Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1988)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.03.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

satisfied. Let the the residue class field of $K(\varepsilon_n)$ have 2^k elements. Set $n' = (2^k)^{2^h} - 1$. Then $n \mid n'$, n' is odd, and $K(\varepsilon_{n'})/K(\varepsilon_n)$ is unramified of degree 2^h. Consider the conditions (i)-(v) with n' instead of n. Then (i) is unchanged, (ii) holds because $n \mid n'$, (iii) holds trivially and (v) holds vacuously because $2^h \mid (K(\varepsilon_{n'}) : K)$. Finally $K(\varepsilon_{n'}) \cap K(\varepsilon_4) = K$ since one is ramified and the other is not, so the non-trivial automorphism of $K(\varepsilon_{4n})/K(\varepsilon_n)$ is the restriction of that of $K(\varepsilon_{4n'})/K(\varepsilon_{n'})$, so (iv) holds also for n'.

We can deduce from this abbreviated form of Janusz' theorem that it is equivalent to Yamada's. Suppose that Janusz' conditions are satisfied, and consider the extension $\mathbf{Q}_2(\varepsilon_{2^{h+1}}, \varepsilon_n)/K$. The inertia subgroup of its Galois group is $\mathcal{g} = \mathcal{G}(\mathbf{Q}_2(\varepsilon_{2^{h+1}}, \varepsilon_n)/K(\varepsilon_n))$, a group of order 4. Suppose that ρ is an extension of the non-trivial automorphism of $\mathbf{Q}_2(\varepsilon_{2^h}, \varepsilon_n)/K(\varepsilon_n)$ to $\mathbf{Q}_2(\varepsilon_{2^{h+1}}, \varepsilon_n)$, so $\rho \in \mathcal{g}$. By condition (iv), there is an integer $a \equiv -1 \pmod{2^h}$ such that $\rho(\varepsilon_{2^{h+1}}) = \varepsilon_{2^{h+1}}^a$. It follows that ρ^2 is the identity. Thus $\mathcal{g}$ is non-cyclic. Conversely suppose that there is an extension $\mathbf{Q}_2(\zeta)/K$ whose inertia subgroup $\mathcal{g}$ is non-cyclic. As we saw in 1., this means that σ_{-1} is in the Galois group of $\mathbf{Q}_2^c/K$ and so its restriction (which we also call σ_{-1}) is in $\mathcal{G}(\mathbf{Q}_2(\varepsilon_{2^h}, \varepsilon_c)/K)$ and is non-trivial. Its fixed field contains $K(\varepsilon_c)$; by Lemma 3.3 of [J], $K(\varepsilon_c, \varepsilon_4) = \mathbf{Q}_2(\varepsilon_{2^h}, \varepsilon_c)$ and so the fixed field is *exactly* $K(\varepsilon_c)$. Thus both (iv) and (ii) are also fulfilled. (i) holds by Lemma 1.

4. *F. Lorenz*, [*L*], *p. 463.* His condition for *non-triviality of* $S(K)$ is that -1 *is a norm in the extension* $K/\mathbf{Q}_2$. The norm residue symbol in the extension $\mathbf{Q}_2^c/\mathbf{Q}_2$ sends -1 to $\sigma_{-1} \in \mathcal{G}(\mathbf{Q}_2^c/\mathbf{Q}_2)$. Thus it follows from [S], pp. 204-205, that -1 is a norm in $K/\mathbf{Q}_2$ iff $\sigma_{-1} \in \mathcal{G}(\mathbf{Q}_2^c/K)$.

REFERENCES

[C-F] CASSELS, J. W. S. and A. FROHLICH. *Algebraic Number Theory.* Thompson Book Co. Inc., Washington (1967).

[F] FONTAINE, J.-M. Sur la décomposition des algèbres de groupes. *Ann. Sc. Ec. Norm. Sup. 49* (1971), 121-180.

[H] HASSE, H. *Zahlentheorie*, 2nd ed. Akademie-Verlag, Berlin, 1963.

[I] ISAACS, I. M. *Character Theory of Finite Groups.* Academic Press, New York (1976).

[J] JANUSZ, G. J. Generators for the Schur group of local and global number fields. *Pac. J. Math. 56* (1975), 525-546.

[L] LORENZ, F. Zur Schurgruppe eines lokalen Körpers. *Arch. Math. 32* (1979), 458-468.

[M] MOLLIN, R. The Schur group of a field of characteristic zero. *Pac. J. Math. 76* (1978), 471-478.

[N] NEUKIRCH, J. Über das Einbettungsproblem der algebraischen Zahlentheorie. *Inv. Math. 21* (1973), 59-116.

[S] SERRE, J.-P. *Corps Locaux.* Act. Sci. et Ind. 1296, Hermann, Paris (1962).

[W] WEISS, E. *Cohomology of Finite Groups.* Pure and Appl. Math. 34, Academic Press, New York (1969).

[Y] YAMADA, T. *The Schur Subgroup of the Brauer Group.* Lecture Notes in Math. 397, Springer-Verlag, Berlin (1974).

[Z] ZASSENHAUS, H. J. *The Theory of Groups.* 2nd ed. Chelsea, New York, 1949.

(Reçu le 12 décembre 1986)

C. Riehm

Dept. of Mathematics and Statistics
McMaster University
Hamilton, Ontario
Canada L8S 4K1

vide-leer-empty