

# Einheitliche Lösung von Trassierungsaufgaben

Autor(en): **Krasznai, Peter**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Ingenieur und Architekt**

Band (Jahr): **100 (1982)**

Heft 19

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-74806>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

# Einheitliche Lösung von Trassierungsaufgaben

Von Peter Krasznai, Bern

Die in der Praxis häufig vorkommenden Trassierungsaufgaben liefern ganz verschiedene Probleme aus der Geometrie bzw. aus der numerischen Mathematik. Diese Probleme werden meistens einzeln betrachtet und mit grossem Aufwand gelöst. Der Problembereich stammt aus der ebenen Geometrie, indem eine stetige Linie (Fahrbahnachse bzw. Geleiseachse) bezüglich einer vorgegebenen Reihenfolge von Trassierungselementen (Gerade, Kreis, Klothoide) im Landeskoordinatensystem gesucht wird, wobei bestimmte geometrische Angaben (Punkt, Azimut, Radius, Länge, Distanz) der Linie gegeben sind. In manchen Fällen werden bestimmte optimale Eigenschaften von der gesuchten Linie verlangt. Das vorliegende Verfahren erlaubt die verschiedensten Trassierungsaufgaben mathematisch einheitlich zu beschreiben und mit Hilfe von Computerprogrammen numerisch zu lösen. Das Verfahren (ohne Betrachtung der optimalen Eigenschaften) wurde unter Einführung von bestimmten Konventionen angewendet. Das entwickelte Computerprogramm ist bei den SBB produktiv eingesetzt und bietet den projektierenden Geometern grossen Komfort bezüglich der Berechnung von Gleisanlagen.

## Einführung

Ausgehend von den in der Praxis auftretenden Problemen, werden die geometrischen Angaben und die Trassierungselemente in einem gemeinsamen Bezugssystem betrachtet. Diese Betrachtungsweise erlaubt, die Trassierungslinie und ihre Eigenschaften einheitlich mit Hilfe von mathematischen Formeln zu beschreiben. Mit der Einführung des Freiheitsgrades einer Linie wird es möglich, ein systematisches Vorgehen anzugeben, das als Verfahren für zwei Problemgebiete gilt (siehe: Berechnungsaufgaben: erste und zweite Klasse). Anschliessend wird eine Lösung einer Aufgabe aus der ersten Klasse präsentiert.

## Problemkreis

Die in der Praxis auftretenden geometrischen Aufgaben können ihrem Charakter nach wie folgt zusammengefasst werden:

- Berechnung eines zwei Kreise berührenden Trassierungselementes (Gerade, Kreis, Klothoide), wobei die Kreise gegeben sind.
- Ausgehend von einem gegebenen Element, kann eine durch Länge und Radien definierte Folge von Trassierungselementen gesucht werden, so dass diese Elementfolge einen gegebenen Punkt enthält und das gegebene Element berührt.
- Berechnung einer teilweise durch Länge und Radien definierten Folge von Trassierungselementen, wobei die Reihenfolge der Elemente vorgegeben ist und die Elementfolge zwei gegebene Kreise berührt.

Der Charakter dieser Aufgaben ändert sich nicht, wenn man die gegebenen Kreise durch die Trassierungselemente Gerade bzw. Klothoide ersetzt. Es gibt aber auch Aufgaben, bei denen die Trassierungselemente aus der gegebenen Folge nur teilweise bekannt oder sogar unbekannt sind. Diese Art von Aufgabenstellungen besagt, dass eine Trassierungslinie gesucht wird, welche den im Projekt vorgegebenen Bedingungen genügt. Diese Bedingungen können wie folgt beschrieben werden:

- Die benachbarten Trassierungselemente der Linie müssen sich berühren.
- Die Trassierungselemente der Linie müssen die vorgegebenen Punkte enthalten und das vorgegebene Azimut bzw. die vorgegebene Krümmung in einem gegebenen Punkt aufweisen.
- Eine vorgegebene Länge eines Elementes in der Linie muss eingehalten werden.

In diesen Aufgaben liegen die gegebenen Punkte nicht notwendigerweise auf der gesuchten Linie, wohl aber auf dem Trassierungselement, dem der Punkt bei der Aufgabenstellung zugeordnet worden ist.

Eine ganz andere geometrische Aufgabenstellung ergibt sich, falls der gegebene Punkt von einem noch unbekanntem Element einen vorgegebenen Abstand hat. - Sowohl geometrisch als auch numerisch zeigt sich ebenso ein neues Problem, falls ein minimaler Abstand des Punktes vom berechneten Element vorgegeben ist.

In der Praxis treten noch andere optimale Eigenschaften der Linie auf. Zum Beispiel darf die Länge eines Elementes oder ein Kreisradius in der berechneten Linie einen vorgegebenen Wert nicht unterschreiten.

Das Ausgleichen von Linien wird nicht behandelt.

Im weiteren werden die erwähnten Aufgaben in zwei Klassen aufgeteilt. Die Probleme der ersten Klasse führen auf nichtlineare Gleichungssysteme. Die Probleme der anderen Klasse mit bestimmter optimaler Eigenschaft der Linie führen mathematisch auf nichtlineare Optimierungsaufgaben.

## Bezugssysteme, geometrische Angaben und die Trassierungselemente

Die Trassierungselemente Gerade, Kreis, Klothoide - im folgenden auch als Kurve bezeichnet - und die dazu notwendigen geometrischen Angaben Punkt, Azimut, Radius, Länge (Parameter) werden auf das Landeskoordinaten-System bezogen:

- Ein Punkt  $P$  wird durch die Koordinaten  $y, x$  gegeben.
- Ein Azimut  $\alpha$  wird einem Punkt  $P$  zugeordnet. Das Azimut repräsentiert einen Einheitsvektor  $\vec{e}(\cos \alpha, \sin \alpha)$ , der in der Richtung der Trassierung zeigt (Tangenteneinheitsvektor).
- Ein Radius  $r$  wird immer einem Punkt  $P$  zugeordnet. Die Grösse  $1/r$  entspricht der lokalen Krümmung der Kurve in  $P$ .  
Der Radius ist positiv (negativ), falls die Kurve rechts(links)-drehend ist.
- Eine Länge  $s^*$  wird immer einem Punkt  $P_1$  zugeordnet und entspricht der Bogenlänge einer Kurve, von  $P_1$  in die Richtung des Tangentenvektors bis zu einem anderen Punkt  $P_2$ . Wenn  $s^* > 0$  bzw.  $s^* < 0$ , bezeichnet  $P_2$  einen Endpunkt bzw. einen Anfangspunkt des Kurvenstückes.

$$s^* = s(t_2) - s(t_1)$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{[y'(t)]^2 + [x'(t)]^2} dt$$

wobei die Kurve durch die Funktionen  $y = y(t)$  und  $x = x(t)$  mit dem Parameter  $t$  gegeben ist.

Um eine numerische Beschreibung der die Trassierungselemente kontinuierlich verknüpfenden Linie mit allfällig bestimmten optimalen Eigenschaften zu ermöglichen, wird eine Transformation (Abbildung) der Trassierungselemente aus ihren lokalen Koordinatensystemen ins Landeskoordinatensystem benötigt. Ein Element kann entweder durch die das Element im lokalen Koordinatensystem charakterisierenden Parameter sowie die Angaben der Transformationskonstante oder durch die Angaben von geometrischen Parametern definiert werden.

	Gerade (G)	Kreis (K)	Klothoide (U)
$y = y(s) =$	$y_0 + s \cdot \sin \alpha_0$	$y_0 + r \cdot \sin \frac{s}{r}$	$y_0 + \int_0^s \frac{z^2}{2a} dz \cdot \sin \alpha_0 + \int_0^s \sin \frac{z^2}{2a} dz \cdot \cos \alpha_0$
$x = x(s) =$	$x_0 + s \cdot \cos \alpha_0$	$x_0 + r \cdot \cos \frac{s}{r}$	$x_0 + \int_0^s \frac{z^2}{2a} dz \cdot \cos \alpha_0 - \int_0^s \sin \frac{z^2}{2a} dz \cdot \sin \alpha_0$
$\alpha = \alpha(s) =$	$\alpha_0$	$\frac{s}{r} + \frac{\pi}{2} + \pi(1-\delta)$	$\alpha_0 + \frac{s^2}{2a}$
$\kappa = \kappa(s) =$	0	$\frac{1}{r} \cdot \delta$	$\frac{s}{a}$

Parametrische Darstellungen der Elemente im Landeskoordinatensystem

- wobei
- $y_0, x_0$  die Bezugspunktkoordinaten (Kreismittelpunkt für K, Wendepunkt für U)
  - $\alpha_0$  das Azimut im Bezugspunkt (nur für G und für U)
  - $\delta = +1$ , wenn die Trassierungsrichtung dem Uhrzeigersinn entspricht, sonst  $= -1$
  - $r$  der positive Kreisradius als Parameter
  - $a$  mit Vorzeichen versehenes Quadrat des Klothoidenparameters als Parameter
  - $s$  für G und für U: Elementbogenlänge vom Bezugspunkt bis zu einem Punkt P des Elementes für K: Kreisbogenlänge vom sog. Nordpunkt des Kreises bis zu einem Punkt P des Kreises

In einem Punkt P sind die Koordinaten durch  $y(s), x(s)$ , das Azimut durch  $\alpha(s)$  und die Krümmung durch  $\kappa(s)$  bezeichnet.

### Die Linienführung und ihre Eigenschaften

Betrachtet werden  $n$  Trassierungselemente in parametrischer Darstellung:

$$y_i(s_i), x_i(s_i), \alpha_i(s_i), \kappa_i(s_i) \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Für die Bogenlängen der Elemente gelten die folgenden Restriktionen:

$$A_i \leq s_i \leq E_i \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Man spricht von einer Linienführung, wenn die folgenden Berührungskriterien (Stetigkeitsbedingungen)

$$\begin{aligned} y_i(E_i) &= y_{i+1}(A_{i+1}) \\ x_i(E_i) &= x_{i+1}(A_{i+1}) \\ \alpha_i(E_i) &= \alpha_{i+1}(A_{i+1}) \\ \kappa_i(E_i) &= \kappa_{i+1}(A_{i+1})^2 \end{aligned}$$

<sup>1</sup>  $A_i$  bzw.  $E_i$  ist die Anfangs- bzw. Endbogenlänge des Elementes  $i$

<sup>2</sup> Die Krümmungsidealität ist nur dann verlangt, wenn das Element  $i$  bzw.  $i + 1$  eine Klothoide ist

(für  $i = 1, 2, \dots, n - 1$ ) gelten. Die Erfüllung der Berührungskriterien ist eine primäre Forderung der Linienführung. Daneben können noch andere Eigenschaften angegeben werden:

#### (1) Koordinatengleichheit

Ein Element  $k$  geht durch einen gegebenen Punkt  $P_g(y_g, x_g)$ , wenn für ein  $s_k^*$  die Bedingungen  $y_k(s_k^*) = y_g; x_k(s_k^*) = x_g$  erfüllt sind.

#### (2) Azimutgleichheit

Ein Element  $k$  weist in einem gegebenen Punkt  $P_g(y_g, x_g)$  eine gegebene Richtung mit Azimut  $\alpha_g$  auf, falls für ein  $s_k^*$  die Bedingungen  $y_k(s_k^*) = y_g; x_k(s_k^*) = x_g; \alpha_k(s_k^*) = \alpha_g$  erfüllt sind, vorausgesetzt, dass das Element keine Gerade ist.

#### (3) Krümmungsgleichheit

Ein Element  $k$  weist in einem gegebenen Punkt  $P_g(y_g, x_g)$  eine gegebene Krümmung  $\kappa_g$  auf, falls die Bedingungen  $y_k(s_k^*) = y_g; x_k(s_k^*) = x_g; \kappa_k(s_k^*) = \kappa_g$  für ein  $s_k^*$  erfüllt sind, vorausgesetzt, dass das Element keine Gerade ist.

#### (4) Längengleichheit der Gesamtlänge

Ein Element hat eine gegebene Länge  $L_k^*$ , falls die Bedingung  $E_k - A_k = L_k^*$  erfüllt ist.

#### (5) Längengleichheit zu einem Punkt

Ein Element hat eine gegebene Länge  $L_k^+$  (bzw.  $L_k^-$ ) in einem gegebenen Punkt  $P_g(y_g, x_g)$ , falls die Bedingungen  $y_k(s_k^*) = y_g; x_k(s_k^*) = x_g; E_k - s_k^* = L_k^+$  (bzw.  $s_k^* - A_k = L_k^-$ ) für ein  $s_k^*$  erfüllt sind.

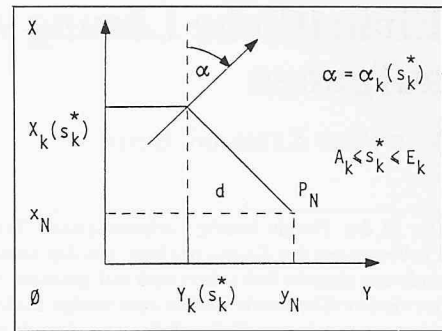
#### (6) Abstandsgleichheit

Ein Element  $k$  hat einen gegebenen Abstand ( $d$ ) von einem Punkt  $P_N(y_N, x_N)$ , falls  $d$  für ein  $s_k^*$  gleich

$$f(s_k^*) = [x_N - x_k(s_k^*)] \cdot \sin \alpha_k(s_k^*) - [y_N - y_k(s_k^*)] \cdot \cos \alpha_k(s_k^*)$$

#### (7) Minimale Länge

Ein Element  $k$  in der Linienführung weist eine minimale Länge  $L_{min}$  auf, falls die Bedingung  $f(A_k, E_k) = E_k - A_k \geq L_{min}$  erfüllt ist.



Abstandsgleichheit

#### (8) Minimaler Radius

Ein Element  $k$  (Kreis) hat einen minimalen Radius  $R_{min}$ , falls die Bedingung  $f(r_k) = r_k \geq R_{min}$  erfüllt ist, wobei  $r_k$  der Kreisradius ist.

#### (9) Minimale Distanz

Ein Element  $k$  hat eine minimale Distanz  $d_{min}$  von einem gegebenen Punkt  $P_g(y_g, x_g)$ , falls die Bedingung  $f(s_k^*) = |[x_g - x_k^*]| \cdot \sin \alpha_k(s_k^*) - [y_g - y_k(s_k^*)] \cdot \cos \alpha_k(s_k^*)| \geq d_{min}$  erfüllt ist [vgl. mit (6)].

### Der Freiheitsgrad der Elemente und der Linienführung

Für die Aufstellung eines das Problem vollständig beschreibenden Gleichungssystems wird eine charakteristische Grösse benötigt, die erlaubt, die unbekannt Variablen (Parameter in den parametrischen Darstellungen der Elemente und die Bogenlänge) und die den Eigenschaften entsprechenden Gleichungen anzahlmässig, relativ zueinander, zu vergleichen. Für diese charakteristische Grösse wurde der sogenannte Freiheitsgrad gewählt.

Werden die parametrischen Darstellungen der Elemente und die Parameter in den Funktionen betrachtet, wird durch die Bedingungen (Eigenschaft 1) leicht ersichtlich, dass eine Punktangabe für ein Element zwei Gleichungen liefert und zusätzlich eine neue Unbekannte (eine Bogenlänge). Es ergibt sich, dass für eine Gerade zwei, für einen Kreis drei und für eine Klothoide vier verschiedene Punkte hinreichend sind, um das Element selbständig zu bestimmen. Aus dieser Tatsache wird der Begriff «Freiheitsgrad» ( $f$ ) für ein Element eingeführt. Ohne weitere Angaben besitzt die Gerade zwei, der Kreis drei und die Klothoide vier Freiheitsgrade. Eine Punkt-, Krümmungs-, Azimut- bzw. Längenangabe vermindert den Freiheitsgrad jeweils um eins. Eine Abstandsangabe lässt diesen aber unverändert. Ein Element wird für sich allein als bestimmt bezeichnet, wenn sich der

Freiheitsgrad durch die Angabe von Punkten, Azimuten, Radien und Längen auf  $\leq 0$  reduziert.  $-1$  (bzw.  $-2$ ) bedeutet, dass der eine (bzw. die beiden) Endpunkt(e) durch eine (bzw. zwei) zum Punkt geordnete Längenangabe(n) bekannt ist (sind). Demnach zeigt sich, wieviele Angaben benötigt werden und welche Kombinationen von Angaben in Frage kommen, um ein Element bestimmen zu können.

Der Freiheitsgrad  $f$  einer aus  $n$  Elementen bestehenden Linienführung wird durch die Freiheitsgrade  $f_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) der Elemente bestimmt:

$$f = \left( \sum_{i=1}^n f_i \right) - (\delta_1 + \delta_n + \lambda_1 + \lambda_n) - \left( \sum_{i=1}^{n-1} g_{i,i+1} \right) + 2(n-1)$$

wobei

$g_{i,i+1} = 4$  wenn  $i$  und/oder  $i+1$  eine Klothoide ist, sonst 3

( $g_{i,i+1}$  bedeutet die Anzahl Gleichungen von der Berührung der Elemente  $i$  und  $i+1$ )

$\delta_1 = 1$ , wenn  $L_1^-$  vorhanden ist, sonst 0

$\delta_n = 1$ , wenn  $L_n^+$  vorhanden ist, sonst 0

$\lambda_j = 1$ , wenn  $L_j^*$  vorhanden ist, sonst 0 (für  $j = 1, \dots, 12$ )

vorausgesetzt, dass kein Element einen negativen Freiheitsgrad besitzt.

## Berechnungsaufgaben

### Erste Klasse

Gegeben sind:

- eine Folge von  $n$  Trassierungselementen, wobei der Typ ( $G, K, U$ ) des  $k$ -ten Elementes in der Folge bekannt ist.
- vorgegebene, aber frei wählbare, geometrische Angaben pro Element:  
 $P(y_{k,i}, x_{k,i}), \alpha_{k,i}, r_{k,i}, l_{k,i}, d_{k,i}$ <sup>3</sup>, wobei  $i = 1, 2, \dots, m_k; k = 1, 2, \dots, n$ , mit den Einschränkungen, dass
- kein Element einen negativen Freiheitsgrad besitzt

<sup>3</sup>  $d_{k,i}$  gemäss Eigenschaft (6)

<sup>4</sup> Der projektierende Geometer berechnet meistens auf der Basis der Fahrdynamik einige Elementlängen und Kreisradien und hält diese Angaben fest. Im Laufe der Anfangswertkonstruktion können die Berechnung nachvollzogen und die errechneten Werte als provisorisch aufgefasst werden.

- höchstens eins von zwei benachbarten Elementen einen Freiheitsgrad null besitzt
- der Freiheitsgrad  $f$  der Linienführung null ist.

Gesucht sind:

- die Parameterwerte in der parametrischen Darstellung der einzelnen Elemente
- die die Elemente abgrenzenden Bogenlängen  $A_{k_1}$  und  $E_{k_2}$ , wobei  $k_1 = 2, \dots, n$  und  $k_2 = 1, 2, \dots, n-1$

Diese Formulierung der Aufgabe ist ganz allgemein gehalten. Sie erlaubt viele Probleme aus der ersten Klasse zu lösen und ist ein Resultat aus einem Vorgehen, das mit Hilfe des Freiheitsgrades aus einer bestimmten Aufgabenstellung die Angaben  $m_k$  und  $n$  selektiert. Die Aufgabe liefert gemäss den Eigenschaften der Linienführung ein nichtlineares Gleichungssystem, welches iterativ gelöst werden kann. Für das Iterationsverfahren werden Anfangswerte benötigt. Falls mehrere Elemente der gesuchten Linienführung bekannt sind (Freiheitsgrad 0), lässt sich das Gleichungssystem in bestimmten Fällen in mehrere separat lösbare Teilsysteme zerlegen. Für ein nicht zerlegbares Gleichungssystem können Anfangswerte auf verschiedene Weise konstruiert werden:

- direkte Entnahme aus einem Situationsplan
- mit Hilfe eines geeignet gewählten Verteilungsprozesses auf geometrischer Basis
- Annäherung aus bestimmten fahrdynamischen Eigenschaften<sup>4</sup>

Mit den so erhaltenen Anfangswerten kann das Gleichungssystem mit Hilfe bekannter Näherungsverfahren gelöst werden. Das Gleichungssystem kann mehrere Lösungen haben. Durch eine zweckmässige Wahl der Anfangswerte kann die gewünschte Lösung erreicht werden.

### Zweite Klasse

Ausgehend von den Berechnungsaufgaben ohne optimale Eigenschaften (Klasse 1), bildet man aufgrund der Bedingungen (7), (8), (9) der Linienführung eine sog. Zielfunktion bezüglich eines Elementes und vergrössert den Freiheitsgrad des Elementes um 1. Daraus ergibt sich eine nichtlineare Optimierungsaufgabe. - Die Lösungsverfahren verlangen zulässige Anfangswerte. Diese können mit Hilfe der Lösung der ersten Problemklasse gefunden werden. Die Zielfunktion lässt sich durch eine lineare Kombination der Eigenschaften (7), (8), (9) verallgemeinern.

## Das entwickelte Computerprogramm

### Das Problem und seine Lösung

Im Laufe der Aufgabenstellung sind folgende Restriktionen eingeführt worden:

- Ein nicht weiter zerlegbares Gleichungssystem kann höchstens 10 Elemente in der Folge enthalten.
- Zwei Klothoiden können nur durch Einschaltung sogenannter Scheinelemente (d. h. Gerade bzw. Kreis mit Gesamtlänge 0) aufeinanderfolgen.
- Zwei benachbarte Elemente dürfen keine Geraden sein.
- Ein nicht zerlegbares Gleichungssystem muss mindestens ein Element mit Freiheitsgrad 0 (oder kleiner) enthalten.
- Enthält das nicht zerlegbare Gleichungssystem nur ein Element mit Freiheitsgrad  $\leq 0$ , muss dies entweder das erste oder das letzte in der Folge sein. Falls dieses Element das erste (bzw. letzte) ist, muss beim letzten (bzw. ersten) Element eine Punktangabe vorhanden sein.
- Falls der Freiheitsgrad eines Elementes grösser 0 ist, darf nur eine Punktangabe vorhanden sein.
- Je Element darf höchstens eine Längenangabe vorhanden sein.
- Als Anfangswerte gelten nur Längen bzw. Radien.
- Die die Abstandsgleichheit enthaltenden Aufgaben werden mit dem vorliegenden Computerprogramm nicht behandelt. Statt dessen kann die Lage der gegebenen Punkte bezüglich der errechneten Linie berechnet werden.

Basierend auf diesen Restriktionen selektiert bzw. generiert das entwickelte Programm die nicht zerlegbaren Gleichungssysteme automatisch. (Für Elemente mit nicht positivem Freiheitsgrad werden die Parameterwerte in der parametrischen Darstellung unabhängig von der Elementfolge berechnet. Für die Klothoide mit Freiheitsgrad 0 sind nicht alle möglichen Kombinationen von Angaben der vermessungstechnischen Parameter gestattet. Erlaubt sind:

$$P_1 P_2 P_3 P_4, P_1 \alpha_1 r_1 l r_2, P_1 \alpha_1 P_2 \alpha_2, P_1 r_1 P_2 r_2, P_1 \alpha_1 r_1 P_2, P_1 P_2 \alpha_2 r_2 \cdot)$$

Falls eine Teilfolge der Elemente in der Linienführung einen negativen Freiheitsgrad besitzt, werden Angaben nach einer sog. Prioritätsskala vernachlässigt. Hat die Teilfolge einen positiven Freiheitsgrad, werden unter Umständen Radien und Längen aufgrund von fahrdynamischen Angaben konstruiert.



<> LINPRO = LINIENFUEHRUNG - PROJEKT OP=9406KR/1 DATUM 26.10.81 / 18.26  
 OP = 9406KR/1 : GLEIS 4 / 2 (\*) / 09.10.81

(1) INPUT-LISTE LINIE : 400 V = 140.00 (KM/H)  
 P = 0.80 (M/SEC\*\*2)  
 Q = 0.236 (M/SEC\*\*3)  
 S = 1500.00 (MM)

T/ NR	Y	X	AZ	L	R	BEM	TYP
G/412	55866.749	1714.741	183.2459				= GERADE
+ / 412				-80.000			= GERADE
U/411				30.000			= KLOTOIDE
K/410				130.000	-8000.000		= KREIS
U/409	55920.689	1529.909					= KLOTOIDE
U/409				80.000			= KLOTOIDE
K/408	55957.349	1401.527			2450.000		= KREIS
* / 408				120.000			= KREIS

\*\*\*\*\* GL-SYSTEM UEBERBESTIMMT \*\*\*\*\*

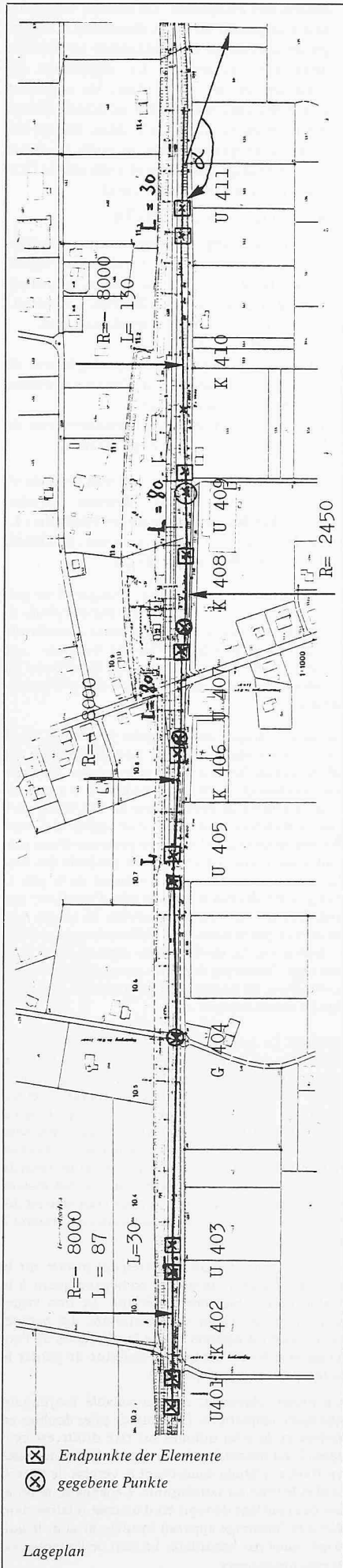
K/410	*****	*****	*****	LAENGE ( 130.000)	GELDESCHT *****		
U/407	55978.051	1317.002					= KLOTOIDE
U/407				80.000			= KLOTOIDE
P/406	55998.269	1232.347					= PUNKT
K/406					-8000.000		= KREIS
- / 406				20.000			= KREIS
* / 406				130.000			= KREIS
U/405				30.000			= KLOTOIDE
G/404	56047.788	1038.557					= GERADE
* / 404				300.000			= GERADE
U/403				30.000			= KLOTOIDE
K/402				87.000	-8000.000		= KREIS
U/401				30.000			= KLOTOIDE
G/400	56206.937	432.090	183.2459				= GERADE

\*\*\*\*\* GL-SYSTEM UEBERBESTIMMT \*\*\*\*\*  
 K/402 \*\*\*\*\* LAENGE ( 87.000) GELDESCHT \*\*\*\*\*

<> LINPRO = LINIENFUEHRUNG - PROJEKT OP=9406KR/1 DATUM 26.10.81 / 18.27  
 OP = 9406KR/1 : GLEIS 4 / 2 / 09.10.81

(2) OUTPUT-LISTE LINIE : 400 KM = (M)

T/ NR	Y	X	AZ	L, Q	RA	RE	KM	BEM	TYP
G/412	55847.125	1787.578	183.2459	0.0					= GERADE
U/411	55847.125	1787.578	183.2459	30.000	0.0	-8000.000			= KLOTOIDE
					A=	-489.898			
K/410	55854.948	1758.616	183.1265	221.957	-8000.000				= KREIS
	63575.587	3854.259							Z
U/409	55916.054	1545.244	181.3603	80.000	-8000.000	2450.000			= KLOTOIDE
	55921.482	1527.291	181.2856		A=	387.360			WP
K/408	55938.983	1468.601	182.0813	84.023	2450.000				= KREIS
	53585.392	788.079							Z
U/407	55960.933	1387.500	184.2646	80.000	2450.000	-8000.000			= KLOTOIDE
	55975.421	1327.995	185.0603		A=	-387.360			WP
K/406	55979.790	1309.755	184.9857	79.807	-8000.000				= KREIS
	63758.329	3179.067							Z
P/406	55998.269	1232.347		0.515 Q					= PUNKT
	55998.769	1232.472		79.579 L					
U/405	55998.824	1232.251	184.3506	30.000	-8000.000	0.0			= KLOTOIDE
					A=	489.898			
G/404	56006.161	1203.162	184.2312	357.798					= GERADE
U/403	56093.883	856.284	184.2312	30.000	0.0	-8000.000			= KLOTOIDE
					A=	-489.898			
K/402	56101.256	827.204	184.1119	93.820	-8000.000				= KREIS
	63853.405	2803.105							Z
U/401	56124.961	736.428	183.3653	30.000	-8000.000	0.0			= KLOTOIDE
					A=	489.898			
G/400	56132.747	707.457	183.2459	285.186					= GERADE
	56206.937	432.090	183.2459						E



Linke Seite: Resultatliste zum Input:

Die Linie «400» charakterisiert fahrdynamische Angaben zur Anfangswertkonstruktion; V Ausbaugeschwindigkeit, P maximale nichtkompensierte Seitenbeschleunigung, Q maximaler Ruck, S Spurweite

T = TYP Elementtyp: G Gerade, U Klotoide, K Kreis, P Punkt ohne Einfluss auf die Berechnung der Linie, + - \* Angaben zur Steuerung der Anfangswerte, NR  $\alpha$ -numerische Bezeichnung des Elementes, Y, X Punktkoordinaten, L Länge, AZ Azimut, R Radius, BEM Bemerkung, ----- trennt ein Gleichungssystem von einem nachfolgenden ab, wenn diese Systeme in der Reihenfolge der Eingabedaten selektiert worden sind.

Zum Output:

T = TYP, NR, Y, X, AZ, BEM, P, G, U, K (siehe Input)

RA, RE Radius im Anfangs-, Endpunkt des Elementes, Z Kreiszentrum, WP Wendepunkt der Klotoide, E Endpunkt der Linie, A Klotoidenparameter, Q Queraabstand des Punktes P zur Linie, L Länge des «Fusspunktes» bezüglich P vom Anfangspunkt

Die Anfangswertkonstruktion gründet im Prinzip auf geometrischer Basis mit Hilfe eines gut gewählten Verarbeitungsprozesses, und die Werte werden entsprechend der fahrdynamischen Eigenschaften abgeändert. Für die Auflösung des nicht zerlegbaren Gleichungssystems wurden die Verfahren (Regula falsi, Newton-Raphson, Halbierungsmethode) kombiniert.

**Die Benützung des Programms**

Der projektierende Geometer legt aufgrund seines Situationsplanes die Folge der Elemente in der gesuchten Linie fest und bestimmt die sog. Berechnungsrichtung auf dem Plan. Jede geometrische Angabe, die unverändert diesem Plan bzw. nach Feldaufnahmen entnommen wird, wird bezüglich dieser Richtung betrachtet:

- Die Elemente in ihrer Reihenfolge müssen mit der Berechnungsrichtung aufsteigend sein.
- Die einem Element zugeordneten zwei Punkte (falls sie vorhanden sind) müssen in ihrer Reihenfolge mit der Berechnungsrichtung übereinstimmen.
- Alle Azimute müssen mit der Berechnungsrichtung vereinbar sein.
- Die Vorzeichen von Radien und den Punkten zugeordneten Längen müssen der Berechnungsrichtung entsprechend festgelegt werden.

Jedem Element ordnet der Geometer die bekannten geometrischen Angaben zu, mit der Voraussetzung, dass die Angaben in der berechneten Linie ihre Werte nicht verändern. Nach der Zuordnung der Angaben zu den Elementen muss die Lösbarkeit des Problems überprüft werden (geometrisch oder numerisch).

Folgende Vorteile des Programms sind erwähnenswert:

- Der Geometer braucht die geometrische bzw. numerische Lösungsmethode nicht zu kennen. Er kann sich ausschliesslich auf das Projekt konzentrieren.
- Die Angaben für die Lösung eines Problems sind sehr übersichtlich (gemäss Situationsplan) und brauchen nicht vortransformiert zu werden.
- Der Wert des Klothoidenparameters wird im Input nicht benötigt.
- Die Normal- bzw. Wendeklothoiden sind selbständige Trassierungselemente.
- Wenn eine Linie berechnet worden ist, können Varianten der Linie durch einfache Aufgabenmanipulation errechnet werden, ohne sich mit der Aufstellung des Gleichungssystems zu befassen. Das Ersetzen einer Radiusangabe durch eine Punktangabe ändert zum Beispiel das Gleichungssystem, ohne dass der Geometer dieses analysieren muss.
- Wenn eine Aufgabe mehrere Lösungen hat und die errechnete Lösung nicht die gewünschte ist oder wenn die Aufgabe beim ersten Lösungsversuch wegen der programmierten Anfangswertkonstruktion nicht gelöst werden konnte, kann eine Lösung mit Hilfe von provisorischen Längen bzw. Radienangaben als Steuerung der Anfangswertkonstruktion erzwungen werden.
- Die für die Lösung eines Problems aufgewendete Zeit liegt schwerwichtig in der Vorbereitung der Angaben und in der Optimierung des Projektes.

Um die Benützung des Programms zu illustrieren, liegen ein Situationsplan und eine Resultatliste (Input und Output) als Beispiele vor.

Adresse des Verfassers: Peter Krasznai, dipl. Math., Schweizerische Bundesbahnen, Abteilung Organisation und Informatik, Bollwerk 10, 3030 Bern.