechs Feldern entsteht das Grösstmoment im zweiten Knoten und gelten die Formeln nicht mehr. Sind

die Feldlängen  $l$  ungleich, aber nicht sehr verschieden, so genügt es, eine mittlere Feldlänge  $l = L/n$  einzuführen; übrigens wird die Anordnung verschiedener Feldlängen selten begründet sein. Bei vier gleichen Feldern und mittelbarer Belastung wird nach Formel (12) das Grösstmoment  $M_p = \frac{1}{64} p' L^2$  wie beim Dreigelenkbogen; im allgemeinen bewegt sich bei  $3 \leq n \leq 6$  das grösste Biegemoment der Nutzlast zwischen den Werten  $\frac{1}{48} p' L^2$  und  $\frac{1}{72} p' L^2$ , sodass man im Mittel aller Fälle und in roher Schätzung etwa  $M_p = \frac{1}{60} p' L^2$  annehmen kann. Die obenstehende Zahlen-tafel gibt eine übersichtliche Zusammenstellung der abgeleiteten Formeln.

C. Belastungsgleichwerte.

Liegen bewegliche Einzellasten vor, so können ebenfalls die angegebenen Formeln benützt werden, wenn man statt der Einzellasten passende Belastungsgleichwerte einführt.

Der Belastungsgleichwert  $p$  für die Berechnung der Axialkräfte ergibt sich, indem man in zwei symmetrisch liegenden Streckbalkenknoten (bei den Systemen mit zwei Feldern kommt nur einer in Betracht) und in den angrenzenden Feldern nach Massgabe des vorgeschriebenen Belastungszuges die grössten Lasten anordnet, die Knotengewichte  $K'$  und  $K''$  so bestimmt, als ob die angrenzenden Felder frei aufliegende Träger wären, und das arithmetische Mittel  $K = \frac{1}{2} (K' + K'')$  nimmt. Der gesuchte Belastungsgleichwert ist

$$p = \frac{K}{l}; \dots \dots \dots (15)$$

er genügt fast stets auch für die Berechnung der Horizontalkraft  $H$  von der halbseitigen Belastung.

Der Belastungsgleichwert  $p'$  für das Biegemoment im Streckbalken ist gleich jenem, der am frei aufliegenden Träger von der Stützweite  $L' = L/2$  (Belastungslänge für das Biegemoment) das selbe Grösstmoment  $M_{max}$  erzeugt wie die Einzellasten; es ist sodann  $\frac{1}{8} p' L'^2 = M_{max}$  und

$$p' = \frac{8 M_{max}}{L'^2} \dots \dots \dots (16)$$

Die angenäherte, fallweise aber auch genaue Richtigkeit dieser Annahmen folgt ohne weiteres aus dem Umstande, dass die grundlegenden Einflussflächen in allen Fällen Dreiecke sind, ist aber auch unschwer mathematisch nachweisbar; die Beziehungen gelten selbstverständlich auch für andere Trägerarten mit dreieckigen Einflussflächen, z. B. für den Dreigelenkbogen.

Wenn die Einzellasten und ihre Abstände nicht sehr verschieden und die Lastabstände im Verhältnis zu den

Feldlängen klein sind, genügt oft auch die durchschnittliche Belastung

$$p = \frac{\Sigma P}{\lambda}, \dots \dots \dots (17)$$

wo  $\Sigma P$  die Summe der auf der Strecke  $\lambda$  möglichen grössten Lasten ist. Fallweise ist auch  $p \sim p'$ .

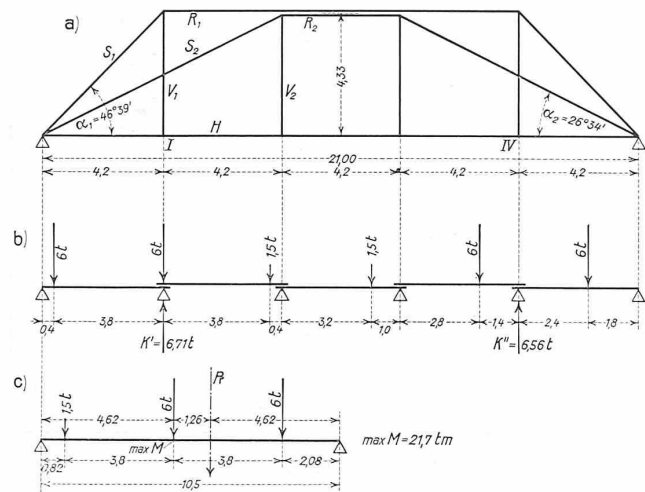


Abb. 2.

Zahlenbeispiel zur Anwendung der Formeln.

Das in der genannten Arbeit des Verfassers mit Hilfe der Einflusslinien berechnete Beispiel 7, Strassenbrücke mit vierfachen Hängewerken von  $L = 21$  m Stützweite (Abb. 2a) soll mittels der Formeln berechnet werden. Das Eigengewicht beträgt für einen Träger  $g = 1,4$  t/m. Die Nutzlast eines Trägers besteht aus einem Zug von 12 t Lastwagen der alten österreichischen Brückenverordnungen von den Jahren 1904/05 (Abb. 2b und c) und einer Menschenlast von  $p_m = 0,69$  t/m. Der Lastangriff ist mittelbar, die Anzahl der Felder  $n = 5$ , die Feldlänge  $l = 4,2$  m. Die den Ergebnissen in Klammern angeschlossenen Werte sind die mittels der Einflusslinie ermittelten.

Die Quoten I und IV erhalten die grösste Belastung vom Wagenzug bei der in Abb. 2b angedeuteten Laststellung, für die die Auflagerdrücke  $K' = 6,71$  t und  $K'' = 6,56$  t, im Mittel  $K = \frac{1}{2} (6,71 + 6,56) = 6,64$  t sind; der Belastungsgleichwert für die Axialkräfte ist  $p_w = \frac{6,64}{4,2} = 1,58$  t/m.

Der Belastungsgleichwert für das Biegemoment ergibt sich laut Abb. 2c aus dem grössten Biegemomente der Einzellasten  $M_{max} = 21,7$  tm mit  $p'_w = \frac{8 \cdot 21,7}{10,5^2} = 1,58$  t/m (Uebereinstimmung mit  $p_w$  zufällig). Nunmehr ist  $p = p_m + p_w = 0,69 + 1,58 = 2,27$  t/m =  $p'$ ;

$$q = g + p = 1,40 + 2,27 = 3,67 \text{ t/m};$$

$$q' = g + \frac{p}{2} = 1,40 + \frac{2,27}{2} = 2,54 \text{ t/m}.$$

Axialkräfte und Biegemoment:

$$V_1 \sim V_2 = + q l = + 3,67 \cdot 4,2 = 15,4 \text{ t (15,4 t und 15,0 t)}$$

$$S_1 = - \frac{q l}{\sin \alpha_1} = - \frac{15,4}{\sin 46^\circ 39'} = - 21,2 \text{ t (21,2 t)};$$

$$S_2 = - \frac{q l}{\sin \alpha_2} = - \frac{15,4}{\sin 26^\circ 34'} = - 34,4 \text{ t (33,5 t)};$$

$$R_1 = - \frac{q l}{t_g \alpha_1} = - \frac{15,4}{t_g 46^\circ 39'} = - 14,5 \text{ t (14,6 t)};$$

$$R_2 = - \frac{q l}{t_g \alpha_2} = - \frac{15,4}{t_g 26^\circ 34'} = - 30,8 \text{ t (30,0 t)};$$

$$H = + \frac{1}{8} \frac{q' L^2}{h} = + \frac{1}{8} \frac{2,54 \cdot 21,0^2}{4,33} = + 32,3 \text{ t (30,2 t)};$$

$$M = \frac{n-2}{8 n^2} p' L^2 = \frac{5-2}{8 \cdot 5^2} \cdot 2,27 \cdot 21,0^2 = \frac{3}{200} \cdot 2,27 \cdot 21,0^2 = 15,0 \text{ tm (15,3 tm)}.$$

Diese Formelwerte stimmen mit jenen der Einflusslinien recht gut überein.



Abb. 1.

Bemerkungen zur Strömung über scharfkantige Ueberfallwehre.

In einer bemerkenswerten Untersuchung hat Hailer<sup>1)</sup> über Unregelmässigkeiten bei Ueberfallmessungen berichtet, die er im Thoma'schen Laboratorium in München beobachtet hat. Er sieht die Ursache in der Ablösung der bodennahen strömenden Schichten kurz vor dem Ueberfallwehr. Die Ablösung ist vom theoretischen Standpunkt aus durchaus naheliegend und wäre an sich nicht weiter bedenklich, wenn sie geordnet und reproduzierbar erfolgen würde.

Dass diese Ablösung nicht nur bei kleinen Ueberfällen vorhanden ist, zeigt die Aufnahme Abb. 1 überzeugend. In einen Laboratoriums-Messkanal von rund 2 m Breite

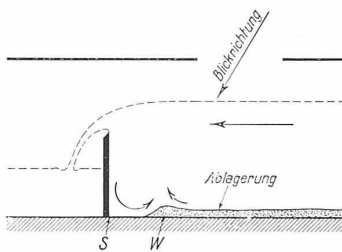


Abb. 2.

waren zufällig grössere Mengen feinen Schlammes eingedrungen, die sich in sehr charakteristischer Weise vor dem eingebauten Ueberfallwehr von 0,59 m Höhe abgelagerten. Abbildung 2 zeigt schematisch, wie die photographische Aufnahme erfolgte.

Man kann in Abb. 1 unmittelbar unter dem oberen Riffelblech die Kante S (Abb. 2) noch sehen. Die Ablagerung reicht nicht bis zur Wehrtafel, sondern hört in etwa 25 cm davor fast vollständig auf. Zweifellos haben starke Rückströmungen die Ablagerung verhindert und einen Wall A gebildet, dessen Grundriss nun sehr deutlich den Einfluss der Geschwindigkeitsverteilung, insbesondere die verringerte Geschwindigkeit in der Nähe der Seitenwände zeigt. Im übrigen ist sie fast völlig symmetrisch. (Die „Mondkrater“ im Schlamm sind hervorgerufen durch auffallende Wassertropfen.) Wenn die Ablösung in dieser Masse vorhanden ist, darf man nicht erstaunt sein, wenn bei praktisch verwendeten grösseren Ueberfällen mit relativ kleinen Anlaufängen vor dem Wehr Unstimmigkeiten auftreten. Die Ablösestelle ist ja nicht geometrisch definiert (wie etwa die Wehrkante), sondern muss in undurchsichtiger Weise von Bodenrauigkeit, Reynolds'scher Zahl, ferner von Geschwindigkeitsverteilung und Turbulenzgrad des ankommenden Wassers abhängen. Es ist nicht gleichgültig, ob etwa das Wasser in kompakten Massen aus einer Francisturbine oder in zahlreichen feinverteilten Strahlen aus einem Peltonrad in den Messkanal tritt. Die gewöhnlich angewendeten Beruhigungseinrichtungen sind nicht immer ausreichend, um jene Unterschiede zu verwischen. Wenn sich aber die Ablösestelle verschiebt, ist, wie wir aus den

<sup>1)</sup> Mitt. d. hydr. Inst. München, Heft 3, 1929, S. 1.