

EUCLIDIEN ET NON-EUCLIDIEN

Autor(en): **Andrade, Jules**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **2 (1900)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-3571>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

rer les mathématiques à un moulin qui moude admirablement ce qu'on lui donne à moudre, mais qui ne rend pas autre chose que ce qu'on lui a donné. — Gardons-nous donc d'y mettre rien de faux, rien d'arbitraire, rien de contraire au bon sens !

M. FROLOV (Genève).

EUCLIDIEN ET NON-EUCLIDIEN

M. Frolov est plutôt dur pour ceux qu'il appelle ⁽¹⁾ à tort *les non-euclidiens*.

Il paraît supposer que nous voulons interdire aux équerres le dessin des carrés et réclamer pour nous-mêmes le monopole de l'absurdité.

Que M. Frolov se rassure ! malgré les erreurs de raisonnement que renferme son article, je tiens celui-ci pour très intéressant.

Nous pouvons tous nous tromper, et l'étude de loyales erreurs de logique est précieuse pour ceux qui ont la curiosité des questions de pédagogie ; de plus, il y a des erreurs périodiques qu'il importe de souligner.

Il y a quelques années, dans une réunion que je ne préciserai pas davantage, j'ai entendu, formulée gravement, cette opinion « que la morale elle-même est intéressée à la démonstration du *postulatum d'Euclide* ; car, disait-on, si la certitude déserte même les mathématiques, que deviendront hélas, les vérités morales » ! Vous voyez le thème.

Je crois que la morale est plus qu'une convention, mais j'ai la certitude que le *postulatum d'Euclide* est une convention éminemment utile ; en ce sens, je reste euclidien ; mais l'étude des autres conventions possibles a aussi son intérêt, en ce sens je suis non-euclidien.

Il y a dans les sciences quelques autres conventions plus ou

(1) Voir *l'Enseignement mathématique*, 2^e année, p. 179-187, mai 1900.

moins utiles, le principe de l'inertie par exemple ; le rôle de ces diverses conventions est de simplifier soit le langage, soit nos images réduites du monde.

Parlons donc, avec M. Frolov, des images que nous faisons de l'espace.

Certains métaphysiciens croient expliquer le monde par des *points, centres de forces*, et suppléer ainsi à la matière.

Ils ne se doutent pas, les malheureux, que le géomètre lui-même, pour donner un appui à son espace, a besoin de la matière.

Prenons la définition logique de la droite :

Un ensemble primaire de points qui, dans un domaine suffisamment réduit est défini par deux de ces points.

Si, n'en déplaise à M. Frolov, nous savons *en toute certitude* que cette définition et la notion d'angle superposable à lui-même par ses deux faces, sont insuffisantes pour engendrer la Géométrie euclidienne, il nous faut cependant reconnaître que cette définition pour sortir du pur domaine de l'esprit doit être complétée par deux *hypothèses expérimentales*.

Première hypothèse. — Nous pouvons matérialiser dans des conditions physiques déterminées la définition d'une droite limitée ; en d'autres termes, *nous avons foi dans le mètre des Archives.*

Deuxième hypothèse. — Nous pouvons *prolonger une droite* grâce à notre confiance dans la propagation rectiligne de la lumière.

Ces deux confiances simultanées rendent possible la Géodésie.

La Géométrie est sans doute l'étude du groupe des déplacements, mais il faut ajouter que la Géométrie ne peut se réaliser en dehors de notre esprit que par une définition (un idéaliste pur dirait *une convention*) expérimentale qui nous donne : 1° un type d'assemblages qui ne cassent pas ; 2° un moyen de prolonger l'assemblage particulier qui porte le nom de droite.

Existe-t-il à l'égard de ces assemblages des vérifications de *la convention* euclidienne ?

On a dit qu'il existe de grands triangles astronomiques dans lesquels l'*observation* aurait montré que la somme des trois angles d'un triangle est égale à deux angles droits.

Cette assertion n'est pas exacte, et elle ne deviendra exacte que le jour où trois observateurs situés sur trois planètes différentes pourront, à un signal donné, se viser réciproquement les uns les autres.

Et même ce jour-là, l'expérience interplanétaire ne sera tout à fait probante que si nos trois astronomes ont étudié l'Optique non-euclidienne.

J'incline d'ailleurs à croire que lorsqu'une Physique non-euclidienne sera construite, on trouvera *d'excellentes raisons pour continuer à préférer la traduction euclidienne des phénomènes.*

Mais dans cette grande et belle école de logique qui s'appelle la Géométrie il n'y aura alors rien de changé.

Et, alors comme aujourd'hui, tous les penseurs qui voudront se donner la peine de réfléchir sauront démontrer que le postulat d'Euclide est indémontrable, c'est-à-dire que ni la Géométrie de Riemann, ni celle de Lobatchewsky ne renferment de contradiction intrinsèque.

Voici, de cette affirmation une démonstration simple et brève :

« Chacune des trois Géométries est caractérisée par ses propriétés métriques, c'est-à-dire par sa Trigonométrie plane ; mais celle-ci, sous l'une ou l'autre de ses trois formes, est la traduction de l'existence du groupe d'équivalence d'un système de vecteurs.

« Or, que l'existence générale du groupe d'équivalence ne renferme aucun élément de contradiction, c'est ce qui résulte du théorème suivant :

« Tout système de vecteurs est RÉDUCTIBLE à un vecteur unique R passant par un point arbitraire et à un couple G dont l'axe passe par le même point.

« Et la Trigonométrie plane de l'une des trois Géométries exprime que la réduction précédente appliquée à une paire de vecteurs contraires, ayant même ligne d'action, conduit à un vecteur R nul et à un couple G nul. »

Lorsque seront étudiés, dans l'enseignement moyen, des théorèmes tels que le précédent, les élèves cesseront de perdre leur temps dans la vaine recherche de *la démonstration* de la *convention* d'Euclide.

Jules ANDRADE (Montpellier).