Durchstanzen von Flachdecken mit Berücksichtigung der Momente

Autor(en): **Ochsner, Jean**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Ingenieur und Architekt**

Band (Jahr): **99 (1981)**

Heft 30-31

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-74532

Durchstanzen von Flachdecken mit Berücksichtigung der Momente

Von Jean Ochsner, Basel

Allgemeines

Einführung

Das Durchstanzen der Innenstütze einer Flachdecke ist theoretisch gelöst. Schwieriger wird das Durchstanzproblem bei *Randstützen*, besonders mit Berücksichtigung des *Einflusses des Einspannmomentes*.

In der folgenden Abhandlung wird versucht, das Durchstanzproblem allgemein unter Berücksichtigung des Einflusses der Einspannmomente zu lösen. Die Untersuchung wird *im Bruchzustand* durchgeführt.

Grundsätzliche Überlegung

Als mögliches Modell für eine Flachdecke im Bruchzustand kann ein auf Stützen abgestelltes, *flaches Gewölbe* sinnvoll sein. Die Stützen sind seitlich verschiebbar. Durch zweckmässig angeordnete Zugelemente kann das seitliche Verschieben der Stützen verhindert werden. Das flache Gewölbe ist somit bis zum Bruch stabil.

Bei den *Aussenfeldern* des Gewölbemodelles dürften *unten* angeordnete *Zugelemente* am wirksamsten sein. *Oben* angeordnete *Zugstangen* sollten das Auseinanderklaffen der flachen Gewölbe bei den *Innenstützen* am ehesten verhindern.

Aus dem Gewölbemodell ist ausserdem ersichtlich, dass die Gewölbeschrägdruckkraft *kegelstumpfartig* auf die Stützen abgegeben wird. Bei genügend starken Zugelementen tritt der Bruch (Durchstanzen der Flachdecke) ein, wenn die Bruchfestigkeit des Betons *entlang der Auflagerlinie* auf der Stütze bzw. auf dem Durchstanzpilz überschritten wird.

Die vertikale Komponente der Gewölbebruchdruckkraft ist die *Bruchdurchstanzkraft*. Ihre Bezeichnung ist *P*. Die horizontale Komponente der Gewölbebruchdruckkraft ist die *Bruchzugkraft* infolge Durchstanzen. Ihre Bezeichnung ist *Z*. Sie muss von Zugelementen aufgenommen werden.

Der *Winkel* zwischen der Horizontalebene und der Gewölbebruchdruckkraft ist α. Der Winkel α hängt von der Schlankheit der Flachdecke (Schlankheit = Spannweite der Flachdecke, geteilt durch Deckenstärke), der Stützenabmessung, der Belastungsart, von der Betonqualität und von der Stärke der Bewehrung ab. Zwischen *P* und *Z* ergibt sich die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P}{Z} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{l}{d}$$

Bei ungleichmässigen Spannweiten und ungleichmässigen Belastungen wird für α ein Mittelwert bestimmt.

Wenn $\operatorname{tg} \alpha = 1$ ist, dann ist $P = Z$. Die *dazugehörige Schlankheit* wird λ_k genannt. Die Schlankheit λ_k lässt sich theoretisch (im allgemeinen mit grossem Rechenaufwand) berechnen. λ_k hängt von der Stützenabmessung, von der Belastungsart, von der Betonqualität und von der Stärke der Bewehrung ab. Es ergibt sich die folgende Formel:

$$\text{(1)} \quad P = \frac{\lambda_k}{\lambda} Z$$

Theoretische Entwicklung

Beschrieb

Für die allgemeine theoretische Entwicklung der Bruchzugkraft infolge Durchstanzen *Z*, der Bruchdurchstanzkraft *P* und der *für das Durchstanzen allein* erforderlichen Bewehrung wird das Gleichgewicht des Stützenkopfes der Flachdecke im Bruchzustand untersucht.

Auf eine Innenstütze wirken allseitig kegelstumpfartig auftreffende Schrägdruckkräfte (Gewölbekräfte). Damit das Gleichgewicht erhalten bleibt, muss im allgemeinen in der Stütze *eine exzentrische Gegenkraft* (Stützenauflast oder Stützendruck) oder *eine zentrische Stützenauflast und ein Biegemoment* vorhanden sein.

Wegen des Gleichgewichtes ist die Summe der *vektoriellen Horizontalkomponenten* der Schrägdruckkräfte und der Horizontalkraft infolge Biegemoment auf die Stütze gleich null. Der absolute Wert der Summe der Horizontalkomponenten der Schrägdruckkräfte und der Horizontalkraft infolge Biegemoment auf die Stütze ist im Bruchzustand die Bruchzugkraft infolge Durchstanzen *Z*.

Das Gleichgewicht ergibt ebenfalls, dass die Summe der *vertikalen Komponenten* der Schrägdruckkräfte im Bruchzustand die Bruchdurchstanzkraft *P* ist.

Aus der Bruchzugkraft infolge Durchstanzen *Z* und aus der Bruchdurchstanzkraft *P* lässt sich die *Bruchsicherheit* und damit die für das Durchstanzen allein erforderliche Bewehrung berechnen.

Bei *Eckstützen* oder *Randstützen* ist das Kräftespiel und somit der Berechnungsgang *prinzipiell gleich*.

Hauptformel

Die mathematische Durchführung des oben beschriebenen Gleichgewichtszustandes ergibt für die Innenstützen, Eckstützen und Randstützen die Hauptformeln für die *Bruchzugkraft infolge Durchstanzen*, für die *Bruchdurchstanzkraft* und für die *infolge Durchstanzen erforderliche Bewehrung*.

$$Z = \psi \beta c d \; \frac{\lambda h_i}{\lambda h_i + \lambda_k e}$$

$$\text{(2)} \quad P = \frac{\lambda_k}{\lambda} Z$$

$$_{erf} f_e = \gamma(s) \; \frac{Z}{_{zul}\sigma_e \cdot s}$$

Dabei bedeuten:

Z	=	Bruchzugkraft infolge Durchstanzen	[kN]
P	=	Bruchdurchstanzkraft	[kN]
β	=	Betonfestigkeit	[kN/mm²]
c	=	Länge der Berührungslinie zwischen Stütze und Flachdecke	[mm]
d	=	Dicke der Flachdecke	[mm]
h_i	=	innerer Hebelarm in der Flachdecke	[mm]
λ	=	Schlankheit der Flachdecke (Spannweite geteilt durch Deckenstärke)	[-]
e	=	Exzentrizität (Summe der absoluten Beträge der am Stützenkopf vorhandenen Momente geteilt durch die vorhandene Durchstanzkraft)	[mm]
ψ	=	Beiwert (wird durch Vergleichsrechnung bestimmt)	[-]
λ_k	=	Beiwert (wird durch Vergleichsrechnung mit der Bedingung $P = Z$ berechnet)	[-]
$_{zul}\sigma_e$	=	zulässige Stahlspannung	[kN/mm²]
$_{erf} f_e$	=	erforderliche Bewehrung	[mm²]
s	=	Bruchsicherheit (Bruchdurchstanzkraft geteilt durch vorhandene Durchstanzkraft)	[-]
$\gamma(s)$	=	Korrekturfaktor für Reduktion der Bewehrung	[-]

Damit sind die Bruchzugkraft infolge Durchstanzen Z und die Bruchdurchstanzkraft P bestimmt. Da die vorhandene Durchstanzkraft bekannt ist, lässt sich die Bruchsicherheit s bestimmen. Sie ist die Bruchdurchstanzkraft P geteilt durch die vorhandene Durchstanzkraft. Aus der Bruchzugkraft infolge Durchstanzen Z lässt sich die erforderliche Bewehrung infolge Durchstanzen berechnen. Die erforderliche Bewehrung infolge Durchstanzen ist die Bruchzugkraft infolge Durchstanzen geteilt durch die Bruchsicherheit und durch die zulässige Stahlspannung. Bei kleinen nominellen Schubspannungen oder bei grossen Bruchsicherheiten ist keine Bewehrung infolge Durchstanzen erforderlich. Deshalb wird ein Reduktionsfaktor $\gamma(s)$ eingeführt, der bei kleinen Bruchsicherheiten $\gamma(s) \geqq 1$ und bei grossen Bruchsicherheiten $\gamma(s) = 0$ ist.

Die Formeln (2) für die Bruchzugkraft infolge Durchstanzen Z und für die Bruchdurchstanzkraft P haben sich aus dem *Bilden des Gleichgewichtes im Bruchzustand* im Stützenbereich der Flachdecke ergeben. Sie dürften deshalb den wirklichen Bruchkräften recht nahe kommen. An der Formel (2) ist plausibel, dass die Werte der Bruchzugkraft infolge Durchstanzen Z und der Bruchdurchstanzkraft P an Innenstützen, Randstützen und Eckstützen mathematisch gleich aufgebaut sind.

Die die Bruchdurchstanzkraft reduzierende Wirkung des Biegemomentes am Stützenkopf ist aus der Formel (2) recht gut ersichtlich.

Anwendung in der Praxis

Allgemeines

Mit den Formeln (1) und (2) lassen sich die Bruchdurchstanzkraft P und die Bruchzugkraft infolge Durchstanzen Z und somit die für das Druchstanzen erforderliche *Bewehrung* berechnen. Leider sind die Beiwerte ψ und λ_k, sowie der Korrekturfaktor $\gamma(s)$ *variabel* und zum Teil sehr schwer bestimmbar.

Innerer Hebelarm

Für die praktische Berechnung kann der Beiwert $\psi = 0{,}3$ mit genügender Genauigkeit angenommen werden. Daraus kann der innere Hebelarm berechnet werden:

$$h_i = d\ (0{,}9 - \frac{0{,}3}{2}) = 0{,}75\ d$$

Beiwert λ_k

Der *Beiwert* λ_k kann durch *Vergleichsrechnungen* und durch *Versuche* bestimmt werden, wobei der Rechenaufwand bisweilen sehr gross sein kann. Die Berechnungen zeigten, dass der Beiwert λ_k in erster Linie eine Funktion der *Deckenstärke* und des *Stützenumfangs* ist. Dabei gilt für extrem rechteckige Stützenquerschnitte (grosse Stützenabmessung grösser als die dreifache kleine Stützenabmessung) die entwickelte Formel nicht mehr. Für die Praxis dienen *folgende Werte*, die auch im nachfolgend angeführten Beispiel verwendet werden (gleichmässig verteilte Belastung):

$$\lambda_k = \frac{19{,}0 + 5{,}5\left(\frac{c}{d}\right)}{0{,}3 + 1{,}0\left(\frac{c}{d}\right)}\left[2 - e^{-\frac{\mu}{3}}\right]$$

Dabei bedeuten:

- d = Stärke der Flachdecke [mm]
- c = Länge der Berührungslinie zwischen Stütze und Flachdecke [mm]
- e = Basis der natürlichen Logarithmen
- μ = Armierungsgehalt der Druckzone im Stützenbereich [%]

Die Formel gilt für die Intervalle:

$$0 \leqq \left(\frac{c}{d}\right) \leqq 20$$

$$0 \leqq \mu \leqq 2\%$$

Normalerweise beträgt die untere Armierung im Stützenbereich ungefähr 0,6%. Im nachfolgenden Beispiel wurde $\mu = 0{,}3\%$ angenommen.

Korrekturfaktor $\gamma(s)$

Der Korrekturfaktor $\gamma(s)$ kann nach folgender Formel berechnet werden:

$$\gamma(s) = 3{,}0 - \frac{23}{30}s + \frac{1}{30}s^2$$

Bei Bruchsicherheiten $s > 5{,}0$ ist der Korrekturfaktor $\gamma(s) = 0$. Dies entspricht einer nominellen Schubspannung von weniger als 0,5 N/mm².

Rechenbeispiel

Allgemeine Angaben

Die aufgezeichnete Flachdecke (Bild 1) soll auf Durchstanzen bemessen werden. Sie ist 24 cm stark. Die statische Berechnung mit dem stellvertretenden Rahmen ergibt:

$p = 5\ \text{kN/m}^2 \quad g = 7\ \text{kN/m}^2 \quad q = 12\ \text{kN/m}^2$

Eckstütze 250/250 mm

$P_E = 72\ \text{kN} \quad {}_sM_s^x = {}_sM_s^y = 7{,}2\ \text{kNm}$

Randstütze 250/500 mm

$P_R = 225\ \text{kN} \quad {}_sM_s = 22{,}5\ \text{kN m}$

Mittelstütze 500/500 mm

$P_M = 650\ \text{kN} \quad {}_sM_s = 0$

$\beta = 0{,}03\ \text{kN/mm}^2$

${}_{zul}\sigma_e = 0{,}24\ \text{kN/mm}^2$

Mit den Formeln für das Durchstanzen der Flachdecke wird die *Bewehrung infolge Durchstanzen* allein bestimmt. Die *totale Bewehrung* ist die Bewehrung infolge Durchstanzen allein *plus* die Bewehrung berechnet am stellvertretenden Rahmen.

Durchstanzen der Mittelstütze

Bekannt sind die Werte:

l	= 6000 mm	d =	240 mm
c	= 2000 mm		
P_M	= 650 kN	${}_sM_s$ =	0 kNm
λ	= 25	h_i =	180 mm

Die Beiwerte sind:

$\psi = 0{,}30 \qquad \lambda_k = 8{,}22$

Daraus ergibt sich durch Einsetzen in Gleichung (1) und (2):

Z	= 4320 kN	P =	1421,2 kN
s	= 2,19	$\gamma(s)$ =	1,48
${}_{erf}f_e$	= 12 137 mm²		

Die Bewehrung liegt oben und muss in beiden Richtungen mindestens 3034 mm² betragen. Damit das Modellgewölbe nicht auseinanderklaffen kann, muss die Bewehrung im Momentennullpunkt verankert sein.

Durchstanzen der Eckstützen

Bekannt sind die Werte:

l	= 6000 mm	d =	240 mm
c	= 500 mm	e =	200 mm
P_E	= 72 kN	${}_sM_s^x = {}_sM_s^y$ =	7,2 kNm

Die Beiwerte sind:

$\psi = 0{,}30 \qquad \lambda_k = 14{,}0$

Daraus ergibt sich durch Einsetzen in Gleichung (1) und (2):

λ	= 25	h_i =	180 mm
Z	= 812,7 kN	P =	455,1 kN
s	= 6,32	$\gamma(s)$ =	0
${}_{erf}f_e$	= 0 mm²		

Da eine untere Bewehrung von 0,3% vorhanden ist, ist eine zusätzliche Bewehrung infolge Durchstanzen nicht erforderlich. Die untere Bewehrung im Bereich der Eckstützen muss mit Haken versehen sein.

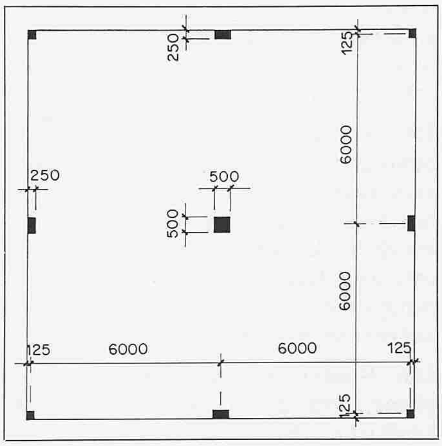

Bild 1. Flachdecke. Grundriss. Abmessungen [mm]

Durchstanzen der Randstützen

Bekannt sind die Werte:

l = 6000 mm		d = 240 mm	
c = 1000 mm		e = 100 mm	
P_R = 225 kN		${}_sM_s$ = 22,5 kNm	
λ = 25		h_i = 180 mm	

Die Beiwerte sind:

ψ = 0,30 λ_k = 10,28

Daraus ergibt sich durch Einsetzen in Gleichung (1) und (2):

Z = 1783,5 kN P = 733,2 kN

s = 3,26 $\gamma(s)$ = 0,86

${}_{erf}f_e$ = 2280 mm²

Die Bewehrung infolge Durchstanzen parallel zum Deckenrand liegt oben und beträgt mindestens 570 mm². Die Bewehrung wird gleich angeordnet wie bei der Mittelstütze.

Die Bewehrung infolge Durchstanzen senkrecht zum Deckenrand wird unten angeordnet und beträgt mindestens 1140 mm². Die Bewehrung wird gleich angeordnet wie bei der Eckstütze, wo sie gut im Stützenbereich verankert sein muss.

Die Randstütze ist paralell zum Dekkenrand eine «Innenstütze» und senkrecht dazu eine «Eckstütze».

Zusammenfassung

Mit den vorher entwickelten Formeln (1) und (2) lassen sich die *Bruchzugkraft* infolge Durchstanzen Z und die *Bruchdurchstanzkraft* P sowie die infolge Durchstanzen allein erforderliche Bewehrung unter Berücksichtigung der *Einspannmomente der Stützen* berechnen. Die vorerst noch unbekannten Beiwerte ψ und λ_k sowie der Reduktionsfaktor $\gamma(s)$ lassen sich durch Vergleichsrechnungen so genau bestimmen, dass sich für die Praxis genügend genaue Resultate ergeben.

Mit der entwickelten Theorie ist der *Einfluss der Einspannmomente der Stützen* wenn auch nicht exakt so doch im Prinzip richtig erfasst. Die Bruchdurchstanzkraft wird durch den Einfluss des Momentes am Stützenkopf reduziert. Dies stimmt auch mit einer intuitiven Betrachtung des Problems überein.

Bei Eckstützen ist die Deckenauflast (Durchstanzkraft) in Wirklichkeit nicht zentrisch auf der Stütze. Es ist in beiden Richtungen eine Exzentrizität und somit ein Stützenmoment vorhanden. (Wenn diese Exzentrizität nicht beachtet wird, ergibt sich eine zu hohe Bruchdurchstanzkraft.) Falls also die Flachdecke als stellvertretender Balken ohne Berücksichtigung der Einspannung der Endfelder berechnet wurde, so sollte ein *minimales Moment* am Kopf der Endstütze angenommen werden. Die Grösse dieses minimalen Stützenmomentes sollte in der Grössenordnung sein von:

$$^{min}{}_sM_s{}^x = \frac{P}{6} \cdot {}_xd_s$$

bzw.

$$^{min}{}_sM_s{}^y = \frac{P}{6} \cdot {}_yd_s$$

oder in Worten ausgedrückt:

Deckenlast (Durchstanzkraft) P mal ein *Sechstel* der entsprechenden *Stützenabmessung* d_s. Die effektive Bewehrung der Flachdecke im Stützenbereich ist die Bewehrung infolge Durchstanzen plus die Bewehrung berechnet aus den Stützenmomenten der Flachdecke. Deshalb ist die Bewehrung im Stützenbereich der Flachdecke im allgemeinen wesentlich stärker als im Feldbereich.

Literaturhinweis

[1] *Schaeidt, W., Ladner, M., Rösli, A.*: «Berechnung von Flachdecken auf Durchstanzen». Schriftenreihe der Technischen Forschungs- und Beratungsstelle der Schweiz. Zementindustrie, Wildegg, 1970

[2] Norm SIA 162: Norm für die Berechnung, Konstruktion, Ausführung und Unterhalt von Bauwerken aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Schweiz. Ingenieur- und Architektenverein (Zürich) 1968

[3] *Ladner, M., Schaeidt, W., Gut, S.*: «Experimentelle Untersuchungen an Stahlbeton-Flachdecken». EMPA-Bericht Nr.205, Dübendorf, 1977

Adresse des Verfassers: *Jean Ochsner*, dipl. Bauing. ETH/SIA/ASIC, Teilhaber des Ingenieurbüros J. Ochsner + F. Grenacher, Jägerstr. 5, 4058 Basel