3. Proof of the main theorem

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1988)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.03.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

$$H := \begin{bmatrix} u_1 C & & & \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & u_{2n} C \end{bmatrix}$$

is isomorphic to the standard bilinear form if and only if n is even. Let u_{odd} and u_{even} defined by:

$$u_{\text{even}} := \prod_{k=1}^{n} u_{2k} \qquad u_{\text{odd}} := \prod_{k=1}^{n} u_{2k-1};$$

an easy computation shows that $H_v(\xi_{u_{\text{even}}, u_{\text{odd}}}) = H_v(\mu)$ if n is odd. The proposition follows.

3. Proof of the main theorem

(3.1) Lemma. *Let p be a prime number $(p>2)$. For every integer m satisfying $2m \neq 0 \bmod (p-1)\cdot l_{\mathbf{Q}}(p)$ we have $F_{\mathbf{Q}}(m, p) = 1$.*

Proof. Let G be a p-group, $p > 2$. It follows from (2.2) that any representation ρ of G splits: $\rho = 1 \oplus \tau$ (1 is the 1-dimensional representation of G). Then we have $e(\rho) = e(1)e(\tau) = 0$.

We are now able to prove the main theorem. It has been showed in [3] that $F_{\mathbf{Q}}(n) = 4$ if n is odd. If n is even, four cases have to be distinguished. If $p = 2$ then the $n/2^{N-2}$-fold sum of the irreducible faithful representation of $\mathbf{Z}/2^N$, where 2^N is the 2-primary part of $\operatorname{den}(B_n/n)$, is an orthogonal representation with Euler class of order 2^N (cf. [1]). Let now p be an odd prime. Since the irreducible faithful representation ν of $\mathbf{Z}/p^r (r \geqslant 1)$ is induced by the irreducible faithful representation of $\mathbf{Z}/p \subset \mathbf{Z}/p^r$, the M-fold sum of ν is equivalent to an orthogonal representation if and only if $l_{\mathbf{Q}}(p)$ divides M. Write $n = Np^k(p-1)$ with g.c.d. $(N, p) = 1$. If N is even, the $2N$-fold sum of the irreducible faithful representation of $\mathbf{Z}/p^{k+1}$ is orthogonal and has Euler class of order p^{k+1} (cf. [1]); if N is odd and $p \neq 7 \bmod 8$ then the $2N$-fold sum of the irreducible faithful representation of $\mathbf{Z}/p^{k+1}$ is orthogonal and has Euler class of order p^{k+1} (cf. [1]). In the three cases, the statement follows from the well known characterization of $\operatorname{den}(B_n/n)$ (cf. [1] for example). Eventually, applying (3.1) we see that $F_{\mathbf{Q}}(n, p) = 1$ if N is odd and $p = 7 \bmod 8$.