

Elektromagnete für Laboratoriumszwecke von Prof. Dr. P. Weiss und die absolute elektromagnetische Waage von Cotton

Autor(en): **Zindel, Georges**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **53/54 (1909)**

Heft 19

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-28142>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Das Bankgebäude der A.-G. von Speyr & Cie. in Basel.

Architekten: Charles Mewes in Paris und Suter & Burckhardt in Basel.

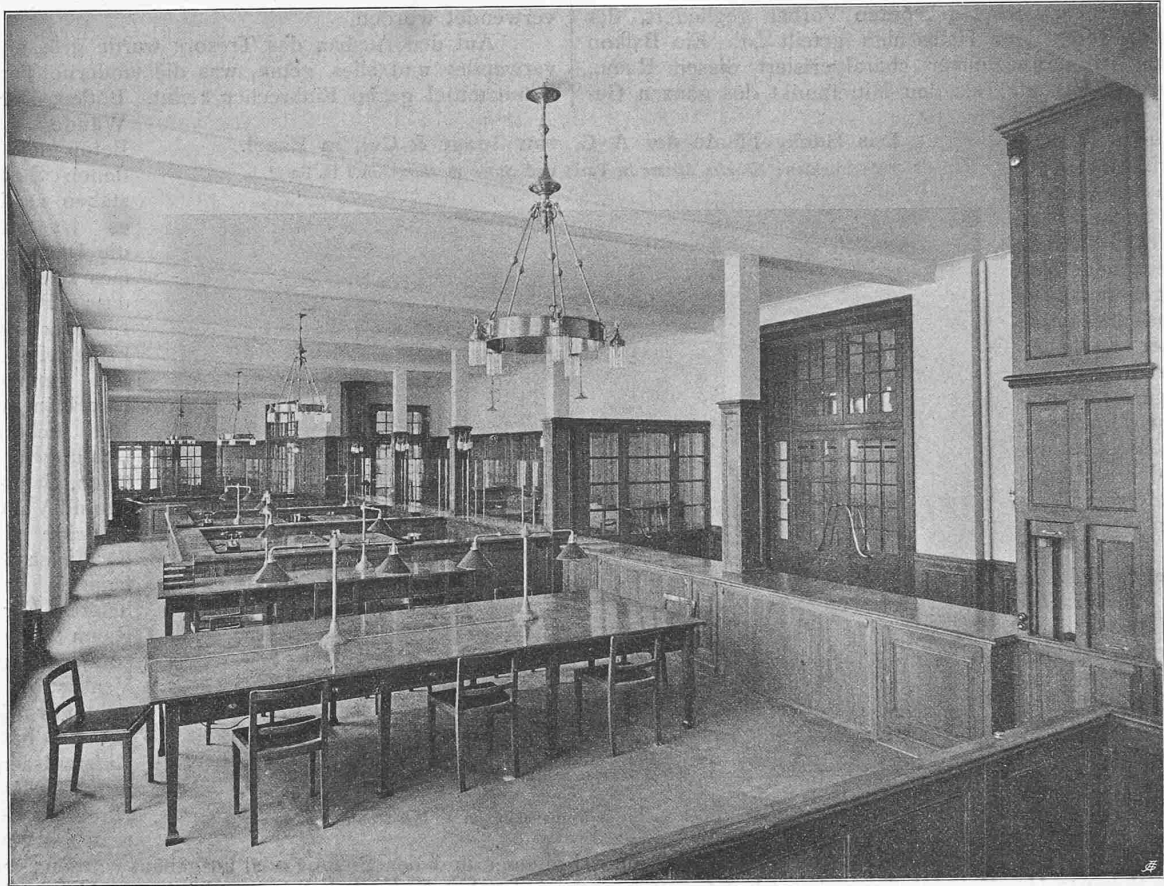


Abb. 7. Die Kassenräume im Erdgeschoss. — Blick aus der Nordwestecke.

Elektromagnete für Laboratoriumszwecke von Prof. Dr. P. Weiss und die absolute elektromagnetische Wage von Cotton von Georges Zindel, Dipl.-Ing.

Die Elektromagnete grösserer Leistung können heute zu den in Laboratorien am meisten verwendeten Instrumenten gerechnet werden. Sie sind, speziell in den letzten Jahren, einer ganzen Reihe von Studien unterzogen worden, wobei man sowohl eine möglichst einfache und handliche Konstruktion, als eine Erhöhung der Intensität des entwickelten Feldes im Auge hatte. Es gebührt in erster Linie *Stephan*¹⁾ das Verdienst, mit äusserster Genauigkeit die günstigste Form der Polstücke bestimmt zu haben. Die Frage des für den magnetischen Kreis günstigen Querschnittes ist jedoch im allgemeinen nicht in so befriedigender Weise gelöst worden. Bekanntlich besteht die gebräuchliche Methode zur Erzeugung von starken magnetischen Feldern darin, zwei durch einen Spalt getrennte zylindrische Magnete parallel zu ihrer Achse zu magnetisieren. Es ist nun klar, dass zur Erzeugung einer möglichst grossen Feldintensität der Magnetisierungszustand der Polstücke möglichst nahe an den Sättigungszustand gebracht werden muss. Bei den meisten heute gebräuchlichen Elektromagneten ist es jedoch ganz unmöglich, diese Sättigung annähernd zu erreichen, wie wir in folgendem begründen werden.

Betrachten wir zu diesem Zwecke einen durch einen Spalt unterbrochenen Kreisring von konstantem Querschnitt

¹⁾ Sitzungsberichte der K. Akad. d. Wiss. zu Wien, II a 97, p. 176, 1888, und Wied. Ann. 38, p. 440, 1889.

(Abb. 1), der mittelst einer am Umfang gleichmässig verteilten Wicklung magnetisiert wird. Es braucht keine grosse Ueberlegung, um zu erkennen, dass die Sättigung im Ring nicht gleichmässig ist, sondern dass infolge der Zunahme der Streuung in der Nähe der Pole die Sättigung dort abnimmt, während sie in der von den Polen am weitesten entfernten Gegend *B* ihren Maximalwert erreicht. Dieser Punkt *B* wird somit zuerst den Sättigungszustand erreichen und sich von diesem Moment an, da er nicht weiter magnetisiert werden kann, wie ein zweiter Luftspalt verhalten. In Abbildung 2 ist das magnetische Feld *H* im

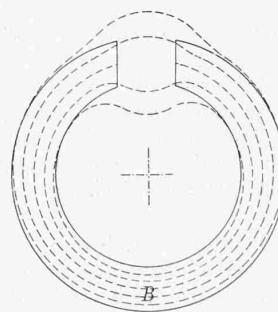


Abb. 1.

Luftspalt in Funktion der Ampèrewindungen aufgetragen; die durch die Sättigung der Gegend *B* verursachte magnetische Drosselung vom Punkt *P* ab ist dort leicht zu erkennen. Es ist also ganz unmöglich, unter Verwendung eines magnetischen Kreises von konstantem Querschnitt die Polstücke auf den Sättigungszustand zu bringen.

Unbegreiflicher Weise wird dieses Verhalten eines Mag-

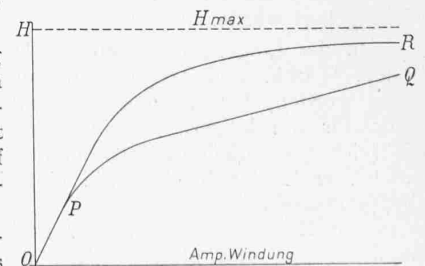


Abb. 2.

Das Bankgebäude der A.-G. von Speyr & Cie. in Basel.

Architekten: Charles Mewes in Paris und Suter & Burckhardt in Basel.

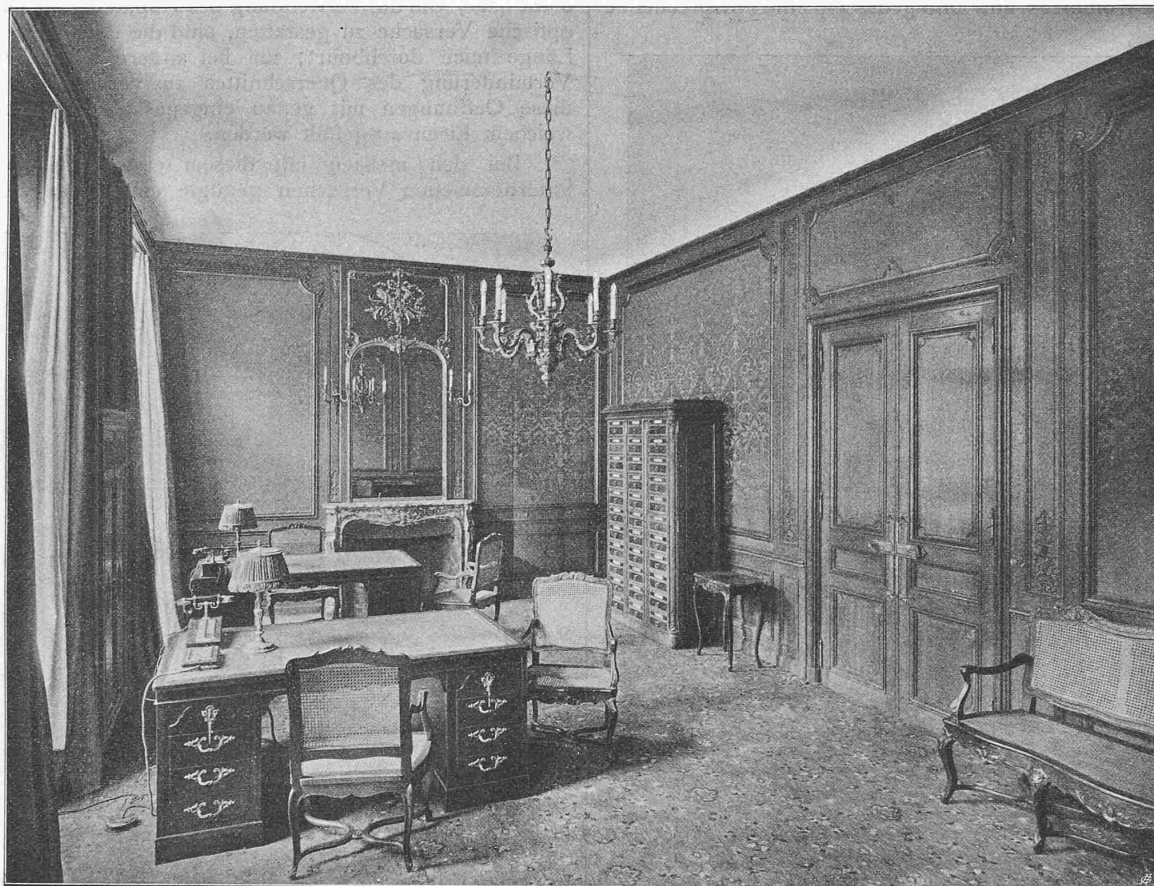


Abb. 8. Zimmer der Direktion im ersten Stock.

nets mit konstantem Querschnitt, auf welches zuerst Prof. Dr. P. Weiss²⁾ aufmerksam machte, noch vielfach bestritten; die meisten heute in den Handel gebrachten Elektromagnete sind in der Tat noch nach dem Prinzip des magnetischen Kreises mit konstantem Querschnitt ausgeführt, oder, wenn sie davon abweichen, so hat kein bestimmter Grund diese Abweichung veranlasst.

Es ist klar, dass man die magnetische Drosselung in P beliebig verschieben kann, indem man den Querschnitt des magnetischen Kreises von Punkt zu Punkt variieren lässt, und dass man diese Drosselung gänzlich beseitigen kann, wenn man in jedem Punkt den Querschnitt derart bestimmt, dass die Sättigung überall gleichzeitig eintritt. Die Kurve OPQ wird dann durch diejenige OPR ersetzt. Um im ganzen magnetischen Kreis den Sättigungszustand zu erreichen, wird man sich also an die Regel zu halten haben, dass von dem vom Luftspalt am weitesten gelegenen Punkte B bis zum Luftspalt selbst der Querschnitt des magnetischen Kreises allmählich abnehmen soll und zwar derart, dass in jedem Punkte trotz der magnetischen Streuung der Sättigungszustand gleichzeitig erreicht wird. Es ist jedoch einleuchtend, dass nur in den Polstücken die Sättigung von Wert ist; man wird also ohne Nachteil den vom Luftspalt entfernteren Punkten des Ringes einen grösseren Querschnitt geben können, als sich nach der obigen Regel ergibt. Es liegt darin sogar ein gewisser Vorteil, denn zur Erzeugung einer gegenüber derjenigen in den Polen um 20% schwächeren Magnetisierungsintensität genügt ein hundertmal schwächeres Feld. Vergrössert man also die nach der obigen Regel erhaltenen Querschnitte

im Verhältnis von 4 : 5, so spart man ganz erheblich an Ampèrewindungen.

Auf diesem Grundsatz beruht der Elektromagnet von Prof. Dr. P. Weiss. Der magnetische Kreis wird gebildet durch ein starkes U-förmiges Gestell aus extraweichem Stahlguss, an dem zwei zylindrische Kerne von 15 cm Durchmesser aus gleichem Material befestigt sind. Dieses Gestell ist aus einem Stück gegossen und kann ohne die geringste Formänderung die zwischen den Polen herrschende Anziehungskraft, die 2000 kg übersteigen kann, aushalten. Die Kerne können mittelst Schraubenmutter, die als Handrädchen ausgebildet sind, parallel zu ihrer Achse bewegt werden, wodurch eine mikrometrische Regulierung des Luftspaltes ermöglicht ist (vergl. auch Abb. 6). Die Handrädchen der Pole und des Schneckenrades sind mit Bronzeringen versehen, auf denen die jeweilige Entfernung der Pole, bzw. der Stellungswinkel des Apparates abzulesen sind. Der ganze Apparat ruht auf einem drehbaren Untergerüst und kann mittelst einer durch ein Handrad betätigten Schnecke, die in ein am Magnet befestigtes Schneckenrad eingreift, bequem in jedes Azimut eingestellt werden (Abbildungen 3 und 4, Seite 242).

Zur Vermeidung einer zu grossen Streuung sind die Spulen so nahe wie möglich an die Polstücke verlegt. Beim ersten, durch die Maschinenfabrik Oerlikon für das Laboratorium des Eidgenössischen physikalischen Instituts in Zürich ausgeführten Elektromagnet, bestehen sie aus flach gewickeltem Kupferband von 1 mm Dicke auf 15 mm Breite, das unter Zwischenlegen eines 0,2 mm dicken Isolierbandes in Spiralförmig gewickelt ist. Die so erhaltenen Scheiben sind durch Baumwollband zusammengehalten. Jede Spule besteht aus 10 solcher Scheiben, die in 3,5 mm

²⁾ Bulletin des séances de la Société Française de Physique, 1907, I et 2.

Abstand von einander aufgestellt sind. Durch die Verwendung von flachem Kupferband statt des üblichen isolierten Kupferbandes wurde eine Verminderung von rund 30% des Spulenvolumens und infolgedessen eine entsprechende

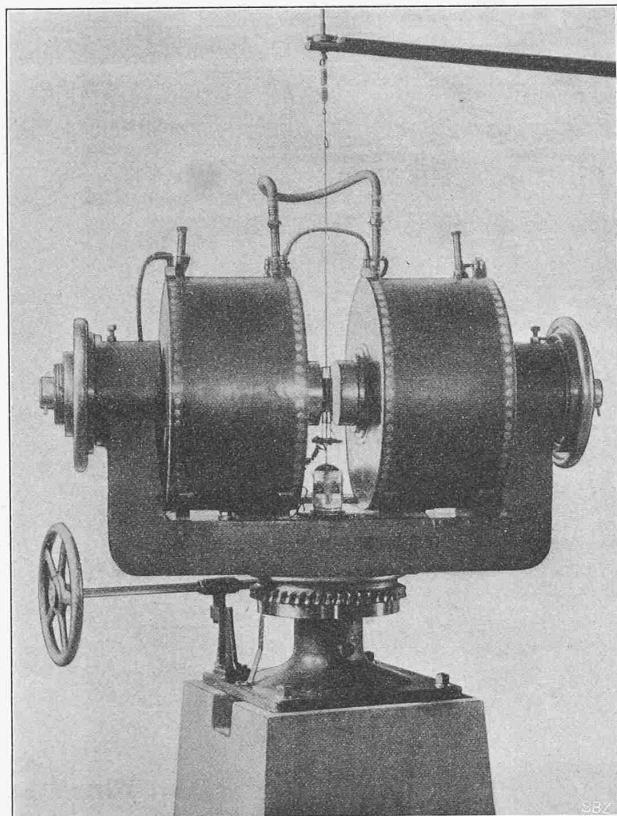


Abb. 3. «Elektromagnet Weiss» (groses Modell) für 200 000 Ampèrewindungen im Physikal. Institut des eidg. Polytechnikums.

Verkürzung des magnetischen Kreises erzielt. Die beiden Spulen sind mit Rücksicht auf die mannigfaltigen Versuche, denen der genannte Elektromagnet dienen soll, sehr reichlich bemessen. Jede derselben zählt 1600 Windungen und ihr Querschnitt ist derart gewählt, dass er 60 Amp. durchlässt; der Magnet erhält also im Maximum 200 000 Ampèrewindungen. Der gesamte Widerstand beider Spulen in kaltem Zustande beläuft sich auf 4,9 Ohm. Da bei einem Erregerstrom von 60 Amp. die absorbierte Leistung nahezu 18 kw beträgt, musste man auf eine künstliche Kühlung der Spulen bedacht sein. Zu diesem Zwecke sind die Spulen in einem Gehäuse aus Eisenblech, von der gleichen Form wie die Spulen selbst, eingeschlossen, das Paraffinöl enthält. Die Kühlung des Oeles erfolgt mittelst einer Kühlschlange, wie bei Transformatoren allgemein üblich. (Abb. 5.)

Nach einem ziemlich langen Gebrauch des Apparates konnte man eine Temperaturerhöhung des Wassers von höchstens 20° C. konstatieren, während die Polstücke vollständig kalt geblieben waren. Die künstliche Kühlung, die in erster Linie mit Rücksicht auf die Spulen selbst zur Verwendung kam, hat sich also im Gebrauch noch als viel wertvoller erwiesen, indem sie die Temperatur des vom magnetischen Felde bestrichenen Raumes konstant hält. Sie beseitigt also die zahlreichen Unannehmlichkeiten, die bei den Elektromagneten älterer Konstruktion durch die Erwärmung der Polstücke verursacht wurden.

Der Elektromagnet ist mit mehreren Polpaaren versehen, deren Profil je nach dem speziellen Zwecke, zu dem sie dienen sollen, bestimmt ist. (Abb. 6 unten.) In Abbildung 3 sieht man den mit den flachen Polen versehenen Elektromagnet. Zwischen den Polen erkennt man ausserdem einen kleinen elektrischen Ofen, der zur Bestimmung

der Aenderung der Magnetisierungsintensität in Funktion der Temperatur, durch Messung des vom Magnet auf ein kleines Ellipsoid aus Eisen ausgeübten Drehmoments, gedient hat.¹⁾ Um die Verwendung des Apparates für magneto-optische Versuche zu gestatten, sind die Pole ihrer ganzen Länge nach durchbohrt; um bei andern Versuchen eine Verminderung des Querschnittes zu vermeiden, können diese Oeffnungen mit genau eingepassten Zylindern aus weichem Eisen ausgefüllt werden.

Bei den meisten mit diesem ersten Elektromagnet unternommenen Versuchen genügte ein Strom von rund

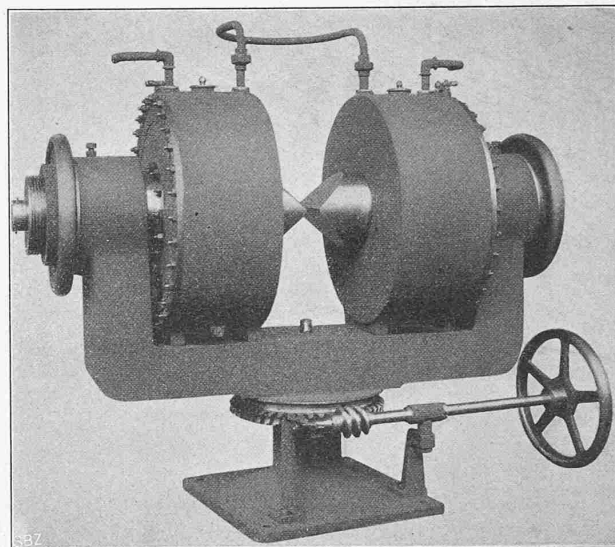


Abb. 4. «Elektromagnet Weiss» (groses Modell) für die «Ecole Normale Supérieure» in Paris.

25 Amp. Ein zweiter, für die „Ecole Normale Supérieure“ in Paris ausgeführter Apparat (Abb. 4) wurde daher für eine geringere Ampèrewindungszahl berechnet. Die Spulen

dieses Elektromagnets bestehen aus zehn Abteilungen, von welchen jede 75 Windungen Kupferband von $13 \times 1 \text{ mm}$ Querschnitt erhalten hat (Abbild. 5). Die Windungszahl einer Spule beträgt somit nur 1500 Windungen und der Widerstand beider Spulen zusammen 2,5 Ohm. Es sei jedoch bemerkt, dass die Zahl der nötigen Ampèrewindungen von dem Zwecke abhängt, zu dem der Apparat bestimmt ist; für Versuche mit breiten Luftspalten wird es vorteilhafter sein, die Ampèrewindungszahl des ersten Magnets beizubehalten. Ein dritter Apparat von gleicher Ausführung wie der letztgenannte ist für das „Department of Commerce and Labour“ in Washington gebaut worden.

Es ist klar, dass nicht alle Experimente so grosse Elektromagnete wie die oben beschriebenen bedingen. In Abbild. 7 ist ein solcher für kleinere Leistungen wiedergegeben, der von der „Société Genevoise de Construction d'Instruments de Physique et de Mécanique“ in Genf gebaut wird.

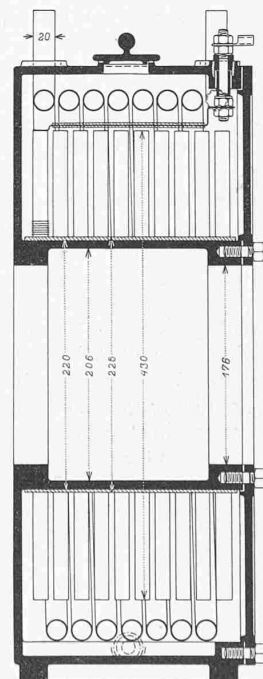


Abb. 5. Schnitt durch eine Spule des Magneten Abb. 4. — 1:6.

Construction d'Instruments de Physique et de Mécanique“ in Genf gebaut wird.

¹⁾ Journal de Physique, 4^e série, tome VI, page 350, 1907.

Der magnetische Kreis dieser Elektromagnete ist in ähnlicher Weise hergestellt, wie bei den grösseren; die Pole sind in gleicher Weise am Gestell befestigt. Der Apparat ruht entweder auf zwei auf einem Holzbrettchen befestigten Bronzefüssen (Abb. 6) oder auf einem drehbaren Untergestell vereinfachter Konstruktion, oder er ist, wie Abbildung 7 zeigt, an einer Konsole drehbar aufgehängt. Die Spulen bestehen hier aus isoliertem Kupferdraht von 2,5 mm Durchmesser; jede Spule enthält 1500 Windungen

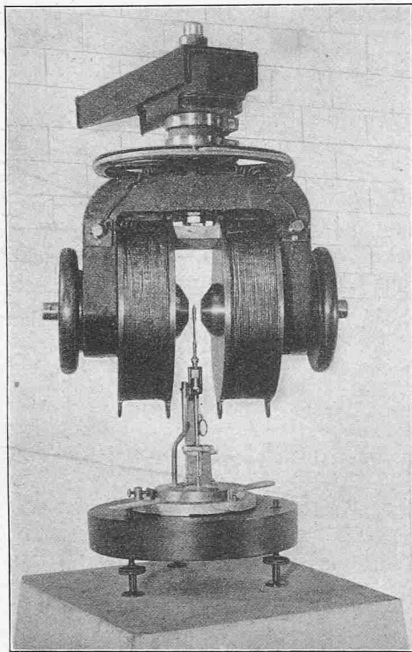


Abb. 7. «Elektromagnet Weiss» (kl. Mod.).

und ist zur Aufnahme von 15 000 Ampèrewindungen bestimmt. Der totale Spulenwiderstand beträgt etwa 4 Ohm. In Anbetracht der kleinern Dimensionen dieser Spulen hat man es als genügend erachtet, dieselben zur künstlichen Abkühlung auf eine doppelwandige Büchse aus Messing zu wickeln, durch welche kaltes Wasser durchgelassen wird (Abbildung 6). Wie vorauszu- sehen war, wurden mit den nach dem beschriebenen System gebauten Elektromagneten weit grössere Feldintensitäten als bisher erzielt. Es sei als Beispiel ein Feld von 46000 Gauss erwähnt, das mit dem Elektromagnet des physik. Instituts in Zürich erzeugt wurde, und zwar zwischen zwei Polstücken in der Form eines Kegelstumpfes mit einer kleinen Basis von 3 mm Durchmesser, dessen Stirnflächen einen Abstand von 2 mm hatten. Dieses Feld ist um etwa 8000 Gauss grösser als die bisher in gleichen Luftspalten erzeugten.

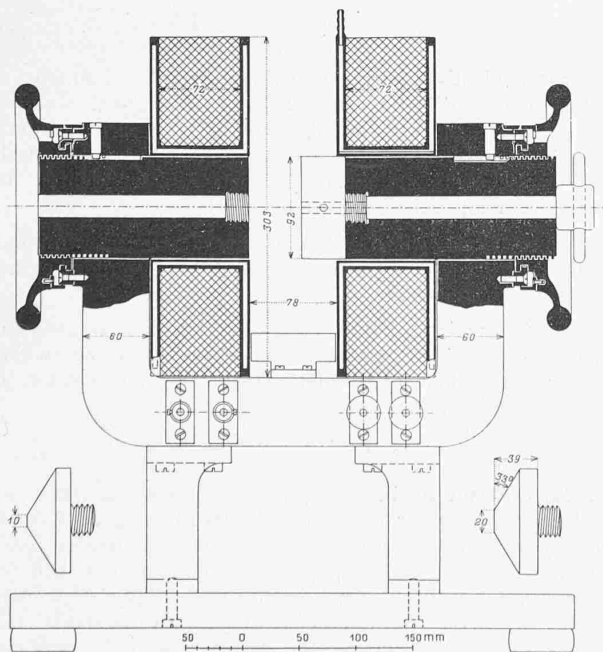


Abb. 6. «Elektromagnet Weiss» (kleines Modell). — 1 : 6.

Es erscheint uns interessant, noch einige Worte über den Apparat hinzuzufügen, mit dem diese grossen Feldintensitäten gemessen wurden, nämlich über die absolute elektromagnetische Wage von Cotton⁴⁾, ein wenig bekanntes Instrument, dessen Einfachheit ein näheres Eintreten auf sein Prinzip und seine Konstruktionsdetails berechtigen dürfte.

Abbildung 8 zeigt diesen Apparat, wie er von G. W. Weber, Konstruktionswerkstätte für physikalische Instru-

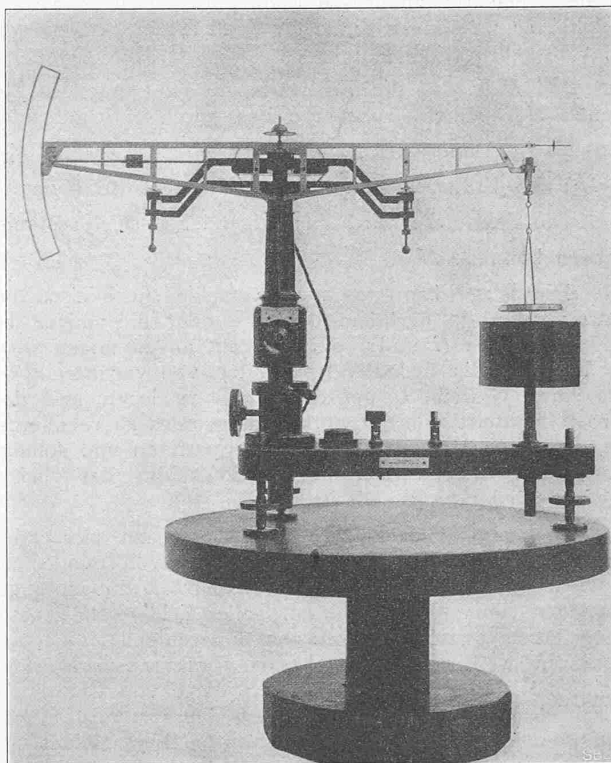


Abb. 8. Absolute Elektromagnetische Wage von Cotton.

mente in Zürich, ausgeführt worden ist. Das Prinzip ist äusserst einfach; es sei jedoch von vornherein bemerkt, dass sich der Apparat nur zur Messung von magnetischen Feldern eignet, deren Kraftlinien im zu untersuchenden Raume eine nahezu horizontale Richtung haben, eine Bedingung, die sozusagen von sämtlichen Laboratoriumsapparaten erfüllt wird.

Die absolute elektromagnetische Wage unterscheidet sich von der gewöhnlichen Präzisionswage nur dadurch, dass die eine Schale durch einen Rahmen $ABCD$ in Form eines doppelten Bogens ersetzt ist (Abb. 9). Die grossen Seiten AD und BC sind Kreisbogen, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt in O liegt; die geradlinigen Stücke AB und CD sind radial angeordnet. Das Stromelement AB wird in ein magnetisches Feld versetzt, dessen Kraftlinien senkrecht zur Figur gerichtet sind, also z. B. zwischen die flachen oder kegelförmigen Polstücke des beschriebenen Elektromagnets. Wird der Rahmen von einem elektrischen Strome durchflossen, so übt das Feld auf ihn eine gewisse Kraft K aus, deren Richtung zugleich senkrecht zu derjenigen des Feldes und der des Stromes ist. Die auf die Bogen AD und BC wirkenden Kräfte kommen nicht in Betracht, da sie alle durch den Drehpunkt O gehen und ihr

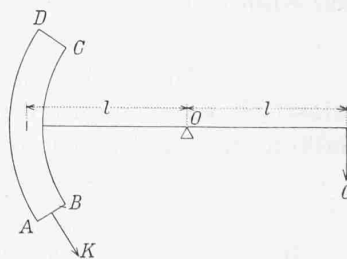


Abb. 9.

Wird der Rahmen von einem elektrischen Strome durchflossen, so übt das Feld auf ihn eine gewisse Kraft K aus, deren Richtung zugleich senkrecht zu derjenigen des Feldes und der des Stromes ist. Die auf die Bogen AD und BC wirkenden Kräfte kommen nicht in Betracht, da sie alle durch den Drehpunkt O gehen und ihr

⁴⁾ Journal de Physique 3^{ème} série, tome IX, page 383, 1900.

Hebelarm somit Null ist. Wird ausserdem der Rahmen $ABCD$ so gross ausgeführt, dass das Stück CD so weit vom Feld kommt, um von diesem nicht mehr beeinflusst zu werden, dann wird einzig die auf das Element AB ausgeübte Kraft K ein nützliches Drehmoment Kl erzeugen, wobei l den mittlern Radius der beiden Kreisbogen bedeutet. Durch Zusetzen oder Wegnehmen von Gewichten G auf der am andern Ende des Wägbalkens hängenden Schale kann das Gleichgewicht wieder hergestellt werden. Ist der Hebelarm, an dessen Ende diese Gewichte wirken, gleich l , so werden sie direkt die Kraft K angeben, die wie folgt ausgedrückt werden kann:

Sei H (c.g.s.) die Feldstärke, s die Länge des Elementes AB , i die Stromstärke des durch AB gehenden Stromes in Ampères; es ist dann $K = \frac{H \cdot s \cdot i}{10 \cdot g}$ wobei g (in c.g.s.) die Erdbeschleunigung am Versuchsorte bedeutet.

Die Feldstärke wird aus folgender Formel bestimmt werden können: $H = \frac{10 \cdot g}{s} \cdot \frac{G}{i}$.

Die Wage kann auf zwei verschiedene Weisen benutzt werden, je nachdem die eine oder die andere der beiden Grössen G und i als konstant angenommen wird. Es ist jedenfalls bedeutend einfacher von vornherein ein konstantes Gewicht G auf die Schale zu legen und den Strom i mittelst eines Regulierwiderstandes zu regulieren, als mit einem konstanten Strom zu operieren und solange Gewichte zuzulegen oder wegzunehmen, bis das Gleichgewicht wieder hergestellt ist.

Die mittelst der Wage von Cotton zu messenden magnetischen Felder müssen eine Dicke von mindestens 2 cm haben, eine Bedingung, die sehr oft mit einer genügenden Genauigkeit erfüllt ist. Sollen Felder sehr grosser Intensität in Zwischenräumen von nur wenigen Millimetern gemessen werden, so besteht die praktischste Methode darin, mit der elektromagnetischen Wage von Cotton ein Vergleichsfeld von 10 000 bis 20 000 Gauss zu messen, was sehr genau erfolgen kann. Man vergleicht es sodann mit dem zu messenden Felde mittelst eines ballistischen Galvanometers unter Verwendung einer gleichen Induktionsschleife von 2 bis 3 mm Durchmesser. Man vermeidet auf diese Art die direkte Messung des Wirkungskreises dieser kleinen Spule, was andernfalls nötig wäre.

Im Gegensatz zu der heute zur Messung von magnetischen Feldern noch häufig gebrauchten Wismut-Spirale hat die elektromagnetische Wage von Cotton den grossen Vorteil, dass sie auch bei Gebrauch durch völlig unerfahrene Hände eine Genauigkeit von $\frac{1}{2}\%$ ergibt. Die Wismut-Spirale hingegen hat, infolge des sehr hohen Temperaturkoeffizienten dieses Metalls von 1% auf 1°C , schon zu ganz erheblichen Fehlern Anlass gegeben.

Ueber die Berechnung elastisch eingespannter und kontinuierlicher Balken mit veränderlichem Trägheitsmoment.

Von Dipl.-Ing. Max Ritter.

(Schluss.)

Die für die Praxis wichtigste Anwendung der Theorie des elastisch eingespannten Stabes bezieht sich auf den kontinuierlichen Balken auf frei drehbaren, starren Stützen. Wird irgend ein Balkenfeld belastet, so bestimmt sich die Schlusslinie der Momentenfläche dieser Oeffnung mit Hilfe der aus Abbildung 4 (S. 234) ersichtlichen Konstruktion, und zwar, wie gezeigt, auch bei veränderlichem Trägheitsmoment; für alle Felder links davon tritt Gl. (4 a), für alle Felder rechts davon Gl. (4 b) in Kraft. Man erkennt in einfachster Weise den altbekannten Satz, dass das Biegemoment in allen J -Punkten links der belasteten Oeffnung und in allen K -Punkten rechts der belasteten Oeffnung gleich Null ist.

Wir nehmen wieder an, das Trägheitsmoment jeder Oeffnung variere nach dem allgemeinen Gesetze (8), so zwar, dass der Koeffizient r für alle Felder denselben Wert habe, wogegen n und J_m für jedes Feld verschieden seien. Um die Lage der Fixpunkte zu bestimmen, betrachten wir zwei aufeinanderfolgende Oeffnungen l und l' (Abb. 5).

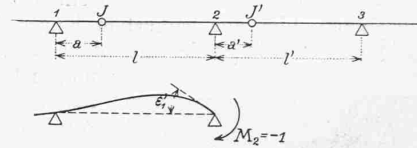


Abbildung 5.

Für den Fixpunkt J' in der Oeffnung l' liefert Gl. (14)

$$a' = \frac{3n' + r(r+4)}{3(r+3)} \left[n' + r + 2r + 1 \right] \varepsilon'_1 \frac{EJ'_m}{l'} \cdot l';$$

hierin ist ε'_1 der Winkel, der an der Stütze 2 nach Wegnahme des Balkenstückes l' infolge $M = -1$ entsteht. Man findet ihn leicht aus Gl. (1 b), indem man dort $\beta_0 = 0$, $M_2 = -1$ und darnach $M_1 = \frac{a}{l-a}$ setzt. Das gibt zunächst

$$\varepsilon'_1 = -\beta = -\beta_1 \frac{a}{l-a} + \beta_2$$

und mit Berücksichtigung der Gl. (9)

$$\varepsilon'_1 = \frac{l}{6(r+1)(r+3)EJ'_m} \left[3n(r+2) + r(2r+5) - \frac{3n+r(r+4)}{l-a} \cdot a \right].$$

Setzt man den Wert für ε'_1 oben ein, so ergibt sich

$$a' = \frac{l'}{c_1 + c_2 \mu - c_3 \mu \frac{a}{l-a}},$$

worin

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{3(n'+r)(r+3)}{3n'+r(r+4)}, \quad c_2 = \frac{3n(r+2) + r(2r+5)}{3n'+r(r+4)}, \\ c_3 &= \frac{3n+r(r+4)}{3n'+r(r+4)}, \quad \mu = \frac{lJ'_m}{l'J_m}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung, die einfacher ist, als sie aussieht, lässt sich die Lage jedes Fixpunktes J' aus der des benachbarten linken J berechnen. Man beginnt am linken Trägerende. Ist dieses frei drehbar, so wird für die erste Oeffnung $a = 0$; ist es vollkommen eingespannt ($\varepsilon_1 = 0$), so wird nach Gl. (14) für die erste Oeffnung

$$a = \frac{3n+r(r+4)}{3(n+r)(r+3)} l. \quad (16)$$

Sind elastisch drehbare Endstützen vorhanden, so braucht man nur ε_1 zu ermitteln und Gl. (14) anzuwenden. Gl. (15) lässt sich übrigens mit Leichtigkeit derart erweitern, dass sie auch für kontinuierliche Balken auf elastisch drehbaren Zwischenstützen anwendbar ist. Wir verzichten des Raumes wegen, näher darauf einzugehen.

Ganz ebenso wie die Punkte J werden die Fixpunkte K ermittelt; man ersetzt in Gl. (15) a durch b und beginnt am rechten Trägerende.

In den meisten Fällen wird man mit $n = n'$ rechnen. Auch ist es sehr oft gestattet, $r = 2$ zu setzen, was weiter unten noch näher begründet wird. Die Konstanten in Gl. (15) lauten dann:

$$c_1 = \frac{5(n+2)}{n+4}, \quad c_2 = \frac{2(2n+3)}{n+4}, \quad c_3 = 1, \quad \mu = \frac{l}{l'}.$$

Es erübrigt noch, Charakter und Anwendbarkeit des Gesetzes (8), das wir der Querschnittänderung zu Grunde legten, näher zu erörtern. Dieses Gesetz ist insofern ganz allgemeiner Natur, als die Koeffizienten n und r beliebig gewählt und den jeweiligen Verhältnissen angepasst werden können. Um die Abhängigkeit der Schnittmomente von n und r klarzulegen, betrachten wir im folgenden zwei einfache Beispiele.