Vereinfachte Bemessung der Netzbewehrung von Flächentragwerken

Autor(en): **Steckner, Sebastian**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **95 (1977)**

Heft 48

PDF erstellt am: **28.03.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-73495

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

überschätzt. Halten Sie sich bloss die wichtigsten Stichworte der *zweiten Programmserie* vor Augen, um meine Vorbehalte zu verstehen. Es sind dies:

- Forschungsprogramm *Regionalismus* unter besonderer Berücksichtigung von *Berg- und Grenzregionen.*
- *Materialforschung,* umfassend Fragen der Bewirtschaftung, der Wiederverwertung sowie materialwissenschaftliche Arbeiten im engeren Sinne.
- *Entscheidungsprozesse in unserer Demokratie.*
- *Bildungswissenschaftliche* Analyse des Problemkreises *Bildung und Beruf.*
- *Wirtschaftlichkeit und Wirksamkeit des schweizerischen Gesundheitswesens.*
- Forschungen über die *zukünftige Wirtschaftsentwicklung* im Lichte neuer Wirtschafts- und Sozialindikatoren.

Diese Aufzählung dürfte genügen, um verständlich zu machen, dass es nicht bequemer Wunsch, sondern ernsthafte Pflicht aller für die Durchführung dieser Vorhaben Verantwortlichen ist, vorerst für eine Pause und nicht für weitere Programme zu plädieren.

Bildungs- und Forschungsartikel; Hochschulförderung

Ich möchte nach diesem «tour d'horizont» über Nationale Forschungsprogramme abschliessend auf eine letzte Manifestation politischen Gestaltungswillens in der schweizerischen Forschungslandschaft zu sprechen kommen. Im Jahre 1973 hat der Souverän einen neuen Bildungsartikel knapp abgelehnt, den ihm gleichzeitig unterbreiteten Forschungsartikel jedoch angenommen. Dies bildete die Voraussetzung, um die Erneuerung des Gesetzes über die Hochschulförderung aus dem Jahre 1969 zu koppeln mit einer auch die Forschung miteinbeziehenden neuen Gesetzgebung. Der Entwurf des neuen Hochschulförderungs- und Forschungsgesetzes (HFFG) steht kurz vor der Verabschiedung durch die eidgenössischen Räte. Es ist an dieser Stelle nicht möglich, auf Detailfragen einzugehen, doch möchte ich die forschungspolitische Grundabsicht des neuen Erlasses kurz beleuchten, da sie auf ein recht anspruchsvolles Ziel ausgerichtet ist.

Um bessere Voraussetzungen für eine wirksame Koordination sämtlicher mit Bundesmitteln finanzierten Massnahmen für die Forschung zu schaffen, ist ein *mehrstufiges Planungssystem* vorgesehen. Die grosse und berechtigte Skepsis gegenüber einer Forschungsplanung im engeren Sinne hat den Bundesrat veranlasst, in seiner Botschaft klar zum Ausdruck zu bringen, dass ihm keinesfalls eine zentrale Planung von Themen, Projekten und Methoden der Forschung vorschwebt, sondern dass die *zukünftige Verwendung und Verteilung der finanziellen Forschungsmittel Gegenstand der Planung* sein sollen. Das Verfahren sieht vor, in einem ersten Schritt Ziele und Planungsgrundsätze aufzustellen, die auf gesamtschweizerischer Ebene und unter Beizug aller interessierten Kreise zu erarbeiten wären. Dabei soll es sich um allgemeine Vorgaben handeln, die durch eine umfassende Prüfung der Bedürfnisse des ganzen Landes zu ermitteln wären und die im voraus eine Koordination auf der nächsten Planungsstufe sicherstellen. Die letzte betrifft alle Instanzen, die für die Forschungsförderung des Bundes (z.B. Nationalfonds und wissenschaftliche Dachorganisation) oder für die Bundesforschung (z.B. ETH-Bereich und Ressortforschung) zuständig sind. Alle diese Stellen wären in Zukunft gehalten, auf Grund der erwähnten Zielvorstellungen *Mehrjahrespläne* aufzustellen, die nach Überprüfung durch den Bundesrat auf ihre *gegenseitige Abstimmung* und auf *Ziel-Konformität* als Grundlagen für entsprechende Finanzentscheidungen des Bundes dienen sollten.

*

Schon diese sehr summarischen Ausführungen über die forschungspolitische Komponente des neuen Bundesgesetzes machen klar, dass Wissenschaft, Forschung und Technik es auch in unserem Land stärker als bisher spüren werden, dass sie sich *in ihrer Eigendomäne nur noch bedingt frei bewegen* können. Anders als zur hochgemuten Gründungszeit ihrer jubilierenden Vereinigung begnügen sich Politik und Gesellschaft von heute nicht mit der Rolle von passiven und erwartungsfrohen Zuschauern des wissenschaftlich-technischen Geschehens, sondern fühlen sich als *aktive und besorgt engagierte Partner, die mitbestimmen und nötigenfalls Vorbehalte machen* möchten. Dass auch unser Land versuchen muss, den zukünftigen Stellenwert von Wissenschaft und Forschung im «schweizerischen Selbstverständnis» optimal zu definieren, ist eine Aufgabe, zu der wir alle, nicht so sehr als Forscher und Ingenieure, sondern vor allem als Bürger aufgerufen sind.

Adresse des Verfassers: Prof. Dr. med. *A. Cerletti,* Direktor, Sandoz AG, 4001 Basel.

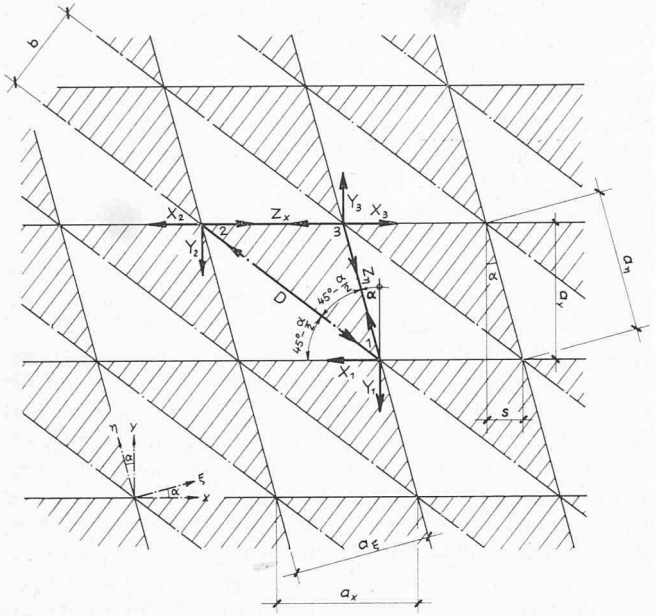
Vereinfachte Bemessung der Netzbewehrung von Flächentragwerken

Von **Sebastian Steckner,** Liestal

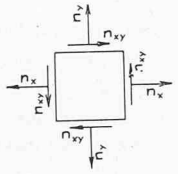
1. Allgemeines

Mit der Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken haben sich in den letzten Jahrzehnten zahlreiche Autoren auseinandergesetzt. *Leonhardt* [1] gibt in seinen 1975 erschienenen «Vorlesungen über Massivbau» einen Überblick über die bisher veröffentlichten Arbeiten und bringt Vorschläge zur praktischen Bemessung, die sich auf die von *Baumann* [2] entwickelten Formeln stützen, aber leider auf die orthogonale (d.h. nicht schiefwinklige) Netzbewehrung beschränken. Baumann selbst hat in seiner 1972 publizierten Arbeit [2] jedoch auch den Fall der zwei- und dreibahnigen Bewehrungsanordnung in beliebiger Richtung untersucht. Vorher (1958) hatte sich schon *Scholz* [3] eingehend mit dem Problem der zweibahnigen, schiefwinkligen Netzbewehrung befasst. Während Scholz für die Bestimmung der Bemessungsschnittkräfte lediglich *Gleichgewichtsbedingungen* ansetzt, führt Baumann zusätzlich *Verträglichkeitsbedingungen* ein und kommt damit zu umfassenderen Beziehungen.

Die erwähnten Arbeiten haben die Tatsache miteinander gemein, dass die für den Fall der schiefwinkligen Netzarmierung entwickelten Bemessungsgleichungen in recht umständlichen Ausdrücken erscheinen und dass die Kenntnis von Grösse und Richtung der Hauptbeanspruchungen vorausgesetzt wird. Im Interesse einer übersichtlichen und raschen Bemessung wird der Praktiker einem Bemessungsverfahren den Vorzug geben, das mit weniger komplizierten Ausdrücken auskommt und die auf ein rechtwinkliges x-y-Achsensystem einheitlich bezogenen Schnittkräfte benützt.



Scheibenschnittkräfte:



Geometrische Beziehungen:

$a_x = a_\eta$

$a_y = a_\xi = a_\eta \cos\alpha = a_x \cos\alpha$

$s = a_y \tan\alpha = a_\eta \sin\alpha = a_x \sin\alpha$

$b = a_x \sin(45° - \alpha/2)$

Bild 1. Zweibahnig schiefwinklig bewehrte Scheibe als Fachwerksystem. Die Bewehrung ist in x- und η-Richtung angeordnet

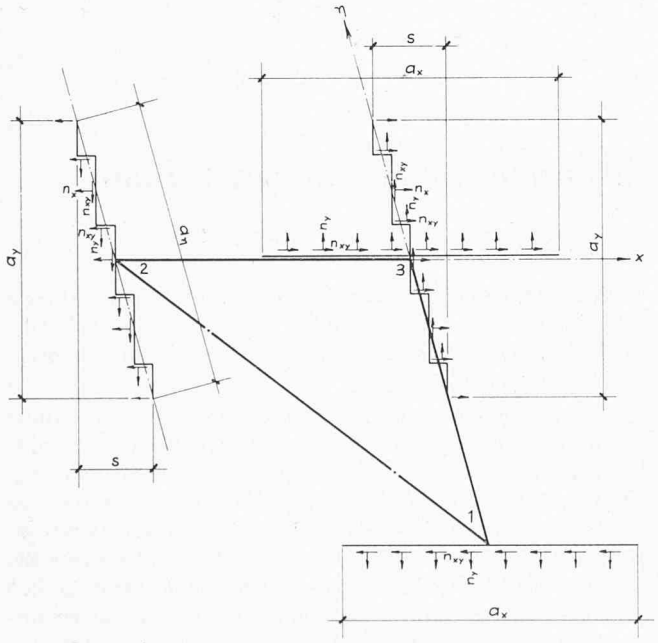


Bild 2. Schnittkraftzuteilung am Fachwerkelement

Der Verfasser legt mit der vorliegenden Arbeit ein solcherart vereinfachtes Verfahren vor.

2. Grundansatz

Bezüglich des Ansatzes von *Scholz* [3], bei dem die das zweibahnige, schiefwinklige Armierungsnetz aussteifende Betondruckkraft in der Winkelhalbierenden der beiden Bewehrungsscharen angenommen wird, hat *Baumann* [2] folgendes herausgefunden:

a) Die auf dieser Annahme gründenden Gleichgewichtszustände genügen auch den Verträglichkeitsbedingungen, wenn beide Bewehrungsscharen auf Zug beansprucht und mit gleichgrossen Stahlspannungen bemessen werden.

b) Bei verschiedenen Vorzeichen der Hauptschnittkräfte kann sich zusätzlich zu der Betondruckkraft in der Winkelhalbierenden auch eine Druckkraft in einer der beiden Bewehrungsscharen errechnen. In diesem Falle ergibt sich die zugehörige Zugkraft in der anderen Bewehrungsschar aufgrund des Scholz'schen Ansatzes grösser als nach der die Verträglichkeitsbedingungen berücksichtigenden Theorie von Baumann.

Nun wird man in der Praxis die in a) enthaltene Bedingung gleichgrosser Stahlspannungen in beiden Richtungen normalerweise einhalten, indem man die Armierungsquerschnitte für die zulässige Spannung bemisst. Sollte man jedoch aus konstruktiven Gründen die Bewehrung einer Richtung überdimensionieren, so wird dadurch die Tragsicherheit ganz sicher nicht beeinträchtigt. Was den Spezialfall b) anbelangt, führt die unter Umständen zu gross erhaltene Zugkraft allenfalls zu einer auf der «sicheren Seite» liegenden Bemessung der Armierung, was in Anbetracht der zu erstrebenden Rissebeschränkung durchaus vertretbar ist.

So gesehen sind die Einwände, die man gegen den Ansatz von Scholz vorbringen kann, von mehr akademischer Natur und für die praktische Bemessung von untergeordneter Bedeutung.

Der Verfasser hat sich daher entschlossen, an dem Grundansatz von Scholz – Betondruckkraft in der Winkelhalbierenden der beiden Bewehrungsscharen – festzuhalten. Er meint zeigen zu können, dass sich mit dieser Annahme auf recht einfache und anschauliche Weise handliche Bemessungsgleichungen gewinnen lassen, wenn man – abweichend von Scholz und Baumann – ein rechtwinkliges x–y-Bezugssystem wählt, dessen x-Achse parallel zu einer der beiden Bewehrungsscharen liegt, und sodann die in x–y-Richtung wirkenden Schnittkräfte an einem Ersatzfachwerk angreifen lässt.

3. Ersatzfachwerk für die Scheibe

Wir befassen uns zunächst mit der *zweibahnig schiefwinklig bewehrten Scheibe*. Wie in Bild 1 dargestellt, wird das Ersatzfachwerk durch zwei die beiden Bewehrungsbahnen vertretende, sich schiefwinklig kreuzende Scharen paralleler Stäbe mit gleichem Abstand $a_y = a_\xi$ und die den Beton ersetzenden Diagonalstäbe gebildet. Die letzten verlaufen damit in der Winkelhalbierenden zwischen den beiden Bewehrungsrichtungen. Die Lage des Bezugssystems x, y ist so gewählt, dass sich die x-Richtung mit einer Bewehrungsrichtung deckt. Die Abweichung von der Orthogonalität der Bewehrung ist durch den Winkel α bestimmt, d.h. die Armierungsrichtung η schliesst mit der y-Achse den Winkel α ein. Die übrigen, die Geometrie des Fachwerksystems betreffenden Bezeichnungen und Beziehungen gehen aus Bild 1 hervor und müssen nicht besonders erläutert werden. Die Beanspruchung der Scheibe ist durch die auf die Längeneinheit bezogenen Schnittkräfte n_x, n_y, n_{xy} gegeben; sie sind in der dargestellten Richtung positiv.

Das Ersatzfachwerk Bild 1 lässt sich in die schraffierten dreieckförmigen Grundelemente zerlegen. An einem solchen, aus dem Gesamtsystem herausgetrennten Fachwerkelement greifen die Knotenkräfte X_1, Y_1; X_2, Y_2; X_3, Y_3 an und erzeugen die Stabkräfte Z_x, Z_η und D. Die Knotenkräfte sind in Bild 1 in positiver Richtung eingetragen; die Stabkräfte Z_x und Z_η sind als Zugkräfte positiv, die Stabkraft D ist als Druckkraft negativ.

Die am Fachwerkelement angreifenden Knotenkräfte ergeben sich aus der Schnittkraftzuteilung (Bild 2). Das Fachwerkelement wird durch je zwei parallele Schnitte in x- und η-Richtung aus dem Gesamtsystem gelöst; die dabei auf die Knotenpunkte entfallenden Kräfte erhält man durch Integration der Scheibenschnittkräfte über die Netzlänge a_x bzw. a_η des Fachwerkes.

Um die auf die x–y-Richtung bezogenen Scheibenschnittkräfte zu erfassen, müssen die beiden Schnitte in η-Richtung sägeblattförmig geführt werden; die Zuteilungslängen sind dabei a_y (für n_x und n_{xy}) und s (für n_y und n_{xy}).

Aus Bild 1 und 2 ergibt sich:

(1) $X_1 = n_{xy}\, a_x$

(2) $Y_1 = n_y\, a_x$

(3) $X_2 = n_x\, a_y + n_{xy}\, s = (n_x \cos\alpha + n_{xy} \sin\alpha)\, a_x$

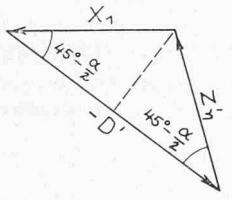
(4) $Y_2 = n_y\, s + n_{xy}\, a_y = (n_y \sin\alpha + n_{xy} \cos\alpha)\, a_x$

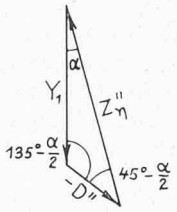
(5) $X_3 = n_x\, a_y + n_{xy}\,(a_x + s) = \{n_x \cos\alpha + n_{xy}\,(1 + \sin\alpha)\}\, a_x$

(6) $Y_3 = n_y\,(a_x + s) + n_{xy}\, a_y = \{n_y\,(1 + \sin\alpha) + n_{xy} \cos\alpha\}\, a_x$

Die Stabkräfte können am Fachwerkelement (Bild 1) wie folgt bestimmt werden:

Gleichgewicht am Knoten 1:





$$Z'_\eta = X_1$$

$$-D' = 2\,X_1 \cos(45° - \alpha/2)$$

$$Z''_\eta = Y_1 \frac{\sin(135° - \alpha/2)}{\sin(45° - \alpha/2)} = Y_1 \cot(45° - \alpha/2)$$

$$-D'' = Y_1 \frac{\sin\alpha}{\sin(45° - \alpha/2)}$$

$$Z_\eta = Z'_\eta + Z''_\eta = X_1 + Y_1 \cot(45° - \alpha/2) = n_{xy}\, a_x + n_y\, a_x \cot(45° - \alpha/2)$$

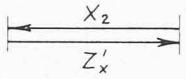
(7) $$Z_\eta = \{n_y \cot(45° - \alpha/2) + n_{xy}\}\, a_x$$

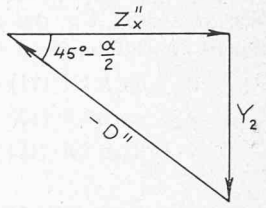
$$-D = -D' - D'' = 2\,X_1 \cos(45° - \alpha/2) + Y_1 \frac{\sin\alpha}{\sin(45° - \alpha/2)}$$

$$= 2\,n_{xy}\, a_x \cos(45° - \alpha/2) + n_y\, a_x \frac{\sin\alpha}{\sin(45° - \alpha/2)}$$

(8) $$-D = \left\{ n_y \frac{\sin\alpha}{\sin(45° - \alpha/2)} + 2\,n_{xy} \cos(45° - \alpha/2) \right\} a_x$$

Gleichgewicht am Knoten 2:





$$Z'_x = X_2 \qquad Z''_x = Y_2 \cot(45° - \alpha/2)$$

$$D' = 0 \qquad -D'' = \frac{Y_2}{\sin(45° - \alpha/2)}$$

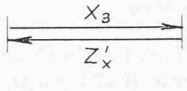
$$Z_x = Z'_x + Z''_x = X_2 + Y_2 \cot(45° - \alpha/2) = (n_x \cos\alpha + n_{xy} \sin\alpha)\, a_x + (n_y \sin\alpha + n_{xy} \cos\alpha)\, a_x \cot(45° - \alpha/2)$$

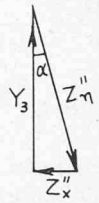
(9) $$Z_x = \left\{ n_x \cos\alpha + n_y \frac{\sin\alpha}{\tan(45° - \alpha/2)} + n_{xy} \left(\sin\alpha + \frac{\cos\alpha}{\tan(45° - \alpha/2)} \right) \right\} a_x$$

$$-D = -D' - D'' = 0 + \frac{Y_2}{\sin(45° - \alpha/2)}$$

(10) $$-D = (n_y \sin\alpha + n_{xy} \cos\alpha) \frac{a_x}{\sin(45° - \alpha/2)}$$

Gleichgewicht am Knoten 3:





$$Z'_x = X_3 \qquad Z''_x = Y_3 \tan\alpha$$

$$Z'_\eta = 0 \qquad Z''_\eta = \frac{Y_3}{\cos\alpha}$$

$$Z_x = Z'_x + Z''_x = X_3 + Y_3 \tan\alpha = \{n_x \cos\alpha + n_{xy}\,(1 + \sin\alpha)\}\, a_x + \{n_y\,(1 + \sin\alpha) + n_{xy} \cos\alpha\}\, a_x \tan\alpha = \{n_x \cos\alpha + n_y\,(1 + \sin\alpha) \tan\alpha + n_{xy}\,(1 + \sin\alpha + \cos\alpha \tan\alpha)\}\, a_x$$

(11) $$Z_x = \{n_x \cos\alpha + n_y\,(1 + \sin\alpha) \tan\alpha + n_{xy}\,(1 + 2 \sin\alpha)\}\, a_x$$

$$Z_\eta = Z'_\eta + Z''_\eta = 0 + \frac{Y_3}{\cos\alpha} = \{n_y\,(1 + \sin\alpha) + n_{xy} \cos\alpha\} \frac{a_x}{\cos\alpha}$$

(12) $$Z_\eta = \left\{ n_y \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha} + n_{xy} \right\} a_x$$

Wir haben vorstehend für jede der drei Stabkräfte des Fachwerkelementes zwei äusserlich verschiedene Ausdrücke erhalten. Notwendigerweise sind jedoch die Ausdrücke für Z_x nach Gleichung (9) und (11), für Z_η nach Gleichung (7) und (12) sowie für $-D$ nach Gleichung (8) und (10) identisch, was durch entsprechende Umformung der Winkelfunktionen gezeigt werden kann. Da das letzte ziemlich umständlich und von

rein mathematischem Interesse ist, wird hier auf diesen Nachweis verzichtet. Für die weitere Entwicklung wählen wir den jeweils zweckmässigeren Ausdruck für die Stabkraft, nämlich:

Z_x nach Gl. (11)

Z_η nach Gl. (12)

$-D$ nach Gl. (10)

4. Bemessungsschnittkräfte für die Scheibe

Um die auf die Längeneinheit bezogenen Bemessungsschnittkräfte für die zweibahnig schiefwinklig bewehrte Scheibe zu erhalten, «verschmieren» wir die im vorangehenden Abschnitt berechneten Stabkräfte des Ersatzfachwerkes, indem wir diese auf den Stababstand verteilen.

Bemessungsschnittkraft für die Bewehrung der x-Richtung:

$$\bar{n}_x = \frac{Z_x}{a_y} = \frac{Z_x}{a_x \cos\alpha}\,; \quad \text{mit } Z_x \text{ nach Gl. (11):}$$

$$(13)\quad \bar{n}_x = n_x + n_y \frac{(1+\sin\alpha)\tan\alpha}{\cos\alpha} + n_{xy}\frac{1+2\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

Bemessungsschnittkraft für die Bewehrung der η-Richtung:

$$\bar{n}_\eta = \frac{Z_\eta}{a_\xi} = \frac{Z_\eta}{a_x \cos\alpha}\,; \quad \text{mit } Z_\eta \text{ nach Gl. (12):}$$

$$(14)\quad \bar{n}_\eta = n_y \frac{1+\sin\alpha}{\cos^2\alpha} + n_{xy}\frac{1}{\cos\alpha}$$

Bemessungsschnittkraft für den Beton:

$$\bar{n}_d = \frac{D}{b} = \frac{D}{a_x \sin(45° - \alpha/2)}\,; \quad \text{mit } D \text{ nach Gl. (10):}$$

$$(15)\quad \bar{n}_d = -n_y \frac{2\sin\alpha}{1-\sin\alpha} - n_{xy}\frac{2\cos\alpha}{1-\sin\alpha}$$

Die vorstehenden Gleichungen (13) (14) (15) für die Bemessungsschnittkräfte basieren auf dem in Bild 1 dargestellten Fachwerksystem mit von links nach rechts fallenden Diagonalstäben, wobei der die Bewehrungsrichtung η bestimmende Winkel α positiv, Null oder negativ sein darf. Das Ersatzfachwerk kann aber auch gebildet werden mit von links nach rechts steigenden Diagonalstäben. In Bild 3a/3b sind die beiden möglichen Fachwerksysteme, jeweils für $\alpha > 0$ und $\alpha < 0$, einander gegenüber gestellt. Man erkennt, dass für das Fachwerksystem Bild 3b mit von links nach rechts steigenden Diagonalstäben bezüglich der Stabkräfte die gleichen Beziehungen gelten müssen wie für das ursprünglich zugrundegelegte Fachwerksystem Bild 3a mit von links nach rechts fallenden Diagonalstäben, wenn man in den entsprechenden Gleichungen die Grössen α und n_{xy} mit umgekehrten Vorzeichen einführt. Auf diese Weise erhält man die auf dem Ersatzfachwerk Bild 3b mit von links nach rechts steigenden Diagonalstäben basierenden Gleichungen für die Bemessungsschnittkräfte wie folgt:

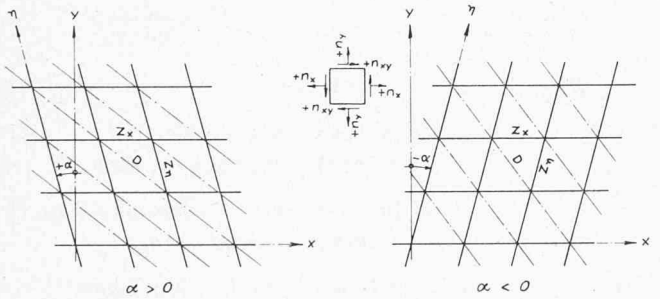


Bild 3a. Ersatzfachwerk mit von links nach rechts fallenden Diagonalstäben. Zugehörige Gleichungen der Bemessungsschnittkräfte: (13) (14 (15)

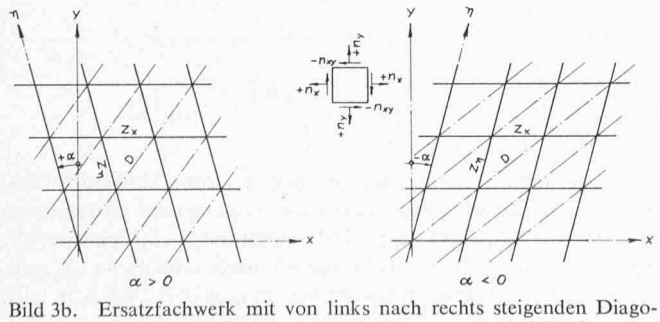


Bild 3b. Ersatzfachwerk mit von links nach rechts steigenden Diagonalstäben. Zugehörige Gleichungen der Bemessungsschnittkräfte: (13') (14') (15')

$$(13')\quad \bar{n}_x = n_x - n_y \frac{(1-\sin\alpha)\tan\alpha}{\cos\alpha} - n_{xy}\frac{1-2\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$(14')\quad \bar{n}_\eta = n_y \frac{1-\sin\alpha}{\cos^2\alpha} - n_{xy}\frac{1}{\cos\alpha}$$

$$(15')\quad \bar{n}_d = n_y \frac{2\sin\alpha}{1+\sin\alpha} + n_{xy}\frac{2\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$$

Die sich nun stellende Frage, welches der beiden Fachwerksysteme bzw. welche der beiden Gleichungsgruppen für die Bemessungsschnittkräfte gelten soll, ist folgendermassen zu beantworten:

Die vom Beton aufzunehmende Diagonalstabkraft D muss sich als Druckkraft ergeben, was bedeutet, dass $\bar{n}_d \leq 0$ sein muss. Diese Bedingung ist je nach Betrag und Vorzeichen der Grössen α, n_y und n_{xy} entweder durch Gleichung (15) oder durch Gleichung (15') erfüllt, und je nach dem haben die Gleichungen (13) (14) (15) oder (13') (14') (15') Gültigkeit.

Zusammenfassend können wir die Bemessungsschnittkräfte durch die folgenden Formeln (16) (17) (18) ausdrücken, wobei wir für die von α abhängigen Schnittkraftbeiwerte die durch die Gleichungen (19) bis (24) definierten Koeffizienten einführen:

$$(16)\quad \bar{n}_x = n_x + r_y n_y + r_{xy} n_{xy}$$

$$(17)\quad \bar{n}_\eta = s_y n_y + s_{xy} n_{xy}$$

$$(18)\quad \bar{n}_d = c_y n_y + c_{xy} n_{xy} \leq 0$$

$$(19)\ (20)\quad r_y = \pm\frac{(1\pm\sin\alpha)\tan\alpha}{\cos\alpha}\,; \quad r_{xy} = \pm\frac{1\pm 2\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$(21)\ (22)\quad s_y = \frac{1\pm\sin\alpha}{\cos^2\alpha}\,; \quad s_{xy} = \pm\frac{1}{\cos\alpha}$$

$$(23)\ (24)\quad c_y = \mp\frac{2\sin\alpha}{1\mp\sin\alpha}\,; \quad c_{xy} = \mp\frac{2\cos\alpha}{1\mp\sin\alpha}$$

Um die praktische Berechnung einfacher und übersichtlicher zu gestalten, wurde die nachstehende Tabelle für die Bemessungsschnittkräfte aufgestellt. Sie enthält die Schnittkraftkoeffizienten für eine Reihe von Winkelwerten α im Bereich $-90° \leq \alpha \leq +90°$.

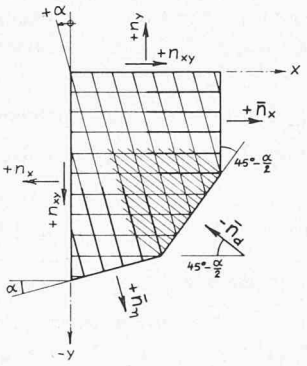
Die Winkelwerte α erscheinen notwendigerweise zweifach, d.h. je einmal in der oberen und in der unteren Tabellenhälfte, wobei die in den beiden horizontalen Zeilen zugeordneten Schnittkraftkoeffizienten verschieden sind. Es gilt stets diejenige horizontale Koeffizientenzeile, bei der sich die Betondiagonalkraft als Druck, d.h. $\bar{n}_d \leq 0$ ergibt. Die durch die Darstellung des herausgeschnittenen Scheibenelementes am Fuss der Tabelle

nochmals festgelegten Vorzeichenregeln sind natürlich streng einzuhalten; ausserdem ist auf die logische Zuordnung der Doppelvorzeichen bei den Tabellenwerten zu achten.

Tabelle für die Bemessungsschnittkräfte

α	$\bar{n}_x = n_x + r_y\, n_y + r_{xy}\, n_{xy}$		$\bar{n}_\eta = s_y\, n_y + s_{xy}\, n_{xy}$		$\bar{n}_d = c_y\, n_y + c_{xy}\, n_{xy}$	
°	r_y	r_{xy}	s_y	s_{xy}	c_y	c_{xy}
± 90	+ ∞	± ∞	+ ∞	± ∞	− ∞	∓ ∞
± 60	+ 6,464	± 5,464	+ 7,464	± 2,000	− 12,928	∓ 7,464
± 45	+ 2,414	± 3,414	+ 3,414	± 1,414	− 4,828	∓ 4,828
± 30	+ 1,000	± 2,309	+ 2,000	± 1,155	− 2,000	∓ 3,464
± 20	+ 0,520	± 1,792	+ 1,520	± 1,064	− 1,040	∓ 2,856
± 15	+ 0,349	± 1,571	+ 1,349	± 1,035	− 0,698	∓ 2,606
± 10	+ 0,210	± 1,368	+ 1,210	± 1,015	− 0,420	∓ 2,384
± 5	+ 0,095	± 1,179	+ 1,095	± 1,004	− 0,191	∓ 2,183
0	0,000	± 1,000	+ 1,000	± 1,000	0,000	∓ 2,000
∓ 5	− 0,080	± 0,829	+ 0,920	± 1,004	+ 0,160	∓ 1,833
∓ 10	− 0,148	± 0,663	+ 0,852	± 1,015	+ 0,296	∓ 1,678
∓ 15	− 0,206	± 0,499	+ 0,794	± 1,035	+ 0,411	∓ 1,535
∓ 20	− 0,255	± 0,336	+ 0,745	± 1,064	+ 0,510	∓ 1,400
∓ 30	− 0,333	0,000	+ 0,667	± 1,155	+ 0,667	∓ 1,155
∓ 45	− 0,414	∓ 0,586	+ 0,586	± 1,414	+ 0,828	∓ 0,828
∓ 60	− 0,464	∓ 1,464	+ 0,536	± 2,000	+ 0,928	∓ 0,536
∓ 90	− 0,500	∓ ∞	+ 0,500	± ∞	+ 1,000	0,000

Es muss stets die Bedingung $\bar{n}_d \leq 0$ erfüllt sein (Betondiagonale unter Druck); je nachdem ist der Winkel α mit den ihm zugeordneten Schnittkraftkoeffizienten entweder in der oberen oder in der unteren Tabellenhälfte aufzusuchen. Dabei ist die logische Zuordnung der Doppelvorzeichen zu beachten.
Alle Kräfte sind auf die Längeneinheit des betreffenden Schnittes bezogen.



Zahlenbeispiel 1

$\alpha = + 15°$, $n_x = + 20$ t/m, $n_y = + 30$ t/m, $n_{xy} = + 10$ t/m

Man erkennt sofort, dass $\bar{n}_d \leq 0$ erfüllt ist, wenn man $\alpha = + 15°$ in der oberen Tabellenhälfte aufsucht:

$$\bar{n}_x = n_x + 0{,}349\, n_y + 1{,}571\, n_{xy}$$
$$= + 20 + 0{,}349 \cdot 30 + 1{,}571 \cdot 10 = + 46{,}18 \text{ t/m}$$

$$\bar{n}_\eta = 1{,}349\, n_y + 1{,}035\, n_{xy}$$
$$= + 1{,}349 \cdot 30 + 1{,}035 \cdot 10 = + 50{,}82 \text{ t/m}$$

$$\bar{n}_d = - 0{,}698\, n_y - 2{,}606\, n_{xy}$$
$$= - 0{,}698 \cdot 30 - 2{,}606 \cdot 10 = - 47{,}00 \text{ t/m} < 0$$

Zahlenbeispiel 2

$\alpha = - 20°$, $n_x = + 30$ t/m, $n_y = - 20$ t/m, $n_{xy} = + 50$ t/m

$\alpha = - 20°$ in der oberen Tabellenhälfte ergibt:

$$\bar{n}_d = - 1{,}040\, n_y + 2{,}856\, n_{xy}$$
$$= + 1{,}040 \cdot 20 + 2{,}856 \cdot 50 = + 163{,}60 \text{ t/m} > 0, \text{ also falsch!}$$

$\alpha = - 20°$ in der unteren Tabellenhälfte ergibt:

$$\bar{n}_x = n_x - 0{,}255\, n_y + 0{,}336\, n_{xy}$$
$$= + 30 + 0{,}255 \cdot 20 + 0{,}336 \cdot 50 = + 51{,}90 \text{ t/m}$$

$$\bar{n}_\eta = 0{,}745 \cdot n_y + 1{,}064\, n_{xy}$$
$$= - 0{,}745 \cdot 20 + 1{,}064 \cdot 50 = + 38{,}30 \text{ t/m}$$

$$\bar{n}_d = + 0{,}510\, n_y - 1{,}400\, n_{xy}$$
$$= - 0{,}510 \cdot 20 - 1{,}400 \cdot 50 = - 89{,}20 \text{ t/m} < 0$$

Es empfiehlt sich, immer zuerst die Bedingung $\bar{n}_d \leq 0$ zu prüfen und erst dann die eigentliche Berechnung der drei Bemessungsschnittkräfte durchzuführen.

Bei negativen Normalkräften n_x, n_y und dem Betrage nach kleinen Schubkräften n_{xy} kann es vorkommen, dass sich trotz Einhaltung der Bedingung $\bar{n}_d \leq 0$ die Bemessungsschnittkräfte für die Bewehrung $\bar{n}_x$ oder $\bar{n}_\eta$ oder beide negativ errechnen, d.h. sich als Druckkraft ergeben. Dieses Resultat ist nicht falsch; es bedeutet lediglich, dass die Bewehrung in der betreffenden Richtung nicht beansprucht wird.

5. Abweichung der Bewehrungsrichtungen von den Hauptbeanspruchungsrichtungen

Das vorliegende Verfahren zur Berechnung der Bemessungsschnittkräfte auf der Grundlage der Scheibenschnittkräfte n_x, n_y, n_{xy} lässt die Abweichung der Bewehrungsrichtungen x, η von den Hauptbeanspruchungsrichtungen 1, 2 nicht unmittelbar erkennen. Um die Zulässigkeit der vorhandenen Abweichungen prüfen zu können, müssen wir diese jedoch bestimmen. Bekanntlich ist der Winkel φ, den die Hauptschnittkraftrichtung 1 mit der x-Achse einschliesst, gegeben durch

$$\tan 2\,\varphi = \frac{2\, n_{xy}}{n_x - n_y}$$

Mit Bezug auf Bild 4 erhält man die Abweichungen

(25) $\delta_1 = \varphi$; d.h.: $\tan 2\,\delta_1 = \dfrac{2\, n_{xy}}{n_x - n_y}$

(26) $\delta_2 = \varphi - \alpha$; d.h.: $\delta_2 = \delta_1 - \alpha$

Der Empfehlung von *Baumann* [2] folgend sind die Abweichungen auf 45° zu beschränken. Für δ_1 nach Gleichung (25) ist diese Forderung automatisch erfüllt. Es ist also nachzuweisen, dass

$$|\delta_2| \leq 45°$$

(27) d.h.: $|\delta_1 - \alpha| \leq 45°$

6. Bemessungsschnittkräfte für den Sonderfall der orthogonal armierten Scheibe

Die Bemessungsschnittkräfte ergeben sich aus den Gleichungen (13) (14) (15) bzw. (13′) (14′) (15′) für $\alpha = 0$ wie folgt:

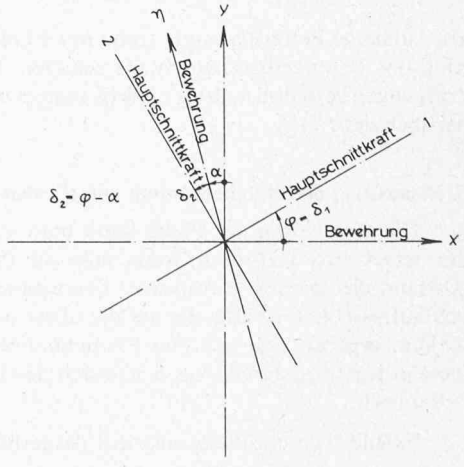


Bild 4. Abweichung der Bewehrungsrichtungen von den Hauptbeanspruchungsrichtungen

(13a) $\bar{n}_x = n_x + |n_{xy}|$

(14a) $\bar{n}_y = n_y + |n_{xy}|$

(15a) $\bar{n}_d = -2\ |n_{xy}|$

Bei dieser Schreibweise mit dem Absolutbetrag von n_{xy} ist die Bedingung $\bar{n}_d \leq 0$ automatisch erfüllt.

Ersetzt man die Schnittkräfte n_x, n_y, n_{xy} mit Bezug auf Bild 4 durch die Hauptnormalkräfte n_1, n_2 gemäss den bekannten Beziehungen

$$n_x = n_1 \cos^2 \varphi + n_2 \sin^2 \varphi$$
$$n_y = n_1 \sin^2 \varphi + n_2 \cos^2 \varphi$$
$$n_{xy} = (n_1 - n_2) \sin \varphi \cos \varphi$$

so erhält man nach einiger Umformung

(13b) $\bar{n}_x = n_1 + \frac{n_1 - n_2}{2} \sin 2\varphi\,(1 - \tan \varphi)$

(14b) $\bar{n}_y = n_2 + \frac{n_1 - n_2}{2} \sin 2\varphi\,(1 + \tan \varphi)$

(15b) $\bar{n}_d = -(n_1 - n_2) \sin 2\varphi$

} gültig für $n_1 - n_2 \geq 0$

Diese nun durch die Hauptschnittkräfte ausgedrückten Bemessungsschnittkräfte stimmen mit den von *Leonhardt* [1] für diesen Fall angegebenen Formeln überein.

7. Bemessung der Netzbewehrung von Scheiben

Die Bemessungsschnittkräfte werden auf der Grundlage der Scheibenschnittkräfte n_x, n_y, n_{xy} am besten mit Hilfe der Tabelle auf Seite 869, die auch den Spezialfall der Orthogonalarmierung einschliesst, bestimmt, wobei die Einschränkung bezüglich der Abweichung der Bewehrungsrichtungen von den Hauptschnittkraftrichtungen gemäss Abschnitt 5 zu beachten ist.

Die erforderlichen Armierungsquerschnitte für die Richtungen x und η erhält man sodann:

(28) $\text{erf}\, f_{ex} = \frac{\bar{n}_x}{\text{zul}\,\sigma_e}$; $\text{erf}\, f_{e\eta} = \frac{\bar{n}_\eta}{\text{zul}\,\sigma_e}$

(zul σ_e = zulässige Stahlspannung)

Die vorhandene Betondruckspannung kann nachgewiesen werden mit

(29) $\text{vorh}\,\sigma_b = \frac{-\bar{n}_d}{d}$ (d = Scheibendicke)

Die zulässige Betonspannung sollte mit Rücksicht auf die Störung des Betongefüges durch die schiefen Armierungsdurchdringungen verhältnismässig niedrig angesetzt werden (Näheres darüber siehe [1]).

8. Bemessung der Netzbewehrung von Platten

Die Bemessung der Platte kann man auf die Bemessung der Scheibe zurückführen, wenn man die Platte als zwei, im Abstand des inneren Hebelarmes übereinanderliegende Scheiben auffasst. Die Kräfte, die auf die obere und untere Scheibe wirken, ergeben sich aus den Plattenmomenten, indem man diese in Kräftepaare auflöst, d.h. durch den inneren Hebelarm z dividiert.

In Bild 5 ist ein Plattenelement dargestellt, und zwar:

a) in der Draufsicht, mit den an ihm angreifenden, in positiver Richtung eingezeichneten Momenten m_x, m_y, m_{xy};

b) die Scheibe an der Oberseite mit den aus den Momenten resultierenden Kräften m_x/z, m_y/z, m_{xy}/z;

c) die Scheibe an der Unterseite mit den gegenüber b) gleichgrossen, aber entgegengesetzt gerichteten Kräften.

Es wird vorausgesetzt, dass die Platte an der Ober- und Unterseite in gleicher Richtung zweibahnig, schiefwinklig bewehrt ist.

Wir können nun die für die Scheibe entwickelten Gleichungen der Bemessungsschnittkräfte verwenden, indem wir dort die Scheibenschnittkräfte n_x, n_y, n_{xy} durch die Ausdrücke m_x/z, m_y/z, m_{xy}/z ersetzen. Wir benützen dabei die durch die Einführung der Schnittkraftkoeffizienten vereinfachten Formeln (16) (17) (18) und wählen die zusätzlichen Indices o und u als Bezeichnung für die Ober- und Unterseite der Platte. Auf diese Weise erhalten wir die Bemessungsschnittkräfte $\bar{n}_x^o$, $\bar{n}_\eta^o$, $\bar{n}_d^o$ bzw. $\bar{n}_x^u$, $\bar{n}_\eta^u$, $\bar{n}_d^u$ für die Scheibe an der Oberseite bzw. an der Unterseite der Platte. Bezüglich der Vorzeichen ist zu beachten, dass die Richtung der an der Plattenunterseite angreifenden Scheibenkräfte m_x/z, m_y/z, m_{xy}/z mit der für die Scheibe positiv definierten Beanspruchungsrichtung übereinstimmt (vgl. Bild 5c mit Bild 1), während die Richtung der an der Plattenoberseite angreifenden Scheibenkräfte entgegengesetzt, also negativ ist (vgl. Bild 5b). Durch Multiplikation der Bemessungsschnittkräfte $\bar{n}_x^o$, $\bar{n}_\eta^o$, $\bar{n}_d^o$ bzw. $\bar{n}_x^u$, $\bar{n}_\eta^u$, $\bar{n}_d^u$ mit dem inneren Hebelarm z gewinnen wir die Bemessungsmomente für die Platte, die wir entsprechend mit $\bar{m}_x^o$, $\bar{m}_\eta^o$, $\bar{m}_d^o$ bzw. $\bar{m}_x^u$, $\bar{m}_\eta^u$, $\bar{m}_d^u$ bezeichnen. Für die Vorzeichen der Bemessungsmomente gilt die gleiche Regel wie für die in Bild 5a dargestellten Plattenmomente m_x und m_y: sie sind positiv, wenn sie an der Plattenunterseite Zug erzeugen.

In bezug auf die Plattenoberseite gilt:

Für die Bewehrung der x-Richtung

$$\bar{n}_x^o = -1/z\,(m_x + r_y^o\, m_y + r_{xy}^o\, m_{xy})$$

(30) $\bar{m}_x^o = -\bar{n}_x^o \cdot z = m_x + r_y^o\, m_y + r_{xy}^o\, m_{xy}$

Für die Bewehrung der η-Richtung

$$\bar{n}_\eta^o = -1/z\,(s_y^o\, m_y + s_{xy}^o\, m_{xy})$$

(31) $\bar{m}_\eta^o = -\bar{n}_\eta^o \cdot z = s_y^o\, m_y + s_{xy}^o\, m_{xy}$

Für den Beton

$$\bar{n}_d^o = -1/z\,(c_y^o\, m_y + c_{xy}^o\, m_{xy})$$

(32) $\bar{m}_d^o = -\bar{n}_d^o \cdot z = c_y^o\, m_y + c_{xy}^o\, m_{xy}$

(33) Bedingung $\bar{n}_d^o \leq 0$, d.h.: $\bar{m}_d^o \geq 0$

In bezug auf die Plattenunterseite gilt:

Für die Bewehrung der x-Richtung

$$\bar{n}_x^u = +1/z\,(m_x + r_y^u\, m_y + r_{xy}^u\, m_{xy})$$

(30′) $\bar{m}_x^u = +\bar{n}_x^u \cdot z = m_x + r_y^u\, m_y + r_{xy}^u\, m_{xy}$

Für die Bewehrung der η-Richtung

$$\bar{n}_\eta^u = +1/z\,(s_y^u\, m_y + s_{xy}^u\, m_{xy})$$

(31′) $\bar{m}_\eta^u = +\bar{n}_\eta^u \cdot z = s_y^u\, m_y + s_{xy}^u\, m_{xy}$

Für den Beton

$$\bar{n}_d^u = +1/z\,(c_y^u\, m_y + c_{xy}^u\, m_{xy})$$

(32′) $\bar{m}_d^u = +\bar{n}_d^u \cdot z = c_y^u\, m_y + c_{xy}^u\, m_{xy}$

(33′) Bedingung $\bar{n}_d^u \leq 0$, d.h.: $m_d^u \leq 0$

Die Schnittkraftkoeffizienten r, s, c sind der Tabelle auf Seite 869 für den gegebenen Winkel α unter Berücksichtigung der Bedingung (33) bzw. (33′) zu entnehmen. Sie ergeben sich

für die Plattenober- und -unterseite verschieden, d.h. die Berechnung der Bemessungsmomente ist für beide Plattenseiten getrennt durchzuführen.
Sind die Bemessungsmomente für die Plattenoberseite gemäss Gleichungen (30) (31) und die Plattenunterseite gemäss Gleichungen (30′) (31′) bestimmt, erhält man die erforderlichen Armierungsquerschnitte für die Richtungen x und η wie folgt:

Obere Bewehrung:

$$(34)\quad \text{erf } f_{ex}^{o} = \frac{-\overline{m}_{x}^{o}}{z_x \cdot \text{zul}\,\sigma_e}\ ; \quad \text{erf } f_{e\eta}^{o} = \frac{-\overline{m}_{\eta}^{o}}{z_\eta \cdot \text{zul}\,\sigma_e}$$

Untere Bewehrung:

$$(34')\quad \text{erf } f_{ex}^{u} = \frac{\overline{m}_{x}^{u}}{z_x \cdot \text{zul}\,\sigma_e}\ ; \quad \text{erf } f_{e\eta}^{u} = \frac{\overline{m}_{\eta}^{u}}{z_\eta \cdot \text{zul}\,\sigma_e}$$

(z_x bzw. z_η = innerer Hebelarm für die x- bzw. η-Richtung; zul σ_e = zulässige Stahlspannung)

In den vorstehenden Bemessungsformeln sind die Bemessungsmomente für die obere Bewehrung negativ und für die untere Bewehrung positiv vorausgesetzt. Wo diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, ergibt sich der erforderliche Armierungsquerschnitt negativ, was bedeutet, dass die Bewehrung an der betreffenden Plattenseite in der betreffenden Richtung statisch nicht erforderlich ist.

Zahlenbeispiel

(vgl. hierzu Bild 5 und Tabelle Seite 869)

Plattendicke	d	$= 25$ cm
Nutzhöhe	h_x	$= 22{,}5$ cm; $h_\eta = 21$ cm
Innerer Hebelarm	z_x	$\approx 0{,}9\, h_x = 20{,}25$ cm;
	z_η	$\approx 0{,}9\, h_\eta = 18{,}90$ cm
Bewehrungsschiefe	α	$= + 20°$
Plaffenmomente	m_x	$= + 4$ tm/m; $m_y = + 2$ tm/m;
	m_{xy}	$= + 3$ tm/m

Bemessungsmomente für die Plattenoberseite:

$$\overline{m}_x^o = m_x - 0{,}255\, m_y - 0{,}336\, m_{xy}$$
$$= 4 - 0{,}255 \cdot 2 - 0{,}336 \cdot 3 = + 2{,}48 \text{ tm/m}$$
$$\overline{m}_\eta^o = 0{,}745\, m_y - 1{,}064\, m_{xy}$$
$$= 0{,}745 \cdot 2 - 1{,}064 \cdot 3 = - 1{,}70 \text{ tm/m}$$
$$\overline{m}_d^o = 0{,}510\, m_y + 1{,}400\, m_{xy}$$
$$= 0{,}510 \cdot 2 + 1{,}400 \cdot 3 = + 5{,}22 \text{ tm/m} > 0$$

Bemessungsmomente für die Plattenunterseite:

$$\overline{m}_x^u = m_x + 0{,}520\, m_y + 1{,}792\, m_{xy}$$
$$= 4 + 0{,}520 \cdot 2 + 1{,}792 \cdot 3 = + 10{,}42 \text{ tm/m}$$
$$\overline{m}_\eta^u = 1{,}520\, m_y + 1{,}064\, m_{xy}$$
$$= 1{,}520 \cdot 2 + 1{,}064 \cdot 3 = + 6{,}23 \text{ tm/m}$$
$$\overline{m}_d^u = - 1{,}040\, m_y - 2{,}856\, m_{xy}$$
$$= - 1{,}040 \cdot 2 - 2{,}856 \cdot 3 = - 10{,}65 \text{ tm/m} < 0$$

Die Bedingungen $\overline{m}_d^o \geq 0$ (24) und $\overline{m}_d^u \leq 0$ (24′) sind erfüllt.

Erforderliche Armierungsquerschnitte für zul $\sigma_e = 2{,}4$ t/cm²:

Da $\overline{m}_x^o > 0$ ist an der Oberseite in x-Richtung keine Bewehrung erforderlich.

$$\text{erf } f_{e\eta}^{o} = \frac{-\overline{m}_{\eta}^{o}}{z_\eta \cdot \text{zul}\,\sigma_e} = \frac{1{,}70}{0{,}189 \cdot 2{,}4} = 3{,}75 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{erf } f_{ex}^{u} = \frac{\overline{m}_{x}^{u}}{z_x \cdot \text{zul}\,\sigma_e} = \frac{10{,}42}{0{,}2025 \cdot 2{,}4} = 21{,}44 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{erf } f_{e\eta}^{u} = \frac{\overline{m}_{\eta}^{u}}{z_\eta \cdot \text{zul}\,\sigma_e} = \frac{6{,}23}{0{,}189 \cdot 2{,}4} = 13{,}73 \text{ cm}^2/\text{m}$$

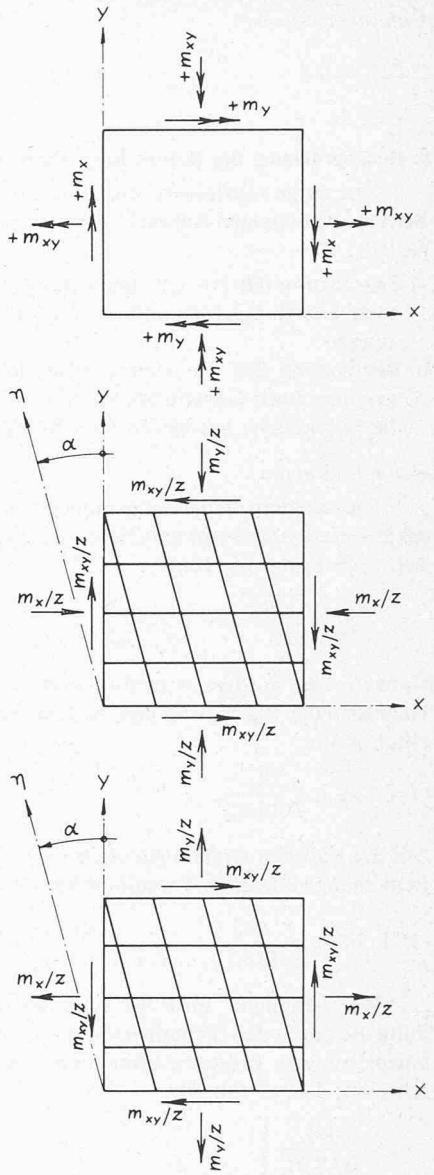


Bild 5. Wirkung der Plattenmomente.
Oben: Draufsicht Mitte: Oberseite
Unten: Unterseite

Sonderfall der orthogonal armierten Platte

Die Bemessungsmomente ergeben sich aus den Gleichungen (30) (31) (32) bzw. (30′) (31′) (32′) mit den Schnittkraftkoeffizienten gemäss Tabelle Seite 869 für $\alpha = 0$:

(30a) $\overline{m}_x^o = m_x - |m_{xy}|$

(31a) $\overline{m}_y^o = m_y - |m_{xy}|$

(32a) $\overline{m}_d^o = + 2\,|m_{xy}|$

(30′a) $\overline{m}_x^u = m_x + |m_{xy}|$

(31′a) $\overline{m}_y^u = m_y + |m_{xy}|$

(32′a) $\overline{m}_d^u = - 2\,|m_{xy}|$

Bei dieser Schreibweise mit den Absolutbeträgen von m_{xy} ist die Bedingung $\overline{m}_d^o \geq 0$ bzw. $\overline{m}_d^u \leq 0$ automatisch erfüllt.

Erforderliche Armierungsquerschnitte:

Obere Bewehrung

$$(34a)\quad \text{erf } f_{ex}^{o} = \frac{-\overline{m}_{x}^{o}}{z_x \cdot \text{zul}\,\sigma_e}\ ; \quad \text{erf } f_{ey}^{o} = \frac{-\overline{m}_{y}^{o}}{z_y \cdot \text{zul}\,\sigma_e}$$

Untere Bewehrung

$$(34'a)\quad \text{erf } f_{ex}^{u} = \frac{\overline{m}_x^u}{z_x \cdot \text{zul } \sigma_e}\ ; \qquad \text{erf } f_{ey}^{u} = \frac{\overline{m}_y^u}{z_y \cdot \text{zul } \sigma_e}$$

9. Beanspruchung des Betons in netzbewehrten Platten

Um zu gewährleisten, dass die Druckbeanspruchung des Betons im zulässigen Rahmen bleibt, werden zwei Forderungen gestellt:

a) Begrenzung der aus den Bemessungsmomenten $\overline{m}_d^o$ und $\overline{m}_d^u$ nach Gleichung (32) und (32′) resultierenden Druckspannungen;

b) Begrenzung der aus den erforderlichen Armierungsquerschnitten nach Gleichung (34) und (34′) sich ergebenden, auf die Betonfläche bezogenen Bewehrungsgehalte.

Zur Forderung a):

Die aus dem Bemessungsmoment $\overline{m}_d^o$ resultierende, rechteckig verteilt angenommene Betondruckspannung σ_b^o berechnet sich nach Bild 6 wie folgt:

$$\sigma_b^o = \frac{\overline{m}_d^o}{z_m \cdot t} = \frac{\overline{m}_d^o}{2\, z_m\, (h_m - z_m)}$$

wobei h_m die mittlere Nutzhöhe und z_m den mittleren inneren Hebelarm der Platte bedeuten. Mit der Näherung $z_m \approx 0{,}9\, h_m$ erhält man:

$$(35)\quad \sigma_b^o \approx \frac{\overline{m}_d^o}{0.18\, h_m^2}$$

Mit den gleichen Annahmen ergibt sich analog für die aus dem Bemessungsmoment $\overline{m}_d^u$ resultierende Betondruckspannung σ_b^u:

$$(35')\quad \sigma_b^u \approx \frac{-\overline{m}_d^u}{0{,}18\, h_m^2}$$

Wir verlangen, dass die so errechnete Betondruckspannung die durch den Sicherheitsfaktor 1,8 dividierte, mit 2/3 β_{w28} angenommene Biegedruckfestigkeit des Betons nicht überschreitet, d.h. es soll sein:

$$(36)\quad \left.\begin{array}{c} \dfrac{\overline{m}_d^o}{0{,}18\, h_m^2} \\ \dfrac{-\overline{m}_d^u}{0{,}18\, h_m^2} \end{array}\right\} \leq \frac{2}{3 \cdot 1{,}8}\ \beta_{w28} = 0{,}37\ \beta_{w28}$$

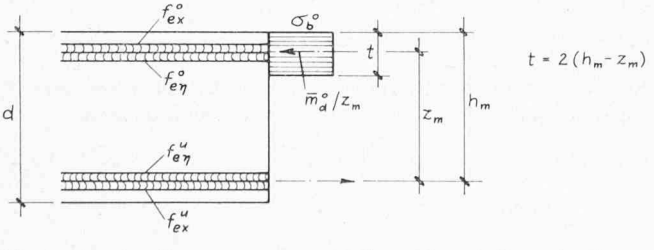
(β_{w28} = Nennwert der Würfeldruckfestigkeit nach 28 Tagen)

Für Beton BH mit $\beta_{w28} = 300$ kg/cm² beträgt dieser Grenzwert $0{,}37 \cdot 300 = 111$ kg/cm².

Zur Forderung b):

Die auf die Betonquerschnittsfläche bezogenen Bewehrungsgehalte

$$\mu_x^o = f_{ex}^o / h_x$$
$$\mu_\eta^o = f_{e\eta}^o / h_\eta$$
$$\mu_x^u = f_{ex}^u / h_x$$
$$\mu_\eta^u = f_{e\eta}^u / h_\eta$$



Bilo 6 Aus dem Bemessungsmoment $\overline{m}_d^o$ resultierende Betondruckspannung σ_b^o

sollen jenen Grenzarmierungsgehalt μ^* nicht überschreiten, bei welchem im plastischen Bereich eines auf Biegung beanspruchten Stahlbetonquerschnittes die Fliessgrenze des Stahls gerade noch erreicht werden kann. Dieser Grenzarmierungsgehalt (berechnet auf der Grundlage der Norm SIA 162 mit parabelförmiger Druckzone) beträgt für *Beton BH* ($\beta_{w28} = 300$ kg/cm²) und *Stahl III* ($\sigma_{2,0} = 5{,}0$ t/cm²)

$$\mu^* = 1{,}38\,\%$$

Es wird also verlangt:

$$\text{vor } \mu = \text{vor } f_e/h \leq \mu^*$$

Diese Bedingung ist für alle Bewehrungsrichtungen an der Ober- und Unterseite der Platte einzuhalten.

10. Bemessung der Netzbewehrung von Schalen

Gegeben sind die am Schalenelement in x–y-Richtung wirkenden Schnittkräfte, nämlich:

$n_x,\ n_y,\ n_{xy}$ (Scheibenbeanspruchung)
sowie m_x, m_y, m_{xy} (Plattenbeanspruchung)

Für die Vorzeichen gelten die in Bild 1 und Bild 5a positiv definierten Richtungen der Schnittkräfte.

Die Bemessungsschnittkräfte müssen wie bei der Platte für die Ober- und Unterseite der Schale getrennt bestimmt werden. Dazu ist die Scheibenbeanspruchung hälftig auf die Ober- und Unterseite aufzuteilen und mit der Plattenbeanspruchung zu überlagern. Man ermittelt also zunächst die folgenden *Hilfsschnittkräfte:*

$$(38)\quad n_x^o = \frac{n_x}{2} - \frac{m_x}{z} \qquad (38')\quad n_x^u = \frac{n_x}{2} + \frac{m_x}{z}$$

$$(39)\quad n_y^o = \frac{n_y}{2} - \frac{m_y}{z} \qquad (39')\quad n_y^u = \frac{n_y}{2} + \frac{m_y}{z}$$

$$(40)\quad n_{xy}^o = \frac{n_{xy}}{2} - \frac{m_{xy}}{z} \qquad (40')\quad n_{xy}^u = \frac{n_{xy}}{2} + \frac{m_{xy}}{z}$$

Damit ergeben sich die Bemessungsschnittkräfte für die Schale wie folgt:

In bezug auf die Schalenoberseite:

Für die Bewehrung der x-Richtung

$$(41)\quad \overline{n}_x^o = n_x^o + r_y^o\, n_y^o + r_{xy}^o\, n_{xy}^o$$

Für die Bewehrung der η-Richtung

$$(42)\quad \overline{n}_\eta^o = s_y^o\, n_y^o + s_{xy}^o\, n_{xy}^o$$

Für den Beton

$$(43)\quad \overline{n}_d^o = c_y^o\, n_y^o + c_{xy}^o\, n_{xy}^o$$

(44) Bedingung $\overline{n}_d^o \leq 0$

In bezug auf die Schalenunterseite:

Für die Bewehrung der x-Richtung

$$(41')\quad \overline{n}_x^u = n_x^u + r_y^u\, n_y^u + r_{xy}^u\, n_{xy}^u$$

Für die Bewehrung der η-Richtung

$$(42')\quad \overline{n}_\eta^u = s_y^u\, n_y^u + s_{xy}^u\, n_{xy}^u$$

Für den Beton

$$(43')\quad \overline{n}_d^u = c_y^u\, n_y^u + c_{xy}^u\, n_{xy}^u$$

(44′) Bedingung $\overline{n}_d^u \leq 0$

Die Koeffizienten r_y, r_{xy}, s_y, s_{xy}, c_y, c_{xy} können der Tabelle auf Seite 869 entnommen werden, unter Beachtung, dass die Bedingungen (44) und (44′) erfüllt sind.

Die erforderlichen Armierungsquerschnitte erhält man:

Obere Bewehrung:

$$(45)\quad \operatorname{erf} f_{ex}^{o} = \frac{\bar{n}_x^o}{\operatorname{zul}\,\sigma_e}\,; \qquad \operatorname{erf} f_{e\eta}^{o} = \frac{\bar{n}_\eta^o}{\operatorname{zul}\,\sigma_e}$$

Untere Bewehrung:

$$(45')\quad \operatorname{erf} f_{ex}^{u} = \frac{\bar{n}_x^u}{\operatorname{zul}\,\sigma_e}\,; \qquad \operatorname{erf} f_{e\eta}^{u} = \frac{\bar{n}_\eta^u}{\operatorname{zul}\,\sigma_e}$$

Sonderfall der orthogonal armierten Schale

Wir gehen wieder von den nach Gleichungen (38) (39) (40) bzw. (38′) (39′) (40′) ermittelten Hilfsschnittkräften aus. Die Bemessungsschnittkräfte ergeben sich aus den Gleichungen (41) (42) (43) bzw. (41′) (42′) (43′) mit den Koeffizienten gemäss Tabelle Seite 869 für $\alpha = 0$:

$$(41a)\quad \bar{n}_x^o = n_x^o + |n_{xy}^o|$$
$$(42a)\quad \bar{n}_y^o = n_y^o + |n_{xy}^o|$$
$$(43a)\quad \bar{n}_d^o = -2\,|n_{xy}^o|$$
$$(41'a)\quad \bar{n}_x^u = n_x^u + |n_{xy}^u|$$
$$(42'a)\quad \bar{n}_y^u = n_y^u + |n_{xy}^u|$$
$$(43'a)\quad \bar{n}_d^u = -2\,|n_{xy}^u|$$

Bei dieser Schreibweise mit den Absolutbeträgen von n_{xy}^o bzw. n_{xy}^u ist die Bedingung $\bar{n}_d^o \leq 0$ bzw. $\bar{n}_d^u \leq 0$ automatisch erfüllt. Erforderliche Armierungsquerschnitte:

Obere Bewehrung

$$(45a)\quad \operatorname{erf} f_{ex}^{o} = \frac{\bar{n}_x^o}{\operatorname{zul}\,\sigma_e}\,; \qquad \operatorname{erf} f_{ey}^{o} = \frac{\bar{n}_y^o}{\operatorname{zul}\,\sigma_e}$$

Untere Bewehrung

$$(45'a)\quad \operatorname{erf} f_{ex}^{u} = \frac{\bar{n}_x^u}{\operatorname{zul}\,\sigma_e}\,; \qquad \operatorname{erf} f_{ey}^{u} = \frac{\bar{n}_y^u}{\operatorname{zul}\,\sigma_e}$$

11. Zusammenfassung

Das vorliegende Verfahren zur praktischen Bemessung der Netzbewehrung von Flächentragwerken beruht auf einer *Fachwerkanalogie*. Es erlaubt, mit Hilfe der in Abschnitt 4 bis 10 entwickelten Formeln und der Tabelle auf Seite 869, die zweibahnige, beliebig schiefwinklige Bewehrung von Scheiben, Platten und Schalen auf äusserst einfache und übersichtliche Weise zu berechnen. Die so ermittelten Werte für die erforderlichen Armierungsquerschnitte liegen in jedem Fall auf der sicheren Seite. Für die zulässige Beanspruchung des Betons von netzbewehrten Platten werden einfache Kriterien angegeben. Das Bemessungsverfahren geht von den auf ein einheitliches x-y-Achsensystem bezogenen Scheibenschnittkräften bzw. Plattenmomenten aus, wobei sich die x-Richtung stets mit einer der beiden Bewehrungsrichtungen deckt. Die Kenntnis der Hauptbeanspruchungen ist nicht nötig. Die Orthogonalarmierung ist in dem Verfahren als Sonderfall eingeschlossen.

Literaturverzeichnis

[1] *Leonhardt F.:* «Vorlesungen über Massivbau», 2. Teil, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1975.

[2] *Baumann Th.:* «Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken». Der Bauingenieur, Heft 10, 1972.

[3] *Scholz G.:* «Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken». Beton- und Stahlbetonbau, Heft 10, 1958.

Adresse des Verfassers: *S. Steckner*, Ing. SIA, Leiter der Statik-Abteilung, Ingenieurbüro Holinger AG, 4410 Liestal.

Kernphysiker auf Herodots Spuren

Untersuchung eines archaischen Silberschatzes im Heidelberger Mondgestein-Laboratorium

Noch heute – nach zweieinhalb Jahrtausenden – lässt sich in allen Einzelheiten rekonstruieren, woher das *Silber* für die ersten Münzen am Anfang der Geldwirtschaft stammt. Mit Hilfe *hochempfindlicher Nachweismethoden*, wie sie in den letzten Jahren für die Analyse der Mondgesteinproben entwickelt worden sind, rückten Heidelberger Kernphysiker einem 1969 gefundenen archaischen Silberschatz zu Leibe.

In Zusammenarbeit mit deutschen, griechischen und türkischen Archäologen, Bergbauspezialisten und Naturwissenschaftlern der verschiedensten Disziplinen konnten sie die im *östlichen Mittelmeerraum* gelegenen *alten Silbergruben* aufspüren, aus denen das Erz des Schatzes stammt, und die Verarbeitung zu reinem Münz-Silber verfolgen. *Wolfgang Gentner*, ehemaliger Direktor des Max Planck-Instituts für Kernphysik in Heidelberg und Vizepräsident der Max Planck-Gesellschaft, seit Jahren begeisterter Amateur-Numismatiker und Initiator dieses Forschungsprojekts, gab jetzt einen ersten Einblick in die noch laufenden Untersuchungen.

Im Jahre 1969 entdeckten drei Arbeiter – ob zufällig oder bei einem Grabraub ist nicht geklärt – etwa 300 km südlich von Kairo bei der alten ägyptischen Hauptstadt *Asyut* 900 sehr alte griechische Münzen. Auf geheimen Wegen gelangte der Schatz ins Ausland und wurde den Münzkundlern, den Numismatikern, zugängig. Aus der Prägung der Münzen konnten sie rekonstruieren, dass der ursprüngliche Besitzer den Schatz bereits im Jahr 475 vor Null vergraben hatte – also zur Zeit des griechischen Geschichtsschreibers *Herodot* und etwa *fünf Jahre nach der Schlacht von Salamis*, als die Perser zum endgültigen Rückzug aus Griechenland gezwungen wurden. Erst etwa 85 Jahre zuvor hatte das Münzwesen begonnen, waren in *Athen*, *Korinth* und *Ägina* überhaupt die ersten Münzen geprägt worden. Man hatte also Geld aus der allerersten Epoche der Geldwirtschaft in Händen. Trotzdem war der Fund für die Numismatiker enttäuschend: Alle Münzen tragen tiefe Kerben, die vom ursprünglichen Besitzer des Schatzes wohl angebracht worden waren, um die Silberqualität zu prüfen. Ihm – wahrscheinlich ein Silberschmied – war es offenbar nur auf den Metallwert der Münzen angekommen. Sie sollten nur Rohmaterial für seine Schmiedearbeiten sein.

Aussagekräftiges Material

Für Gentner erwies sich die Beschädigung der Münzen – und darum ihr zum Teil geringer numismatischer Wert – als ein grosser Vorteil. So war es ihm möglich, für sein Forschungsprojekt mit Mitteln der *Stiftung Volkswagenwerk* 120 besonders stark zerstörte Münzen zu einem verhältnismässig