

# Berechnung und Bemessung von vorgespannten Flachdecken mit Hilfe eines Tisch-Computers

Autor(en): **Narayanan, Ramasubba / Schneider, Jörg**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Ingenieur und Architekt**

Band (Jahr): **100 (1982)**

Heft 32

PDF erstellt am: **20.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-74840>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Berechnung und Bemessung von vorgespannten Flachdecken mit Hilfe eines Tisch-Computers

Von Ramasubba Narayanan und Jörg Schneider, Zürich

## Einleitung

### Allgemeines

Auf die *Vorteile*, die sich aus der *Vorspannung von Flachdecken* ergeben, ist in neueren Veröffentlichungen schon verschiedentlich hingewiesen worden. Die Vorspannung ermöglicht grosse Spannweiten bei vergleichsweise kleinen Deckenstärken, führt zu einem ausgezeichneten Gebrauchsverhalten und löst bei geeigneter Anordnung der Spannkabel das Durchstanzproblem von Flachdecken auf elegante Weise – dies alles praktisch ohne Erhöhung der Kosten. In Bezug auf Entwurf, konstruktive Durchbildung, Bemessung und Ausführung bietet die Anordnung der Spannkabel in den Stützenachsen besondere Vorteile, wie in [1], [4] und [14] gezeigt wurde. Die Mehrzahl der in der Schweiz erstellten vorgespannten Flachdecken sind deshalb auch nach dem entsprechenden, unter dem Begriff «Stützstreifen-Vorspannung» (Bild 1) bekannten Verfahren vorgespannt worden.

Trotz der bemerkenswerten Vorteile vorgespannter Flachdecken und trotz der guten Erfahrungen bei deren Erstellung findet die Vorspannung von Flachdecken jedoch *nur zögernd Eingang in die Praxis*. Dies liegt sicher zu einem erheblichen Teil daran, dass mit der Anwendung der Vorspannung ein erhöhter Aufwand für Berechnung und Bemessung verbunden ist, den der projektierende Ingenieur nur ungern auf sich nimmt. Diese Haltung wird verstärkt durch das Fehlen einfacher Verfahren für die Berechnung der Schnittkräfte in solchen Decken. Bild 2 zeigt im Sinne eines Beispiels die *vielen Probleme*, denen sich der Ingenieur bei solchen Tragwerken gegenüber sieht:

- ungleiche Spannweiten
- auskragende Deckenteile
- einspringende Ecken
- unterschiedliche Nutzlasten
- Wände und Unterzüge
- Aussparungen usw.

Hinzu kämen gegebenenfalls die Einflüsse der Vorspannung auf die Schnittgrößen und die Berücksichtigung der Spannstähle bei der Bemessung.

Naheliegender ist in dieser Situation die Berechnung der Schnittkräfte mittels Finiten Elemente auf Gross-Computern. Aber auch damit wird – oft mit grossem Aufwand an Geld, Zeit und Papier – nur ein kleiner Teil der Probleme gelöst, denn solche Programme bieten keine Hilfe beim Entwurf und der Vorbemessung von Deckenstärke und Spannbewehrung und fordern erhebliche Anschlussarbeit, bis der angefallene Zahlenberg in eine sichere Bemessung umgemünzt ist.

Im vorliegenden Beitrag wird gezeigt, wie diese Schwierigkeiten gemeistert werden können. Das *vorgeschlagene Verfahren* ermöglicht eine rasche, interaktive Vorbemessung und eine anschliessende automatische Berechnung und Bemessung von vorgespannten Flachdecken praktisch in einem Arbeitsgang mit Hilfe eines Tisch-Computers, wie er heute bereits in vielen Projektierungsbüros zur Verfügung steht. Die Grundlage des Berechnungsverfahrens ist eine «statische Methode» im Sinne der Plastizitätstheorie und benutzt Lösungen der elastischen Theorie dünner Platten. Als solche führt sie zu unteren Grenzwerten der Traglast oder – mit anderen Worten – zu einer sog. «sicheren» Lösung. Diese Eigenschaft unterscheidet das Verfahren von anderen Berechnungs- und Bemessungsvorschlägen für vorgespannte Flachdecken [5], die auf der Basis der «kinematischen Methode» zu oberen, auf der unsicheren Seite liegenden Werten der Traglast führen.

Bild 1. Flachdecke mit Stützstreifen-Vorspannung (Foto im Bauzustand)

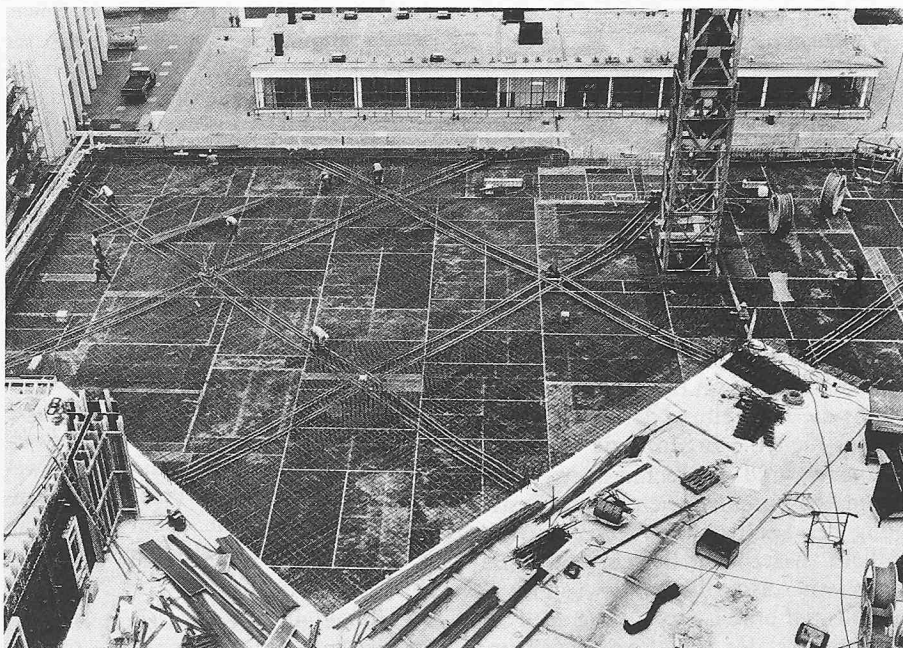
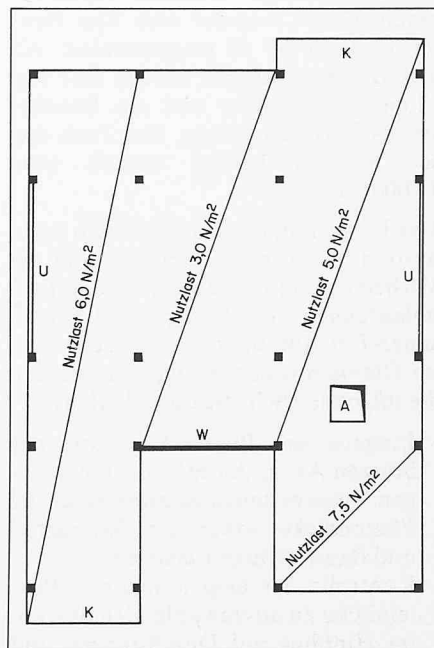


Bild 2. Grundriss einer Flachdecke



### Ziel von Berechnung und Bemessung

Im allgemeinen liegen der Umriss der Flachdecke, die Stützenanordnung und die aufzunehmenden Nutzlasten fest. Es ist *Aufgabe des Ingenieurs*, geeignete Werte für

- Plattenstärke und
- Stützenabmessungen festzulegen, die
- Spannkabelanordnung sowie
- Anzahl und Typ der Spannkabel zweckmässig zu wählen und den
- Querschnitt der notwendigen schlaffen Bewehrung an allen massgebenden Punkten der Flachdecke zu bestimmen.

Dabei stehen die Anforderungen an die

- Tragsicherheit (Biegung und Durchstanzen) und die
- Gebrauchsfähigkeit (Durchbiegungen, Rissebeschränkung)

im Vordergrund. Daneben sind natürlich auch Aspekte der Herstellung (Betonieretappen usw.) zu beachten.

Während bis vor noch nicht allzulanger Zeit die Lasten und die Schnittkraftverteilung des Gebrauchszustandes zum Ausgangspunkt der Bemessung gewählt wurden, wird *neuerdings in einem ersten Schritt* so bemessen, dass die Forderung nach ausreichender Tragsicherheit erfüllt ist. Bei der Ermittlung der Schnittkräfte unter rechnerischer Bruchlast ist man damit etwas freier und muss sich nicht eng an der Schnittkraftverteilung in elastischen Systemen orientieren. Erst *in einem zweiten Schritt* wird dann die so bemessene Konstruktion auf Gebrauchsfähigkeit überprüft, und zwar in der Regel in der Form von Durchbiegungs- und Risse-Nachweisen unter Gebrauchslasten.

### Das Computer-Programm

Das hier vorgeschlagene Berechnungs- und Bemessungs-Verfahren wurde für einen *Tisch-Computer* vom Typ Hewlett-Packard HP 85 programmiert. Als Zusatz-Einrichtungen werden eine sog. Floppy-Disk-Station und ein Drucker im A4-Format benötigt. Der Preis dieses Systems beträgt zurzeit etwa 18 000.- Fr.

Das Programm besteht aus einem *interaktiven Teil* für den Entwurf und die Vorbemessung und einem *automatisch ablaufenden Berechnungs- und Bemessungs-Teil*. Im interaktiven Teil, d. h. im Dialog mit dem Computer, werden die folgenden Schritte durchlaufen:

- Eingabe des Platten-Umrisses, der Stützen-Axen, der Stützenabmessungen, eines ersten Schätzwertes für die Plattendicke sowie der Nutzlasten und Baustoff-Eigenschaften
- Kontrolle der angenommenen Plattendicke an auszuwählenden Stützen im Hinblick auf Durchstanzen und

Biegung. Am Bildschirm erscheinen Hinweise auf allenfalls nötige oder mögliche Änderungen sowie Vorschläge für eine geeignete Stützstreifen-Vorspannung an diesen Stellen der Flachdecke.

Auf Grund dieser Hinweise und Vorschläge kann in schrittweiser Annäherung der Entwurf, insbesondere auch hinsichtlich der Spannkabel-Anordnung, bereinigt werden, wobei die notwendigen Berechnungen ausserordentlich rasch ablaufen. Der Computer liefert für diese Entwurfsarbeit auf dem Drucker schematische und auf dem Papierstreifen des Rechners geometrisch korrekte grafische Unterlagen.

Im Anschluss an diesen interaktiven Teil werden die endgültigen Werte und vor allem die Vorspannung eingegeben. Damit ist der Rechner bereit für die automatische Berechnung der Schnittkräfte und die anschliessende Bemessung der notwendigen schlaffen Bewehrung.

Nach einer gewissen, vom Umfang des Problems abhängigen Rechenzeit, liefert das Rechenprogramm in Form eines zweckmässig geordneten Ausdrucks die

- Quittung der eingegebenen Daten
- sowie in den sog. Bemessungspunkten (Feldmitten, Mitten zwischen Stützen, Stützenmitten) die folgenden Werte:
- Biegemomente  $m_g$  aus Eigenlast
- Biegemomente  $m_p$  aus Vorspannung
- Grenzwerte der Biegemomente  $\max m_q$  und  $\min m_q$  aus Nutzlasten
- maximale Randzugspannungen aus Biegung (an der homogenen Platte gerechnet)
- Querschnitte der erforderlichen schlaffen Bewehrung oben und unten in den zwei randparallelen Richtungen
- Durchbiegungen aus Dauerlasten (Eigenlast und Vorspannung).

Das Programm liefert weiter die maximalen und minimalen Stützendrücke und erbringt die notwendigen Durchstanznachweise an allen Stützen.

Der Ausdruck kann sich auf Wunsch auch nur auf einzelne Felder und auf einzelne Werte (z. B. nur auf die notwendige schlaffe Bewehrung in den Bemessungspunkten) beschränken. Dieser Ausdruck kann direkt als Grundlage für die Herstellung der Bewehrungspläne dienen. Ergänzende Untersuchungen und Berechnungen «von Hand» beschränken sich auf die Festlegung der Spaltzugbewehrung und allfälliger zusätzlicher Bewehrung im Bereich von Aussparungen usw. sowie allenfalls auf eine Überprüfung der Rissgefahr bzw. der schlaffen Bewehrung

hinsichtlich Beschränkung der Rissbreiten.

### Ermittlung der Schnittkräfte

Während die Bemessung der schlaffen Bewehrung weitgehend bekannten Gedankengängen folgt und im Rechenprogramm vor allem ein organisatorisches Problem bildet, liegen der Ermittlung der Schnittkräfte teilweise neue Überlegungen zugrunde, die eine etwas breitere Darstellung rechtfertigen.

### Einsatz der Plastizitätstheorie

Bei der Berechnung von Stahlbetontragwerken, insbesondere jedoch von Stahlbetonplatten, finden die Erkenntnisse der Plastizitätstheorie in steigendem Masse Eingang. Es ist praktisch sicher, dass die in Revision befindliche Norm SIA 162 davon Gebrauch machen wird, insbesondere auch für vorgespannte Flachdecken, da hier die geforderte *Duktilität unter Bruchbedingungen* in der Regel vorhanden ist.

Es erscheint angesichts des hier zu entwickelnden Gedankenganges angebracht, kurz auf die beiden sog. *Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie*, den zur kinematischen Methode gehörenden oberen und den zur statischen Methode gehörenden unteren Grenzwertsatz, einzugehen. Obwohl diese Sätze einem mit der Plastizitätstheorie nicht besonders vertrauten Leser zunächst recht komplex erscheinen mögen, sind sie in der Anwendung oft ausserordentlich einfach. Dies zeigen auch die zahlreichen Beispiele in [11].

Der *obere Grenzwertsatz* lässt sich beispielsweise wie folgt formulieren: «Jede Belastung, zu der sich ein beliebiger, instabiler, kinematisch zulässiger Bewegungszustand angeben lässt, ist grösser als die Traglast.» Ein «kinematisch zulässiger Bewegungszustand» ist dabei ein mit den Lagerungsbedingungen verträglicher Bewegungszustand, den das System nach Ausbildung einer genügenden Anzahl von «plastischen Gelenken» aufweisen kann. An solchen Bewegungszuständen «arbeiten» die gegebenen Lasten bzw. Kräfte und erbringen die Arbeit  $A_a$ . Andererseits lässt sich die Arbeit  $A_d$  in den plastischen Gelenken aus den plastischen Momenten multipliziert mit den zugehörigen Winkeldrehungen der plastischen Gelenke ermitteln. Der Bewegungszustand wird als instabil bezeichnet, wenn die Arbeit  $A_a$  der Lasten die Arbeit  $A_d$  in den plastischen Gelenken übersteigt.

Die *Bruchlinientheorie* ist ein Beispiel für die Anwendung des oberen Grenz-



wertsatzes auf Platten. Sie liefert – als kinematische Methode – bekanntlich obere, d. h. auf der unsicheren Seite liegende Ergebnisse. Zu jeder Bruchlinien-Konfiguration gehört – bei gleichbleibender Bewehrung – eine andere Traglast. Alle liegen über der wirklichen Traglast. Wenn es möglich wäre, alle möglichen Bruchlinien-Konfigurationen zu untersuchen, so wäre lediglich der kleinste aller für die Traglast gefundenen Werte gleich der Traglast selbst. Da dies aus naheliegenden Gründen nicht möglich ist, bleibt bei der Anwendung der Bruchlinientheorie immer ein etwas unbefriedigendes Gefühl zurück, vielleicht doch mehr oder weniger stark die Traglast überschätzt zu haben. Daneben hat die kinematische Methode natürlich auch unbestreitbare Vorteile: Sie liefert rasch und elegant brauchbare Schätzwerte für die Traglast, über deren Charakter man jedoch keinesfalls im Unklaren bleiben darf.

Im übrigen ist es einleuchtend, dass die kinematische Methode keine Aussagen über die Gebrauchsfähigkeit der betrachteten Konstruktion gestattet. Für entsprechende Nachweise sind Grundlagen bereitzustellen, die sich – wenigstens bis zu einem gewissen Grade – auf elastische Berechnungsverfahren abstützen.

Im Gegensatz zur kinematischen Methode führt die statische Methode, d. h. die Anwendung des unteren Grenzwertsatzes, zu auf der sicheren Seite liegenden Ergebnissen. Dieser *untere Grenzwertsatz* lässt sich z. B. wie folgt formulieren: «Jede Belastung, zu der sich ein beliebiger stabiler, statisch zulässiger Spannungszustand angeben lässt, ist kleiner als die Traglast.» Ein «statisch zulässiger Spannungszustand» ist dabei ein beliebiger, durch Lasten bzw. Kräfte zusammen mit Auflagerkräften und Schnittkräften gegebener Gleichgewichtszustand. Einen solchen Gleichgewichtszustand nennt man stabil, wenn er nirgends die sog. Plastizitätsbedingungen verletzt. Bezogen auf Biegemomente beispielsweise ist er stabil, wenn nirgends die Biegemomente aus den Lasten die plastischen Momente übersteigen.

Während die Definition beliebiger Gleichgewichtszustände für Stabtragwerke ausserordentlich einfach ist (z. B. durch willkürliche Annahme von sog. überzähligen Grössen in statisch unbestimmten Systemen), ist die *Ermittlung von Gleichgewichtszuständen* in Platten nicht immer einfach. Die bekannte Methode des stellvertretenden Rahmens für die Berechnung von Pilz- und Flachdecken liefert jedoch z. B. einen solchen Gleichgewichtszustand, den man der Bemessung – bei entsprechend

angepassten Annahmen über die Momentenverteilung im Stützenbereich – zugrunde legen kann. Auch alle nach der elastischen Theorie dünner Platten ermittelten Beanspruchungszustände sind im Sinne des unteren Grenzwertsatzes Gleichgewichtszustände und ein entsprechend mit Bewehrung versehenes Stahlbeton-Plattentragwerk ist «sicher». Wood [13] hat im übrigen gezeigt, dass eine auf diese Art bemessene Platte auch ein zufriedenstellendes Verhalten im Gebrauch zeigt. Auch das Gewicht der zugehörigen notwendigen Bewehrung liegt recht nahe am erreichbaren Minimum.

Aus Vorstehendem wird klar, dass der Anwendung des unteren Grenzwertsatzes der Vorzug gegeben werden sollte, und dass die Anlehnung an «elastische» Gleichgewichtszustände durchaus sinnvoll ist. Aus den angegebenen Gründen wird bei der vorgeschlagenen Berechnungsmethode vom unteren Grenzwertsatz ausgegangen. Die in der Folge der Bemessung zugrundegelegten Gleichgewichtszustände stützen sich überdies auf die Ergebnisse der elastischen Plattentheorie. Das Ergebnis der Schnittkraftberechnung kommt dem elastischen Gleichgewichtszustand sehr nahe und ist damit auch eine sehr gute Grundlage für die Überprüfung des Gebrauchsverhaltens.

#### Grundidee des vorgeschlagenen Berechnungsverfahrens

Die Grundidee des vorgeschlagenen Berechnungsverfahrens besteht in einer *Überlagerung von Gleichgewichtszuständen*, die an zwei verschiedenen gelagerten Plattenfeldern in enger Anlehnung an die Ergebnisse der elastischen Plattentheorie definiert werden. Es wird zwischen dem sog. *Grundfeld* und dem sog. *Korrekturfeld* unterschieden, deren Lagerungsbedingungen dem Bild 3 zu entnehmen sind. Im Prinzip werden die Gleichgewichtszustände für Eigenlast, Nutzlast und Vorspannung am Grundfeld ermittelt, während am Korrekturfeld lediglich Randlasten und Randmomente angreifen, die zur Erfüllung von Gleichgewichtsbedingungen und zur näherungsweisen Berücksichtigung von Verträglichkeitsanforderungen zwischen aneinanderstossenden Plattenfeldern der Flachdecke benötigt werden. Es dürfte ohne weiteres klar sein, dass die Überlagerung von einzelnen Gleichgewichtszuständen, gleichgültig ob am Grundfeld oder am Korrekturfeld gewonnen, wieder Gleichgewichtszustände sind [6]. Von dieser Tatsache wird Gebrauch gemacht.

Es seien nun zwei benachbarte Plattenfelder 0 und 1 einer Flachdecke unter z. B. verteilter Belastung betrachtet

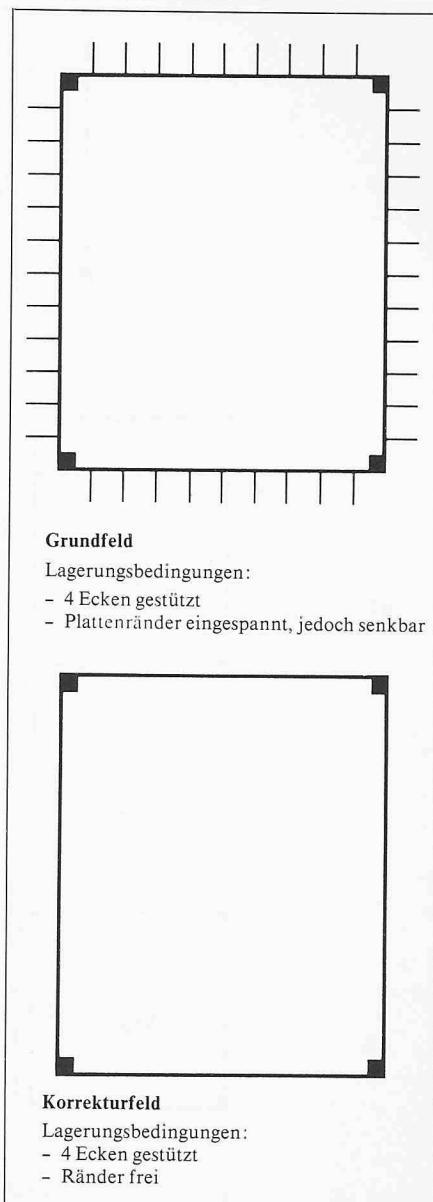


Bild 3. Grundfeld und Korrekturfeld, mit Lagerungsbedingungen

(Bild 4). Ihre Begrenzung ist definitionsgemäss durch die Stützenachsen gegeben. In einem ersten Schritt werden nun an den Grundfeldern dieser beiden Plattenfelder 0 und 1 die zur verteilten Belastung gehörigen Gleichgewichtszustände ermittelt. Insbesondere ergeben sich dabei *Einspannmomente am gemeinsamen Rand ABC*, deren Verteilung sowohl für das Feld 0 als auch für das Feld 1 aus Bild 4b ersichtlich ist. Es ist offensichtlich, dass bei ungleich grossen, benachbarten Feldern oder ungleichen Belastungen diese Einspannmomente verschieden sind. Legt man die Felder nebeneinander, erkennt man, dass die Differenz dieser Einspannmomente (z. B. im Sinne der Methode von Cross) einem *Festhaltungsmoment*  $\Delta M$  mit gewisser Verteilung entlang des Schnittes ABC entspricht, welches in Wirklichkeit nicht vorhanden ist. Gleichgewicht entlang dieses Schnittes ist erst dann gegeben, wenn

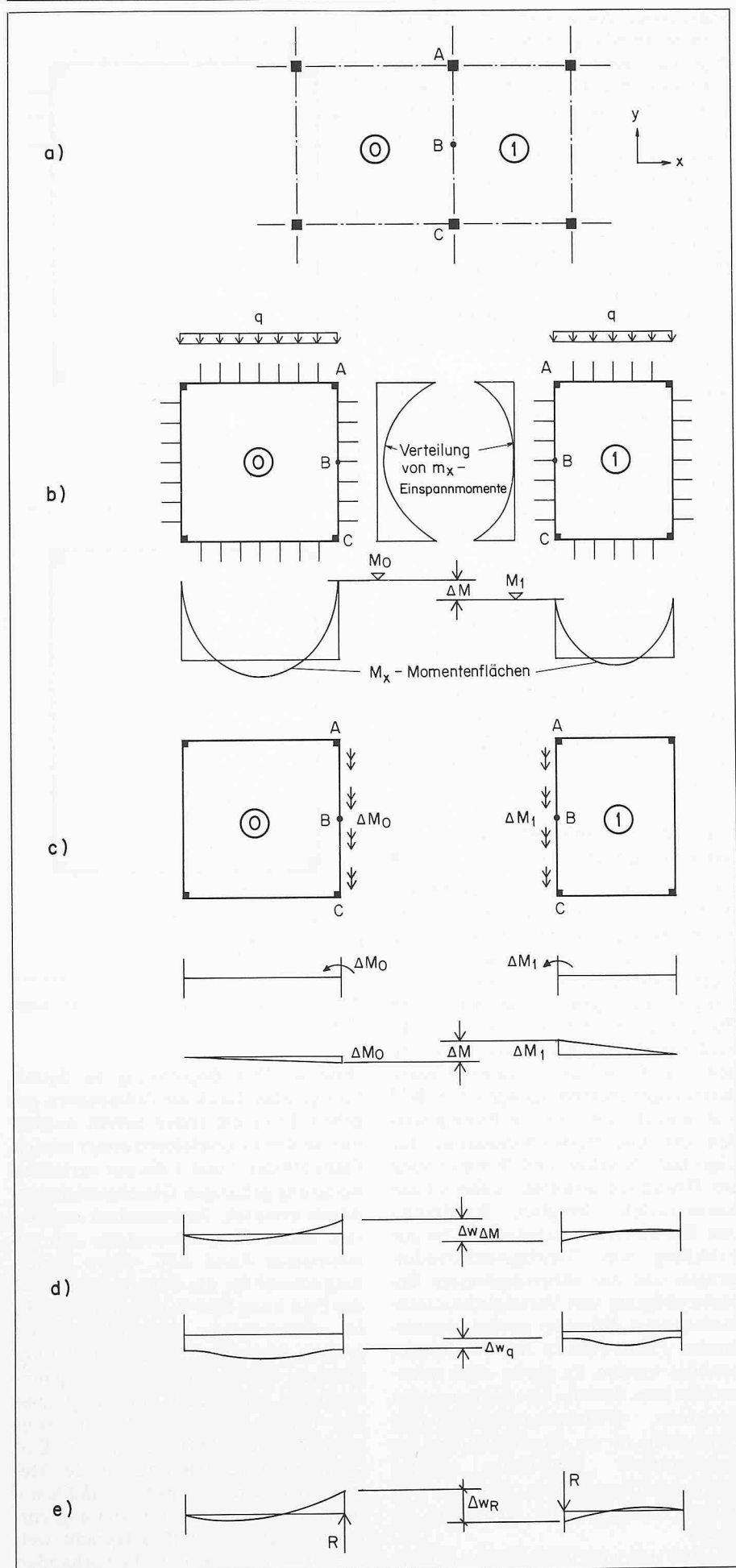


Bild 4. Prinzip des Momenten-, Neigungs- und Durchbiegungsausgleichs längs eines gemeinsamen Randes zweier Plattenfelder

den an den beiden Grundfeldern aus verteilter Belastung ermittelten Gleichgewichtszuständen je ein Gleichgewichtszustand überlagert wird, die zusammen dem «umgekehrten» Festhaltungsmoment entsprechen. Diese Korrektur wird nun – der Grundidee entsprechend – an den entsprechenden Korrekturfeldern 0 und 1 ermittelt (Bild 4c). Damit bleibt die Korrektur auf die beiden betrachteten Felder beschränkt. Insbesondere ergeben sich an den drei übrigen Rändern der beiden Plattenfelder keine zusätzlichen Einspannmomente (wie das z. B. bei der korrekten «Fortleitung» der Korrekturmomente beim Cross'schen Verfahren der Fall wäre). Mit diesem Korrekturschritt an den speziell auf diese Begrenzung der Auswirkung hin konzipierten Korrekturfeldern geht nun offenbar der aus der elastischen Plattentheorie gewonnene Gleichgewichtszustand verloren. Allerdings bleibt ein Gleichgewichtszustand, der diesem sehr nahekommt. Im übrigen ist offensichtlich, dass bei gleich grossen Feldern und gleich grosser Belastung eine Korrektur entfällt. Der an den Grundfeldern ermittelte Gleichgewichtszustand entspricht in diesem Fall dem elastischen Gleichgewichtszustand dieses Plattenfeldes der Flachdecke.

Obleich nun längs des Schnitts ABC Gleichgewicht herrscht, sind die Verformungen der hier zusammenstossenden Plattenfelder nicht verträglich. Insbesondere sind die Durchbiegungen im Punkt B ungleich (Bild 4d). Ein solcher Widerspruch im Verformungsverhalten ist im Rahmen der Beurteilung der Tragsicherheit mittels statischer Verfahren streng genommen ohne Bedeutung und könnte bestehen bleiben. Da jedoch die Schnittkräfte auch zur Beurteilung des Gebrauchsverhaltens herangezogen werden sollen, muss die Verträglichkeit wenigstens näherungsweise herbeigeführt werden durch Einführung von korrigierenden Vertikalkräften (Bild 4e), die am betrachteten Rand ABC angreifen. Auch deren Wirkung wird an den entsprechenden Korrekturfeldern untersucht. Durch Formulierung entsprechender Bedingungen gelingt es, die Neigungen der Biegefläche senkrecht zum Schnitt ABC in den Punkten A, B und C und die Durchbiegungen der beiden Plattenfelder 0 und 1 im Punkt B in Übereinstimmung zu bringen. Im Falle einer Wand unter der betrachteten Axe wird die Durchbiegung zu Null gesetzt, während im Falle eines Unterzugs für Verträglichkeit der Durchbiegungen von Platte und Unterzug im Punkt B gesorgt wird.

Durch Überlagerung des am Grundfeld ermittelten Gleichgewichtszustands aus verteilter Belastung mit den aus al-

len Korrekturen im Korrekturfeld ermittelten Gleichgewichtszuständen ergibt sich schliesslich ein Gleichgewichtszustand, der im Schnitt ABC statisch ohne Widersprüche und vom Verformungsverhalten her weitgehend verträglich ist.

### Ausweitung auf die ganze Platte

Bild 5 zeigt den Normalfall eines Feldes 0 einer Flachdecke mit den vier benachbarten Feldern. Der im vorhergehenden Abschnitt beschriebene Algorithmus wird nun nacheinander auf die vier das Plattenfeld begrenzenden Ränder angewendet. Damit sind alle vier Ränder statisch ohne Widersprüche und vom Verformungsverhalten her weitgehend verträglich. Der zugehörige Gleichgewichtszustand dieses Feldes wird im Anschluss an diese Berechnung gespeichert, zusammen mit den zugehörigen Verformungen in Feldmitte und in der Mitte zwischen den Stützen.

Wendet man das Verfahren nacheinander auf alle Plattenfelder an, ergeben sich in den betrachteten Bemessungspunkten der ganzen Flachdecke *Biegemomente*, die einem Gleichgewichtszustand entsprechen, der weitgehend demjenigen gleicht, den man aus einer elastischen Berechnung des Gesamtsystems (z. B. mit Finiten Elementen) als Grundlage für die Bemessung herleiten würde. Das gleiche gilt für die *Stützendrücke* und die *Durchbiegungen*.

Wendet man die beschriebene Prozedur nacheinander, d. h. getrennt, auf die *Eigenlast* der Platte, den *Lastfall Vorspannung* und die in ungünstiger Stellung angenommene *Nutzlast* an, erhält man sämtliche für die Bemessung notwendigen Grundlagen. Die Schnittkräfte, Stützendrücke und Durchbiegungen des Lastfalls Vorspannung werden dabei über die sog. Umlenkkräfte der Vorspannkabel ermittelt und entsprechen demnach der Wirkung der Vorspannung auf die Stahlbeton-Flachdecke. Eine zweckmässige Abfolge der notwendigen Rechengänge gestattet die Speicherung aller interessierenden Werte für Flachdecken bis zu 42 Feldern auf einem Disk der Floppy-Disk-Station. Von dort aus können sie für die Bemessung der Bewehrung und weitere Nachweise leicht wieder abgerufen werden.

Das Verfahren mit seinen immer in gleicher Art wiederholten, auf jeweils kleine zu verarbeitende Datenmengen beschränkten Rechengängen eignet sich vorzüglich für die beschränkte Rechnerkapazität des zugrundegelegten Tisch-Computers.

### Datenspeicher

Das Programm des Tisch-Computers

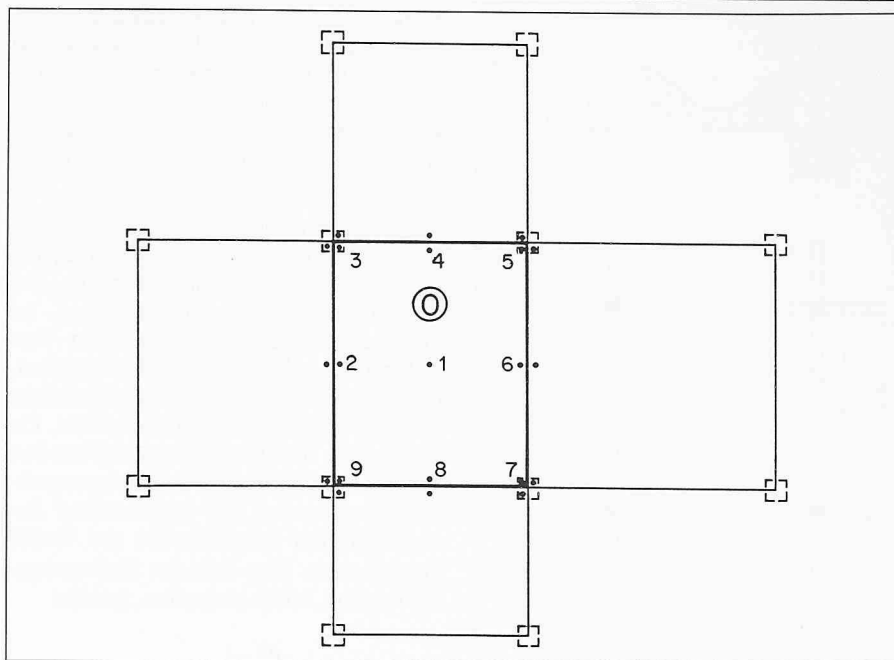


Bild 5. Betrachtetes Plattenfeld und Nachbarfelder, Punkte 1 bis 9: Bemessungspunkte des Plattenfeldes

berechnet die erwähnten elastischen Gleichgewichtszustände für Grundfelder und Korrekturfelder nicht selbst, sondern greift auf einen Datenspeicher zurück. Dieser enthält für ausgewählte *Seitenverhältnisse der Felder* alle interessierenden Grössen, welche aus extern, mittels Finiten-Elemente berechneten Lösungen gewonnen wurden. Eine zweckmässige Interpolation zwischen diesen – für ausgewählte Seitenverhältnisse gültigen – Werten gestattet die Berechnung von Flachdecken, deren Seitenverhältnisse zwischen 0,3 und 3,3 liegen. Die Auskragung von Kragfeldern, auf die in der vorstehenden Erläuterung des Grundgedankens nicht weiter eingegangen wurde, darf die senkrecht zur Auskragung gemessene Spannweite des Kragfelds nicht überschreiten.

### Schlaffe Bewehrung und Nachweise

Im Anschluss an die Berechnung der Schnittkräfte ermittelt das Programm *automatisch*, d. h. ohne weitere Eingriffe des Benützers, die notwendige schlaffe Bewehrung in allen Bemessungspunkten und erbringt die Durchstanznachweise an allen Stützen. Dabei werden sowohl konstruktive Gesichtspunkte als auch z. B. die zur Aufnahme von Drillmomenten im Bereich von Eckstützen notwendige Bewehrung berücksichtigt.

### Biegebewehrung

Die schlaffe Bewehrung wird in allen betrachteten Bemessungspunkten so bemessen, dass die in Richtlinie 34 der

Norm SIA 162 [10] geforderten Bedingungen

$$\frac{m_R}{1,3} \geq 1,4 (m_g + m_q) + m_z$$

$$\geq 0,8 m_g + 1,4 m_q + m_z$$

erfüllt sind. Hierin sind  $m_g$  bzw.  $m_q$  die nach dem im vorhergehenden Kapitel geschilderten Verfahren ermittelten Biegemomente aus Eigenlast bzw. Nutzlast,  $m_z$  das Zwängungsmoment aus Vorspannung und  $m_R$  das Bruchmoment im betrachteten Schnitt aus schlaffer Bewehrung und Spannstählen.

Es ist im vorliegenden Zusammenhang bemerkenswert, dass der durch die Werte  $m_z$  charakterisierte Gleichgewichtszustand einem *Eigenspannungszustand* entspricht, der sich über die ganze Flachdecke erstreckt und der im Sinne der Plastizitätstheorie die Traglast der Platte nicht beeinflusst. Dieser, sich über die ganze Flachdecke erstreckende Eigenspannungszustand kann deshalb, solange man sich um den Nachweis der Tragsicherheit bemüht, im Prinzip mit einem beliebigen Faktor multipliziert oder auch zu Null gesetzt werden. Es bedarf dabei wohl kaum der Erwähnung, dass dies natürlich nur mit einem einzigen, für alle Bemessungspunkte gleichermaßen gültigen Faktor geschehen darf.

Im Grunde genommen muss der Eigenspannungszustand  $m_z$  nicht einmal aus der Vorspannung hergeleitet werden, sondern ist beliebig wählbar. Es wäre deshalb naheliegend, für  $m_z$  einen Eigenspannungszustand einzuführen, der die Verteilung der schlaffen Bewehrung



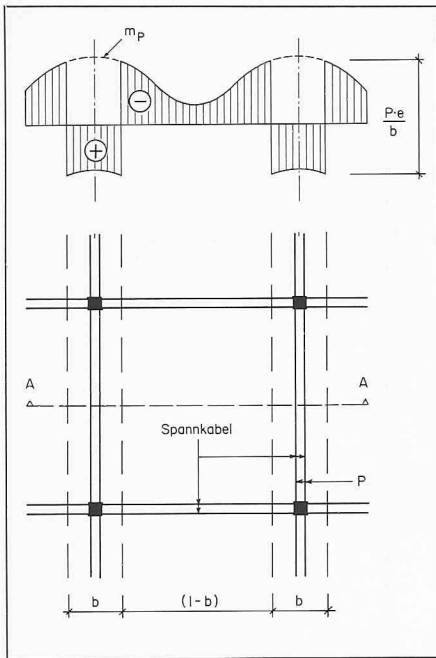


Bild 6. Verlauf des Zwängungsmomentes  $m_z$  im Schnitt A-A

rung in der Flachdecke günstig beeinflusst. Freilich muss die Flachdecke die nötige Duktilität aufweisen, um eine Umverteilung der Biegemomente vom Gebrauchszustand in die durch die Bewehrung vorgezeichneten Zonen zu ermöglichen.

Vergleichsrechnungen zeigen jedoch, dass die Herleitung des zu überlagernden Eigenspannungszustandes  $m_z$  aus der angeordneten Vorspannung zu einer ausserordentlich günstigen Verteilung der schlaffen Bewehrung führt, die insbesondere auch den Ansprüchen des Gebrauchs recht gut entspricht. Da die auf die Stahlbetonplatte wirkenden Biegemomente  $m_p$  aus Vorspannung ohnehin schon aus der dargestellten Berechnung der Schnittkräfte zur Verfügung stehen, lässt sich das Zwängungsmoment  $m_z$  leicht abspalten, gemäss

$$m_z = m_p - \frac{P \cdot e}{b}$$

worin  $P$  die im betrachteten Schnitt vorhandene Spannkraft,  $e$  ihre Exzentrizität zur Plattenmittelfläche und  $b$  eine zur Spannkraft  $P$  gehörende «mitwirkende» Breite sind. In Zonen ohne Vorspannung (bei reiner Stützstreifen-Vorspannung z. B. ausserhalb der Stützstreifen) gilt demnach

$$m_z = m_p$$

Bild 6 zeigt – schraffiert – die Verteilung des so ermittelten Zwängungsmomentes über einen durch die Mitte eines Feldes gehenden Schnitt. Es ist daraus ersichtlich, dass  $m_z$  zwischen den Stützstreifen die Ansprüche an die schlaffe Bewehrung entlastet, während die Ansprüche an den Biegezugwiderstand der Platte im Bereich der Stützstreifen steigen. Dort steht jedoch zusätzlich zur schlaffen Bewehrung – praktisch automatisch – der Querschnitt der vorgespannten Spannstähle verstärkend zur Verfügung. Ähnliches gilt für andere Schnitte bzw. Bemessungspunkte. Das Bemessungsprogramm führt deshalb  $m_z$  entsprechend vorstehenden Ausdrücken ein.

Die Berechnung des Bruchmomentes  $m_R$  erfolgt auf dem üblichen Weg (Gleichgewicht, Ebenbleiben der Querschnitte, Spannungs-Dehnungs-Diagramme von Beton, schlaffem Stahl und Spannstahl). Die Vordehnung der Spannstähle wird berücksichtigt. Für Spannstähle ohne Verbund setzt das Programm den Spannungszuwachs vorsichtigerweise zu Null an, setzt also die Spannung gleich der Vorspannung abzüglich aller Verluste. Dies ist leicht auf der sicheren Seite und entspricht den Bestimmungen der Richtlinie 34 der Norm SIA 162.

## Durchstanzen

Auch der *Durchstanznachweis* nimmt letzten Endes die durch die Richtlinie 34 [10] angedeutete Form an:

$$\frac{V_R}{1,3} \geq 1,4 V$$

worin  $V_R$  der Durchstanzwiderstand der Stahlbetonplatte und  $V$  die Stützkraft unter Gebrauchslasten sind.

In [1], [2], [4] und [14] wurde bereits auf den günstigen Einfluss der in den *Stützstreifen* angeordneten, d. h. unmittelbar über die Stützen geführten Spannkabel hingewiesen. Bezeichnet man mit

$$V_p = \sum P_i \sin \alpha_i$$

die Summe der Vertikalkomponenten aller den sog. Durchstanzzylinder (Bild 7) durchdringenden Spannkabel nach Abzug aller Verluste, kann als modifizierte Sicherheitsbedingung gelten:

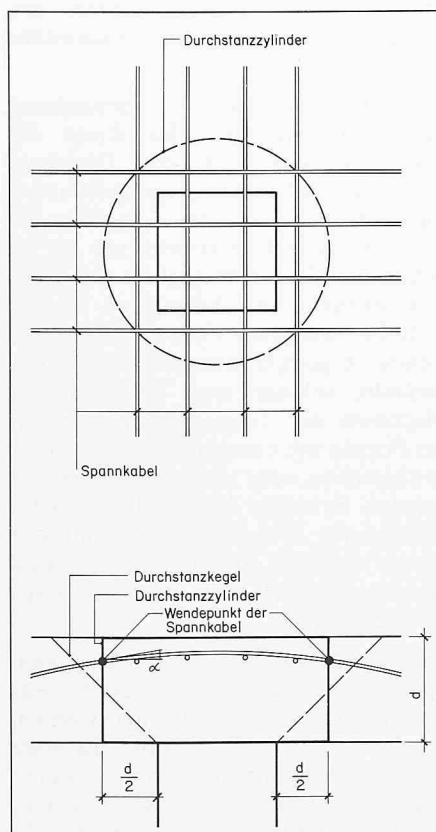
$$\frac{V_R}{1,3} + V_p \geq 1,4 V$$

Vorschläge für die Berechnung des Durchstanzwiderstandes  $V_R$  von Innenstützen finden sich in [3], [9] und [10] und weiteren Quellen. Auf diese Frage soll hier nicht weiter eingegangen werden. Bei vernünftiger Wahl der Plattenstärke und ausreichend bemessener Stützstreifen-Vorspannung wird in aller Regel eine eigentliche, aus senkrecht zur Plattenebene angeordneten Bügeln bestehende *Durchstanzbewehrung* entbehrlich.

Auch bei *Rand- und Eckstützen* ergeben sich normalerweise keine grösseren Schwierigkeiten als bei Innenstützen, stehen doch den auf gut die Hälfte bzw. ein Viertel reduzierten Durchstanzwiderständen auch entsprechend kleinere Stützkraften gegenüber. Das Bemessungsprogramm liefert auch hier die notwendige Bewehrung zur Sicherstellung des erforderlichen Durchstanzwiderstandes. Diese muss bei Eckstützen in beiden Richtungen unten liegen, bei Randstützen senkrecht zum freien Rand unten und parallel zum freien Rand oben. In dieser Hinsicht sind oft Fehler zu beachten, weshalb auf diese Eigenart mit Nachdruck hingewiesen werden soll [9].

Bei Rand- und Eckstützen ist in statisch-konstruktiver Hinsicht *besondere Sorgfalt* nötig. Wenn immer möglich, sollten die Stützen vom freien Rand ausreichend nach innen versetzt werden, was die Anordnung der schlaffen Bewehrung und der Verankerungen entscheidend erleichtert. Während parallel zum freien Rand über die Randstützen geführte Spannkabel ihren günstigen Beitrag zum Durchstanzwiderstand leisten, ist die Vertikalkomponente von Spannkabel, die senkrecht zum

Bild 7. Wirkung geneigter Spannglieder auf Durchstanzwiderstand



freien Rand auf die Randstützen laufen, oft klein. Bei Eckstützen ist dieser Beitrag, je nach Anordnung der Verankerungen, praktisch Null. Immerhin wirkt jedoch auch in diesen Fällen der durch die Verankerung erzeugte Spannungszustand auf den Durchstanzwiderstand günstig, auch wenn keine günstigen Vertikalkomponenten wirksam sind.

## Nachweis der Gebrauchsfähigkeit

Für den Nachweis der Gebrauchsfähigkeit von Flachdecken liefert das Rechenprogramm wesentliche Grundlagen, die allerdings – sofern ein Nachweis überhaupt nötig erscheint – «von Hand» noch weiter bearbeitet werden müssen.

## Durchbiegungen

Das Rechenprogramm liefert die *Durchbiegungen aus Eigenlast und Vorspannung* in den Feldmitten und in der Mitte zwischen den Stützen. Für Flachdecken mit regelmässigen Feldern entsprechen die Werte genau der elastischen Theorie dünner Platten, bei unregelmässiger Felderteilung handelt es sich, dem gewählten Berechnungsverfahren entsprechend, um – allerdings sehr gute – Näherungswerte.

Als Biegesteifigkeit berücksichtigt das Rechenprogramm die *Steifigkeit des ungerissenen, reinen Betonquerschnitts*. Diese Annahme ist zulässig, da die Biegemomente aus Gebrauchslasten einschliesslich Vorspannung in der Regel in weiten Bereichen der Flachdecke wesentlich kleiner sind als die zum Anreißen des Querschnitts führenden Rissmomente. Der *Einfluss des Kriechens des Betons* kann durch Vergrösserung der Durchbiegungswerte mit  $(1 + \varphi_n)$  berücksichtigt werden.

Normalerweise sind die Durchbiegungen vorgespannter Flachdecken sehr klein und führen bei vernünftiger Wahl von Plattenstärke und Vorspannung zu keinen Problemen. Dieses im Vergleich zu schlaff bewehrten Flachdecken erheblich günstigere Verformungsverhalten ist auf eine weitgehende Rissfreiheit und die stützende, den Belastungen

entgegengerichtete Wirkung der Vorspannung zurückzuführen.

In bezug auf Verformungen aus Schwinden des Betons und Temperaturänderungen unterscheiden sich vorgespannte Platten kaum von schlaff bewehrten Platten.

## Risssverhalten

In einer nach dem vorstehend skizzierten Verfahren bemessenen vorgespannten Flachdecke ergibt sich zusätzlich zu den Spannkabeln eine *schlaffe Bewehrung* in allen Zonen, in denen Betonzugspannungen aus Überlastung oder ungünstiger Nutzlaststellung auftreten können. Eine *Minimalbewehrung* (von z. B. 0,1% des Betonquerschnitts) kann vorgeschrieben werden und wird vom Rechenprogramm in allen diesen Zonen automatisch berücksichtigt. Dies führt zu einem ausgezeichneten Risssverhalten der Konstruktion und macht im Normalfall einen Nachweis entbehrlich.

Eine *Überprüfung des Spannungszustandes* kann im übrigen auf der Basis der vom Rechenprogramm gelieferten Randzugspannungen aus Biegemomenten leicht erfolgen. Hierzu müssen allerdings die auf die Vorspannung zurückgehenden Normalspannungen abgeschätzt und überlagert werden, wobei allfällige Behinderungen der Verkürzung der Platte in ihrer Ebene zu berücksichtigen sind. Hinweise hierzu enthält [1].

## Zusammenfassung

Der vorstehende Beitrag beschreibt in grossen Zügen eine auf einen Tisch-Computer zugeschnittene Methode für die Berechnung und Bemessung von vorgespannten Flachdecken. Die *Ermittlung der Schnittkräfte* stützt sich auf die statische Methode der Plastizitätstheorie, verwendet jedoch Grundlösungen, die sich weitgehend an die Ergebnisse der elastischen Plattentheorie anlehnen. Die *Bemessung der schlaffen Bewehrung* folgt in allen wesentlichen Teilen der Richtlinie 34 der Norm SIA 162. Das Verfahren führt zu einer «sicheren» Lösung des Bemessungsproblems und zu einer Anordnung der schlaffen Bewehrung, die ein vorzügliches Verhalten der Flachdecke im Gebrauch gewährleistet.

## Literaturhinweis

- [1] Desserich G., Narayanan R.: «Vorgespannte Flachdecken – Erfahrungen und Entwicklungen». Schweiz. Ingenieur und Architekt, Heft 37, 1980.
- [2] *Fédération internationale de la précontrainte*: «Recommendations for the design of flat slabs in post-tensioned concrete (using unbonded and bonded tendons)». FIP/25, May 1980.
- [3] Kinnunen S., Nylander H.: «Punching of concrete slabs without shear reinforcement». Transactions of the Royal Institute of Technology, Stockholm, No. 158, 1960.
- [4] Kägi R., Stamm K.: «Vorgespannte Flachdecken im Lagerhaus Schöntalhof Ruppertswil». Schweizerische Bauzeitung, Heft 49, 1973.
- [5] Losinger AG: «Vorgespannte Decken». Januar 1981, herausgegeben von der Fa. Losinger AG, Bern.
- [6] Marti P.: «Gleichgewichtslösungen für Flachdecken». Schweiz. Ingenieur und Architekt, Heft 38, 1981.
- [7] Marti P., Ritz P., Thürlimann B.: «Pre-stressed concrete flat slabs». IVBH-Berichte S. 1/77.
- [8] Pralong J., Brändli W., Thürlimann B.: «Durchstanzversuche an Stahlbeton- und Spannbetonplatten», Bericht Nr. 7305-3. Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Birkhäuser Verlag Basel, Dezember 1979.
- [9] Schneider J.: «Stahlbetonbau». Vorlesungsautographie, Abteilung für Kulturtechnik und Vermessung, ETH Zürich, 1982.
- [10] Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein: «Norm für die Berechnung, Konstruktion und Ausführung von Bauwerken aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, SIA 162 (Ausgabe 1968), SIA 162/RL 34 (Ausgabe 1976).
- [11] Thürlimann B., Marti P.: «Plastizität im Stahlbeton». Vorlesungsautographie, Abteilung für Bauingenieurwesen ETH Zürich, 1981.
- [12] Wolfensberger R.: «Traglast und optimale Bemessung von Platten». Technische Forschungs- und Beratungsstelle der Schweiz. Zementindustrie, Wildeggen 1964.
- [13] Wood R.H.: «Elastic and plastic behaviour of slabs and plates». Thames and Hudson, London, 1961.
- [14] Wüthrich W.: «Post-tensioned concrete flat slabs in building design and construction – the support-strip method of prestressing». Proceedings of the 9th International Congress of the FIP, 1982, Vol. 1, S. 78.

Adresse der Verfasser: R. Narayanan, M. Sc., c/o Stahlton AG, Riesbachstr. 57, 8034 Zürich, und Prof. J. Schneider, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, 8093 Zürich-Hönggerberg.

Programmierung für Tisch-Computer HP 85: Büro Heiniger, 8620 Wetzikon.