

III. Problèmes empruntés a la théorie des fonctions

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1900)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

7. *Géométrie de situation des courbes et des surfaces algébriques.*

Harnack a déterminé le nombre maximum de traits de courbe fermés et séparés les uns des autres dont peut se composer une courbe algébrique d'ordre m . On demande *d'étudier la situation réciproque de ces traits ; d'établir un théorème analogue à celui de Harnack pour les surfaces algébriques et d'examiner ensuite la situation réciproque des diverses nappes.*

III. PROBLÈMES EMPRUNTÉS A LA THÉORIE DES FONCTIONS

La notion de fonction est tellement générale, que, dans une étude approfondie, il faut se borner à n'en considérer que certaines classes particulièrement importantes.

Si l'on choisissait la classe des fonctions définies par des équations différentielles algébriques, un certain nombre de fonctions intéressantes échapperaient à nos recherches (ainsi la fonction $\zeta(s)$ de Riemann).

Si, d'autre part, nous considérons toutes les fonctions continues ayant des dérivées de tous les ordres, nous ne pourrions pas employer la méthode si souple des séries de puissances.

Il paraît donc légitime de vouer une attention toute spéciale aux fonctions analytiques ; les fonctions importantes étudiées jusqu'à présent rentrent du reste toutes dans cette catégorie.

8. *Caractère analytique de certaines fonctions rencontrées dans le calcul des variations.*

Un problème du calcul des variations

$$\iint F(z, p, q; x, y) dx dy = \min. \quad \left[\frac{\partial z}{\partial x} = p, \frac{\partial z}{\partial y} = q \right]$$

sera dit *régulier*, lorsque la fonction F est analytique et lorsqu'elle satisfait à l'inégalité

$$\frac{\partial^2 F}{\partial p^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial q^2} - \left(\frac{\partial^2 F}{\partial p \partial q} \right)^2 > 0.$$

Démontrer que la solution z d'un problème régulier est nécessairement une fonction analytique des variables x et y .

Voici encore un problème analogue plus spécial :

Examiner si les surfaces à courbure de Gauss constante et positive ne seraient pas toutes des surfaces analytiques.

9. *Existence d'équations différentielles linéaires ayant un groupe donné.*

Prenons dans le plan de la variable un nombre fini de points et fixons pour chacun d'eux un système de substitutions linéaires. *Démontrer qu'il existe une équation différentielle linéaire de la classe régulière admettant ces points comme points singuliers et ayant comme groupe le groupe de substitutions défini par les systèmes donnés.*

10. *Deux variables liées par une relation analytique quelconque peuvent être exprimées en fonction uniforme d'un paramètre z .*

Le beau théorème de M. Poincaré sur ce sujet, publié dans le Bulletin de la Société mathématique de France (t. XI, 1883), est encore astreint à quelques restrictions. Il serait important *d'établir le théorème dans toute sa généralité et surtout d'examiner si les variables sont toujours des fonctions automorphes du paramètre z .*

Il s'agirait en outre *d'étendre ce théorème au cas de plusieurs variables indépendantes.*

Pour un plus grand choix de problèmes, nous renvoyons le lecteur à l'article que nous allons publier dans le Bulletin de la Société des Sciences de Goettingue. (Nachrichten der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1900.)

CONCLUSION

Les problèmes précédents nous montrent la variété croissante des mathématiques. N'est-il donc pas à redouter que notre science ne se scinde en plusieurs branches n'ayant plus guère de rapports entre elles ?

Nous ne le croyons ni ne voulons l'espérer.

Nous voyons du reste que la mathématique, en se développant, bien loin de perdre son caractère de science unique, le manifeste de jour en jour plus clairement.