

# Ungelöste Probleme

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **16 (1961)**

Heft 1

PDF erstellt am: **20.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Ungelöste Probleme

**Nachtrag** zu Nr. 14 (El. Math. 11, 134 (1956)).

Herrn W. SIERPIŃSKI (Warschau) verdanken wir die folgenden Angaben:

Die von W. MNICH gestellte Frage, ob Summe und Produkt von drei rationalen Zahlen gleichzeitig 1 sein können, ist von J. W. S. CASSELS in seiner Arbeit: *On a diophantine equation* (Acta Arithmetica 6, 47–52 (1960)) in negativem Sinn beantwortet worden. Leider ist der Casselsche Beweis nicht elementar und stützt sich auf Resultate verschiedener anderer Autoren. CASSELS hat bewiesen, dass das Problem von MNICH äquivalent ist mit der Frage, ob die diophantische Gleichung

$$y^2 = x^3 + (x + 4)^3$$

ausser  $x = 0, y = 8$  weitere Lösungen in *rationalen* Zahlen besitzt. A. SCHINZEL konnte auf elementarem Wege zeigen, dass diese Gleichung auf jeden Fall keine weiteren Lösungen in *ganzen* Zahlen hat. E. TROST

## Kleine Mitteilung

### Simplexungleichungen

Die Ecktransversalen durch einen beliebigen inneren Punkt  $P$  des  $n$ -dimensionalen Simplex  $A_i$  ( $i = 1, \dots, n + 1$ ) schneiden die entsprechenden gegenüberliegenden Grenzräume in  $B_i$  ( $i = 1, \dots, n + 1$ ). Bezeichnen wir mit  $t_i$  ( $i = 1, \dots, n + 1$ ) die Strecke  $\overline{A_i B_i}$ , mit  $d_i$  ( $i = 1, \dots, n + 1$ ) die Strecke  $\overline{P B_i}$ , so gilt

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{d_i}{t_i} = 1. \tag{1}$$

*Beweis:* Sind  $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$  die baryzentrischen Koordinaten von  $P$  bezüglich der entsprechenden Simplexspitzen, so gilt

$$\frac{d_i}{t_i} = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^{n+1} x_i},$$

woraus (1) unmittelbar folgt.

Bezeichnen wir weiterhin mit  $r_i$  ( $i = 1, \dots, n + 1$ ) den Abstand des dem  $A_i$  Simplexspitze gegenüberliegenden Grenzraumes von  $P$ , mit  $h_i$  ( $i = 1, \dots, n + 1$ ) die zu  $A_i$  angehörigen Simplexhöhen, so ist einfach einzusehen, dass

$$\frac{r_i}{h_i} = \frac{d_i}{t_i},$$

woraus mit Rücksicht auf (1)

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{r_i}{h_i} = 1 \tag{2}$$

unmittelbar folgt.

Fällt  $P$  mit dem Inhyperkugelmittelpunkt des Simplex zusammen, so wird

$$r_1 = r_2 = \dots = r_{n+1} = \varrho,$$

wo  $\varrho$  den Inhyperkugelradius bezeichnet. Für diesen Fall folgt aus (2):

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{h_i} = \frac{1}{\varrho}, \quad \text{woraus} \quad \frac{n+1}{\sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{h_i}} = (n+1) \varrho.$$

Die linke Seite ist aber gleich dem harmonischen Mittel der Simplexhöhen  $H(h_i)$ , also

$$(n+1) \cdot \varrho = H(h_i). \tag{3}$$