INHALT: Berechnung von Radscheiben. — Städtische Markthallen in Breslau. — Das Problem des Baues langer, tiefliegender Alpentunnels und die Erfahrungen beim Baue des Simplontunnels. — Vom Bau des Sitterviadukts der B. T. — Miscellanea: Stausee in der Lank bei Appenzell für das Kubelwerk St. Gallen. Kleine Wohnungen. Schweizer. Wasserwirtschaftsverband. Eidgen. Polytechnikum. Berner Münsterbahn. Hauenstein-Basistunnel. Ueberbauung des „Schlössli- und Susenberg-Areals" in Zürich IV. Die Zürcherstrasse-Unterführung in Winterthur. Schulhaus Arbon. Die II. Raumkunst-ausstellung im Zürcher Kunstgewerbemuseum. — Nekrologie: O. S. Zoller. — Vereinsnachrichten: Gesellschaft ehemaliger Studierender: Protokoll der Herbstsitzung des Ausschusses; Stellenvermittlung.
Tafel XXIV: Montierungsgerüst des eisernen Mittelträgers der Sitterbrücke für die B.-T.

Band 54. *Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und genauer Quellenangabe gestattet.* **Nr. 22.**

Berechnung von Radscheiben.

Von Oberingenieur *Huldreich Keller* in Zürich.

In Nachstehendem soll eine Methode gezeigt werden, um von einer Radscheibe in rein analytischer Weise die Tangential- und Radial-Beanspruchungen zu berechnen, die durch Fliehkräfte oder andere, von Aussen angreifende Kräfte hervorgerufen werden. Von der Scheibe wird nur vorausgesetzt, dass sie homogen, dass sie symetrisch zur Mittelebene gebaut sei und nur sanfte Querschnittsübergänge aufweise.

Für den Rechnungsgang werden folgende Bezeichnungen eingeführt (Abbildung 1):

r in *cm:* der radiale Abstand des zu berechnenden Punktes von der Drehaxe.
b in *cm:* die Scheibenbreite (= Dicke) im Abstand r von der Drehaxe.
σ in kg/cm^2: die radiale Spannung.
τ in kg/cm^2: die tangentiale Spannung.
γ in kg/dm^3: das spez. Gewicht des Scheibenmaterials.
$g = 981$ $cm\,sek^{-2}$ die Erdbeschleunigung.
ω die Winkelgeschwindigkeit der umlaufenden Scheibe.
ν das Verhältnis der linearen Querkontraktion zur Längsdehnung, für Stahl = 0,3.
E in kg/cm^2: der Elastizitätsmodul.

Wir wollen eine Scheibe untersuchen, die sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω dreht:

Ein Scheibenelement, das sich im Abstand r von der Drehaxe befindet, wo der Scheibenquerschnitt die Breite b besitzt, hat bei einer radialen Höhe dr und einer tangentialen Länge $rd\varphi$ das Volumen:

$$dV = rd\varphi \cdot b \cdot dr$$ und die Masse:

$$dM = \frac{\gamma}{g \cdot 1000} \cdot rd\varphi \cdot b \cdot dr \text{ in } kgcm^{-1}sek^{-2}$$

Diese Masse entwickelt die Fliehkraft

1) $$d\varphi\, dC = \frac{\gamma}{981000} \cdot rd\varphi \cdot b \cdot dr \cdot r\omega^2 \text{ in } kg.$$

Gemäss nebenstehender Skizze wirkt auf die innere Begrenzungsfläche des Scheibenelementes die Kraft

$$S = rd\varphi \cdot b \cdot \sigma$$

auf die äussere Begrenzungsfläche die Kraft $S + dS$. Diese beiden einander entgegengesetzt gerichteten Kräfte ergeben eine Resultierende, die man erhält, wenn man den Ausdruck für S differenziert:

2) $$dS = (rbd\sigma + b\sigma dr + r\sigma db)\, d\varphi$$

Ferner wirken auf das Scheibenelement die beiden Seitenkräfte T, von denen jede

3) $$T = b \cdot dr \cdot \tau$$

Nun müssen die in der Richtung des Radius wirkenden Kräfte, bezw. ihre Radial-Komponenten sich das Gleichgewicht halten:

$$dS - 2T \sin\frac{d\varphi}{2} + d\varphi\, dC = 0$$

Berücksichtigt man, dass $\sin\frac{d\varphi}{2} \sim \frac{d\varphi}{2}$ gesetzt werden kann, so ergibt sich

$$dS - Td\varphi + d\varphi\, dC = 0.$$

Setzt man in diese Gleichung die weiter oben gefundenen Werte ein, so erhält man nach Division mit $(dr \cdot d\varphi)$

$$rb\frac{d\sigma}{dr} + b\sigma + r\sigma\frac{db}{dr} - b\tau + \frac{dC}{dr} = 0.$$

Bei den auf der linken Seite dieser Gleichung befindlichen Summanden ist zu berücksichtigen, dass unter der mit den Spannungen σ und τ multipliziert erscheinenden Breite b nur die Netto-Breite der undurchbrochenen Scheibe, also nur deren wirklich tragende Breite zu verstehen ist. Wir wollen sie mit b_n (abgeleitet von „netto") bezeichnen. In dem Ausdruck dC dagegen erscheint die Brutto-Breite der Scheibe, d. i. diejenige Gesamt-Breite b_{br}, die den Netto-Querschnitt belastet, und in welcher zu der Netto-Breite b_n die Breite b_k hinzukommt, auf welche die Scheibe beispielsweise am Kranz durchbrochen ist und zu der ferner ein Betrag hinzukommt, der die Schaufeln berücksichtigt. Hat beispielsweise die Scheibe am ganzen Umfang z Schaufeln, die im Radius r die wirkliche Breite b^1 und die mittlere Dicke d haben, so ist für den Einfluss der Schaufeln auf die Fliehkraft ein Betrag einzusetzen

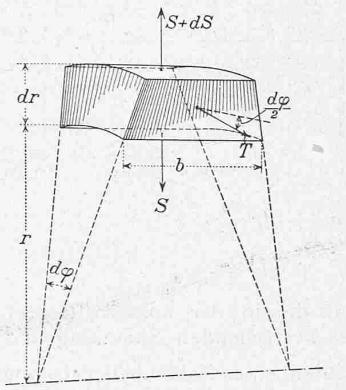

Abbildung 1.

$$b_{sch} = b^1 \frac{z \cdot d}{2\pi r}.$$

Der Brutto-Betrag der rechnerischen Scheibenbreite ist sodann

$$b_{br} = b_n + b_k + b_{sch}.$$

Die weiter oben gefundene Gleichung ist also zu ergänzen in die Gleichung:

4) $$rb_n\frac{d\sigma}{dr} + b_n\sigma + r\sigma\frac{db_n}{dr} - b_n\tau + \frac{\gamma}{981000} r^2 \omega^2 b_{br} = 0.$$

Durch Umstellen der Summanden und Division durch (rb_n) finden wir hieraus die erste Hauptgleichung:

5) $$\underline{\frac{d\sigma}{dr} = \frac{1}{r}(\tau - \sigma) - \frac{1}{b_n}\frac{db_n}{dr}\sigma + \frac{\gamma}{981000} r\omega^2\left(\frac{b_{br}}{b_n}\right)}$$

Nunmehr ist ein Ausdruck für $\frac{d\tau}{dr}$ zu suchen. Der Kreisumfang von der Länge $2\pi r$ dehnt sich unter dem Einfluss der Tangentialspannung τ und der Radialspannung σ um den Betrag

$$\Delta\, 2\pi r = \frac{2\pi r}{E}(\tau - \nu\sigma)$$

Dividiert man beiderseits durch 2π, so erhält man für die Dehnung des Radius r

6) $$\Delta r = \frac{r}{E}(\tau - \nu\sigma)$$

Durch Differenzieren dieser Gleichung ergibt sich

7) $$\Delta\, dr = \frac{1}{E}\Big[dr(\tau - \nu\sigma) + r(d\tau - \nu d\sigma)\Big]$$

Ferner dehnt sich das radial gerichtete Element dr unter dem Einfluss der Radial-Spannung σ und der Tangential-Spannung τ um den Betrag

8) $$\Delta\, dr = \frac{dr}{E}(\sigma - \nu\tau)$$

Durch Gleichsetzen der rechten Seiten der Gleichungen 7) und 8) und durch Multiplikation mit $\frac{E}{dr}$ erhalten wir

$$\tau - \nu\sigma + r\left(\frac{d\tau}{dr} - \nu\frac{d\sigma}{dr}\right) = \sigma - \nu\tau$$

hieraus als zweite Hauptgleichung:

9) $$\underline{\frac{d\tau}{dr} = \left(\frac{1+\nu}{r}\right)(\sigma - \tau) + \nu\frac{d\sigma}{dr}}$$

Die Gleichungen 5) und 9) bieten nun einen bequemen Weg, um für ein Scheibenelement die Zunahme der Radial- und der Tangentialspannungen zu berechnen. Ist nämlich für die innere Begrenzungsfläche irgend eines Elementes, dem wir den Index „1" geben wollen, und das im Abstand r von der Drehaxe liegend die radiale Höhe dr hat,