Zur Bewertung thermodynamischer Prozesse

Autor(en): **Berchtold, M.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **88 (1970)**

Heft 12

PDF erstellt am: **28.03.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-84457

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Zur Bewertung thermodynamischer Prozesse

DK 536.7.001.1

Von Prof. **M. Berchtold**, ETH, Zürich

1. Koenergie und Koenthalpie als neue Zustandsgrössen

Die vielseitigen Anwendungen der technischen Thermodynamik auf den Gebieten der Wärmekraftmaschinen sowie denen der Kälte- und Verfahrenstechnik verlangen nach allgemein anwendbaren Bewertungskriterien. Diese haben auch bei der Ausbildung grosse Bedeutung, sind sie doch ein hervorragendes Mittel, mit den thermodynamischen Begriffen und den Hauptsätzen vertraut zu werden. Bei der späteren Ingenieurtätigkeit lassen sich die dabei gewonnenen Grundkenntnisse ohne weiteres auf neue Probleme in einer weiter entwickelten Technik anwenden.

Der Wunsch nach solchen allgemein gültigen Bewertungskriterien wurde längstens erkannt, was in der grossen Zahl publizierter Arbeiten zum Ausdruck kommt. Im vorliegenden Aufsatz sollen sie abgeleitet und auf einige Beispiele angewendet werden. Zu hoffen ist, dass junge Mitarbeiter in der Praxis mit ihnen nicht auf Ablehnung stossen, sondern sie nutzbringend anzuwenden verstehen. Zwar ist die Mannigfaltigkeit der von verschiedenen Autoren vorgeschlagenen Definitionen für den Ingenieur eher verwirrend, und es wäre verständlich, wenn mancher lieber bei den ihm vertrauteren, wenn auch viel weniger allgemein anwendbaren Kriterien bleiben würde.

Ein thermodynamischer Prozess (Prozess-Schritt) ist durch seine Zustandsänderung noch nicht vollständig bestimmt. Erst die Art der Wärmezufuhr, nämlich ob Wärme durch die Systemgrenze oder indirekt Arbeit durch Dissipation dem System als Wärme zugeführt wird, legt den Prozess endgültig fest. Bezüglich der Entropieänderung an sich ist der Ursprung der Wärme ohne Bedeutung. Für die Bewertung des Prozesses dagegen ist die Art der Wärmezufuhr entscheidend. Die Entropieänderung des Arbeitsmediums ist deshalb nach dem Ursprung der Wärme zu qualifizieren, indem darnach unterschieden wird, ob der Wärmeaustausch reversibel oder irreversibel erfolgt.

Ein weiteres thermodynamisches Potential wird verwendet, das in jedem Zustandspunkt bezüglich der Umgebung die bestenfalls gewinnbare Arbeit bzw. Leistung angibt. Der Potentialunterschied zwischen zwei Zustandspunkten stellt die in einem bestmöglichen Prozess gewinnbare oder aufzuwendende Arbeit bzw. Leistung dar. Jeder andere Prozess lässt sich mit diesem bestmöglichen vergleichen. Der von *Gouy-Stodola* [1] definierte Begriff der «*technisch freien Energie*» entspricht diesem Potential. *J. H. Keenan* [2], *Z. Rant* [5], *P. Grassmann* [3] [7], *H. D. Baehr* [8] und *L. Borel* [9] haben zur Beurteilung der Prozesse neue Namen (wie Availability, Exergie, Anergie, Koenergie und Koenthalpie) eingeführt.

Während sich alle Autoren über die thermodynamischen Grundlagen für die Prozessbewertung einig sind, bestehen verschiedene Ansichten über die Namen der zu verwendenden Begriffe. Für den Ingenieur scheinen die Darstellungen und Bezeichnungen von L. Borel am geeignetsten. Er gebraucht die Ausdrücke *Koenergie* für geschlossene Systeme und *Koenthalpie* für offene stationäre Systeme, womit er die in der Technik am häufigsten vorkommenden Fälle erfasst. Rant und Baehr verwenden den Begriff Exergie zur Energiebewertung im weiteren Sinne. Sie betrachten aber diesen nicht als identisch mit der technisch freien Energie nach [1], sondern sprechen von Exergie der inneren Energie, Exergie der Enthalpie und Exergie der Wärme. Sie meinen mit Exergie allgemein den gewinnbaren Arbeitsanteil. Exergie ist wegabhängig, stellt also kein Potential dar. Den Energieanteil, der als Wärme an die Umgebung geht, bezeichnen sie als Anergie.

Die allgemeinen Formulierungen von Borel sollen nachfolgend erörtert und deren Anwendungen anhand einiger Beispiele für einfache Systeme mit reinen Stoffen als Arbeitsmedien gezeigt werden[1]). Für die Anwendung auf kombinierte Kreisprozesse [4] [6], auf Strömungsprobleme, auf chemische Reaktionen im System sowie auf Zweistoffgemische lassen sich die Betrachtungen sinngemäss übertragen. Die eigentlichen Vorteile kommen erst in diesen Fällen voll zur Geltung, jedoch wird auf deren Behandlung im Rahmen dieses Aufsatzes mit Rücksicht auf den verfügbaren Raum verzichtet.

[1]) Die Übernahme der von L. Borel verwendeten Begriffe und Bezeichnungen dient der angestrebten Koordination des Unterrichts an unseren beiden Technischen Hochschulen, was sehr zu begrüssen ist. Die Red.

2. Verwendete Begriffe

Abgeschlossenes System:	keine Energie und keine Masse passieren die Systemgrenze
Geschlossenes System:	keine Masse passiert die Systemgrenze
Wärmeisoliertes (adiabates) System:	keine Wärme passiert die Systemgrenze
Offenes, stationäres System:	Masse und Energie passieren die Systemgrenze. Der Energieinhalt und der Masseninhalt des Systems bleiben zeitlich konstant
Inneres thermisches Gleichgewicht:	abgeschlossenes System, das, sich selbst überlassen, zeitlich unverändert bleibt
Äusseres thermisches Gleichgewicht:	Das System steht mit einem äusseren wärmespendenden oder wärmeabsorbierendem Reservoir im Gleichgewicht
Quasi-thermisches Gleichgewicht:	infinitesimale Veränderungen verteilen sich unmittelbar auf das ganze Gebiet des betrachteten Systems. Wärme kann ohne Temperaturdifferenz dem System zugeführt oder vom System abgeführt werden
Arbeitszufuhr:	Diese berechnet sich als das Produkt von Druck × Volumenänderung; sie tritt nur an den Systemgrenzen auf. Jedes Teilgebiet des betrachteten Systems erhält dieselbe spezifische Arbeit
Wärmezufuhr:	Steigt die Temperatur eines Stoffes, während dessen Volumen konstant bleibt, so ist die einzig mögliche Ursache dieser Zustandsänderung eine Wärmezufuhr. Diese hat für alle Teile die gleiche spezifische Energieaufnahme zur Folge
Änderung des thermodynamischen Zustandes:	die gleiche Zustandsänderung kann durch verschiedene Prozesse (reversible und irreversible) herbeigeführt werden
Dissipation:	Damit wird jede irreversible Umwandlung von Arbeit in Wärme bezeichnet

3. Liste der verwendeten Symbole

T	Temperatur			°K
p	Druck			N/m²
v	Spezifisches Volumen			m³/kg
ϱ	Dichte, spezifische Masse			kg/m³
m	Masse			kg
$\dot{m}$	Massenstrom			kg/s
a_i	Spezifische innere Arbeit für das geschlossene System	a_i^+	$= -\int p\,dv$	J/kg
a_i	Spezifische innere Arbeit für das offene System	a_i^+	$= \int v\,dp$	J/kg
a_a	Spezifische äussere Arbeit			J/kg
a_r	Spezifische Reibungsarbeit			J/kg
a_{Sti}	Spezifische innere Stangenarbeit (geschlossenes System)	a_{Sti}^+	$= -\int (p - p_u)\,dv$	J/kg
a_u	Spezifische Verschiebungsarbeit der Umgebung	a_u^+	$= -\int p_u\,dv$	J/kg
a_{eff}^+	Effektiv aufzuwendende spezifische Arbeit (= spezifische Stangenarbeit)	$a_{eff}^+ (= a_{St}^+)$	$= a_{Sti}^+ + a_r$	J/kg
A	Arbeit	A	$= a\,m$	J
$\dot{A}$	Leistung	$\dot{A}$	$= a\,\dot{m}$	W
q^+	Spezifische Wärmeenergie von Wärmequelle an System			J/kg
q_{ri}^+	Spezifische Wärmeenergie als Arbeitsdissipation im System			J/kg

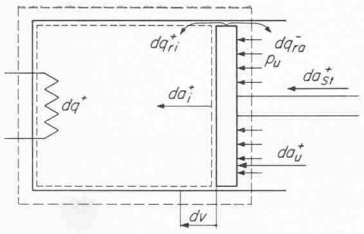


Bild 1. Modell eines infinitesimalen Kompressionsvorganges zur Herleitung des ersten Hauptsatzes; geschlossenes System

q_{ra}^-	Spezifische Wärmeenergie als Arbeitsdissipation ausserhalb des Systems			J/kg
Q	Wärmeenergie	Q	$= q\,m$	J
$\dot{Q}$	Wärmeenergiestrom	$\dot{Q}$	$= q\,\dot{m}$	W
u	Spezifische innere Energie	u	$= \int c_v\,dT$	J/kg
U	Innere Energie	U	$= u\,m$	J
i	Spezifische Enthalpie	i	$= \int c_p\,dT$	J/kg
I	Enthalpie	I	$= i\,m$	J
$\dot{I}$	Enthalpiestrom	$\dot{I}$	$= i\,\dot{m}$	W
s	Spezifische Entropie	s	$= \int (dq^+ + dq_{ri}^+)/T$	J/kg°
Δs_{rev}	Spezifische Entropieänderung des Systems oder eines beteiligten Reservoirs			J/kg°
Δs_{ir}	Spezifische Entropieänderung infolge Irreversibilität			J/kg°
Δs_{revi}	Spezifische Entropieänderung infolge Wärmezufuhr an das System			J/kg°
Δs_{iri}	Spezifische Entropieänderung infolge innerer Irreversibilität			J/kg°
Δs_{reva}	Spezifische Entropieänderung infolge Wärmezufuhr an ein beteiligtes Reservoir			J/kg°
Δs_{ira}	Spezifische Entropieänderung infolge äusserer Irreversibilität			J/kg°
S	Entropie der Masse m	S	$= s\,m$	J/°
$\dot{S}$	Entropiestrom des Massenstromes $\dot{m}$	$\dot{S}$	$= s\,\dot{m}$	W/°
j	Spezifische innere Koenergie	j	$= u - T_u\,s$	J/kg
J	Innere Koenergie der Masse m	J	$= j\,m$	J
j'	Spezifische Koenergie	j'	$= u - T_u\,s + p_u\,v$	J/kg
J'	Koenergie der Masse m	J'	$= j'\,m$	J
e	Spezifische Koenthalpie	e	$= i - T_u\,s$	J/kg
$\dot{E}$	Koenthalpiestrom des Massenstromes $\dot{m}$	$\dot{E}$	$= e\,\dot{m}$	W

Indices (soweit nicht schon mit Symbol definiert)

$+$	dem System zugeführt
$-$	vom System abgeführt
$\circ$	beim einmaligen Durchlaufen des Kreisprozesses
o	oben
u	Umgebung, auch unten
α	Eintritt in das System
ω	Austritt aus dem System

In allen Fällen, wo Systeme als Zylinder mit einem Kolben dargestellt werden, wird ideale Dichtung vorausgesetzt. Es werden nur einfache Systeme behandelt, in denen das Arbeitsmedium eine unveränderte chemische Zusammensetzung aufweist. Stoffe, die ihre Phasen ändern, haben bei konstantem Druck eine konstante Verdampfungstemperatur. Eine Zustandsgrösse wird durch eine Zahl und eine Messvorschrift bestimmt. Sie ist unabhängig vom Weg, auf dem der Zustand erreicht wird. Das Differential einer Zustandsgrösse ist ein totales Differential, wofür das Schwarzsche Theorem (zweimalige kreuzweise Ableitungen sind gleich) gilt. Ein reversibler Vorgang ist eine Zustandsänderung, die in der einen wie in der entgegengesetzten Richtung ablaufen kann, wobei die Arbeit das Vorzeichen aber nicht den Betrag ändert und die ausgetauschte Wärme jeweils bei der entsprechenden Temperatur, also ohne Temperaturdifferenz, von einem Wärmereservoir bezogen oder an ein solches abgegeben wird. Ein irreversibler Vorgang ist eine Zustandsänderung, bei der Arbeit dissipativ in Wärme umgesetzt wird oder ein Wärmeaustausch mit endlicher Temperaturdifferenz erfolgt.

4. Der erste Hauptsatz (Energieerhaltungssatz)

4.1 Geschlossenes System

Das System bestehe aus einem gas- bzw. dampfförmigen Arbeitsmedium von der Masse $m = 1$ kg, das in einem Zylinder mit Kolben eingeschlossen ist. Die dem System zugeführte Kolbenarbeit ist definitionsgemäss für das System positiv, Bild 1.

Die infolge Reibung da_r aus der Kolbenarbeit entstehende Wärme dq_r wird teilweise an das Arbeitsmedium als dq_{ri}^+ und teilweise nach aussen als dq_{ra}^- abgegeben.
Es ist:

$$da_r = dq_{ri}^+ + dq_{ra}^- \tag{1}$$

Die Vorzeichen $^+$ und $^-$, die als Exponenten angeschrieben werden, bedeuten, dass die betreffenden Energiebeträge dem System zugeführt (positiv), bzw. vom System abgeführt (negativ) werden.

Die bei einem Kompressionsvorgang von aussen an den Kolben zugeführte Arbeit da_a^+ besteht aus der Stangenarbeit da_{St}^+ und der Verschiebungsarbeit da_u^+ des auf den Kolben wirkenden Umgebungsdruckes p_u. Es gilt daher:

$$da_a^+ = da_{St}^+ + da_u^+ = da_{St}^+ - p_u\,dv$$

$$da_{St}^+ = da_a^+ + p_u\,dv \tag{2}$$

In dieser Gleichung bedeutet da_{St}^+ den aufzuwendenden Arbeitsbetrag. Für die an den Kolben abgegebene Arbeit da_a^+ gilt weiter:

$$da_a^+ = da_i^+ + da_r = da_i^+ + dq_{ri}^+ + dq_{ra}^- \tag{3}$$

Dabei bedeutet da_i^+ die vom Kolben an das Gas abgegebene, bzw. dem System zugeführte Arbeit. Es ist:

$$da_i^+ = -p\,dv \tag{4}$$

Das Minuszeichen ergibt sich daraus, dass bei zugeführter Arbeit die Volumenänderung negativ ist. Die Integration ergibt einen positiven Wert.

Zur Herleitung des ersten Hauptsatzes können zwei Betrachtungen angestellt werden. Vorteilhafterweise werden dafür zwei verschiedene Systemgrenzen aufgestellt, eine äussere und eine innere, wie aus Bild 1 ersichtlich. In beiden Fällen erscheint die im System verbleibende Energie als Änderung der inneren Energie du des Arbeitsmediums. Es gilt, bei Betrachtung der äusseren Systemgrenze

$$du = da_a^+ + dq^+ - dq_{ra}^- \tag{5}$$

und bei Betrachtung der inneren Systemgrenze

$$du = da_i^+ + dq^+ + dq_{ri}^+ \tag{6}$$

Die Ausdrücke (5) und (6) sind nach Gleichung (3) identisch.

In den meisten Fällen eignet sich im Hinblick auf den zweiten Hauptsatz die folgende Form des ersten Hauptsatzes am besten:

$$du = dq^+ + dq_{ri}^+ + da_i^+ = dq^+ + dq_{ri}^+ - p\,dv \tag{7}$$

Das Vorzeichen der zugeführten Wärme dq^+ und der zugeführten Arbeit da_i^+ kann wechseln (wobei $dq^- = -dq^+$, $da_i^- = -da_i^+$). Die innere Reibungswärme dq_{ri}^+ ist dagegen immer positiv, grösser oder bestenfalls gleich null.

4.2 Offenes System

Sinngemäss kann der erste Hauptsatz für offene stationäre Systeme angeschrieben werden. Die Vorgänge innerhalb der Systemgrenze treten als Änderung des Zustandes des zu- und abströmenden Massenstromes $\dot{m}$ in Erscheinung. Auch hier sei ein Kompressionsvorgang betrachtet.

Für offene stationäre Systeme wird aus praktischen Gründen der Ausdruck der Enthalpie $i \equiv u + pv$ eingeführt. Das Produkt pv entspricht der spezifischen Verschiebungsleistung für den Massenstrom $\dot{m} = 1$ kg/s. (Es ist: Kraft × Geschwindigkeit = Leistung, also $pFw = pFw\varrho v = \dot{m}pv$). Die übrigen Bezeichnungen gehen aus dem Bild 2 hervor[2]). Wie beim geschlossenen System spaltet man die endliche Zustandsänderung in eine Summe unendlich kleiner Schritte auf. Die bei jedem Schritt ausgetauschten infinitesimalen Leistungen haben entsprechende infinitesimale Zustandsänderungen des durchfliessenden Massenstroms zur Folge.

[2]) Um die Gleichungen nicht unnötig zu komplizieren sind die Glieder für die potentielle und die kinetische Energie nicht aufgeführt. In den meisten thermodynamischen Problemen ist die potentielle Energie unbedeutend. Bei Behandlung von Strömungsproblemen ist die kinetische Energie in den Totalenergiezuständen enthalten. Für die Anwendung der Kontinuität ist der statische Zustand massgebend. Bei Wärmeübergangsproblemen müssen für die wirksame Temperatur die Strömungsbedingungen besonders berücksichtigt werden.

Der Systemgrenze zugeführt		Von der Systemgrenze abgeführt
$d\dot{A}_a{}^+ + \dot{m}\,u + \dot{m}\,p\,v + d\dot{Q}^+$	=	$d\dot{Q}_{ra}{}^- + \dot{m}\,(u + du) +$
		$+ \dot{m}\,(p + dp)\,(v + dv)$

Mit Gleichung (3), bezogen auf den Massenstrom $\dot{m}$ wird

$$d\dot{A}_i{}^+ + d\dot{Q}_{ri}{}^+ + d\dot{Q}^+ = \dot{m}\,(du + p\,dv + v\,dp) = \dot{m}\,di$$

und mit den Gleichungen (4) und (6) erhält man

$$d\dot{A}_i{}^+ + d\dot{Q}^+ + d\dot{Q}_{ri}{}^+ = \dot{m}\,(dq^+ + dq_{ri}{}^+ - p\,dv + p\,dv + v\,dp)$$

$$d\dot{A}_i{}^+ = \dot{m}\,v\,dp = \dot{V}\,dp \tag{8}$$

Hieraus folgt die Formulierung des ersten Hauptsatzes für das offene stationäre System mit $\dot{m}$ als Massendurchsatz

$$d\dot{I} = \dot{m}\,di = \dot{m}\,(dq^+ + dq_{ri}{}^+ + v\,dp) \tag{9'}$$

oder mit Massendurchsatz $\dot{m} = 1$ kg/s

$$di = dq^+ + dq_{ri}{}^+ + v\,dp \tag{9}$$

Für offene stationäre Systeme ist also $da_i{}^+ = v\,dp$. Man muss somit bei der Arbeit $da_i{}^+$ unterscheiden, ob es sich um ein geschlossenes oder um ein offenes stationäres System handelt. Aus dem p, v-Diagramm Bild 3 sind die Elementararbeiten $da_i{}^+ = -p\,dv$ und $da_i{}^+ = v\,dp$ ersichtlich. $da_i{}^+ = v\,dp$ wird oft als *technische Arbeit* bezeichnet. Der erste Hauptsatz für offene stationäre Systeme mit der von aussen zugeführten Arbeit

$$d\dot{A}_a{}^+ = d\dot{A}_i{}^+ + d\dot{Q}_{ri}{}^+ + d\dot{Q}_{ra}{}^-$$

kann somit wie folgt angeschrieben werden:

$$d\dot{I} = \dot{m}\,di = d\dot{Q}^+ + d\dot{A}_a{}^+ - d\dot{Q}_{ra}{}^- = \dot{m}\,(dq^+ + da_a{}^+ - dq_{ra}{}^-) \tag{10}$$

4.3 Anwendung auf Kreisprozesse

Für Kreisprozesse wird in den beiden Fällen, weil $\oint du = 0$ und $\oint di = 0$ (du und di sind totale Differentiale):

$$\oint du = \oint dq^+ + \oint dq_{ri}{}^+ - \oint p\,dv = 0 \tag{11}$$

$$\oint di = \oint dq^+ + \oint dq_{ri}{}^+ + \oint v\,dp = 0$$

Also sind die im geschlossenen bzw. offenen Kreisprozess gewinnbaren inneren spezifischen Arbeiten:

$$a_{i_o}{}^- = \oint (dq^+ + dq_{ri}{}^+) = \oint p\,dv \tag{12}$$

$$a_{i_o}{}^- = \oint (dq^+ + dq_{ri}{}^+) = -\oint v\,dp$$

Wie aus Bild 4 hervorgeht, ist im Kreisprozess die gewinnbare innere Arbeit dieselbe, gleichgültig ob der Prozess in einem geschlossenen System oder in einer Kette offener stationärer Systeme durchgeführt wird, solange die zu- und abgeführten Wärmen sowie die Reibungswärme von innen dieselben sind.

Für den reibungsfreien Fall sind $dq_{ri}{}^+ = 0$, $dq_{ra}{}^- = 0$ und somit $da_i{}^- = da_a{}^-$. Es ist damit

$$a_{i_o}{}^- = a_{a_o}{}^- = \oint p\,dv = -\oint v\,dp = \oint dq^+$$

Es ist zweckmässig, die Integration auf die beiden Abschnitte A → B und B → A aufzuteilen, wobei die Punkte A und B die Berührungspunkte mit den entsprechenden Isentropen darstellen. Der erste Abschnitt bezeichnet dann die zugeführte, der zweite die abgeführte Wärme; die Kreislaufarbeit ist

$$a_{a_o}{}^- = \int_A^B dq^+ + \int_B^A dq^+ = \int_A^B dq^+ - \int_B^A dq^- = q^+ - q^- \tag{13}$$

Für Prozesse mit nur innerer aber ohne äussere Reibung gilt allgemein

$$a_{i_o}{}^- = \oint dq^+ + \oint dq_{ri}{}^+ = a_{a_o}{}^- + \oint dq_{ri}{}^+$$

wobei

$$a_{a_o}{}^- = \oint dq^+ = q^+ - q^-$$

Für den Fall mit innerer *und* äusserer Reibung ist

$$a_{i_o}{}^- = \oint dq^+ + \oint dq_{ri}{}^+ = \oint da_a{}^- + \oint dq_{ri}{}^+ + \oint dq_{ra}{}^-$$

$$a_{a_o}{}^- = \oint dq^+ - \oint dq_{ra}{}^- = q^+ - q^- - \oint dq_{ra}{}^- \tag{14}$$

Im Abschnitt 7 wird der erste Hauptsatz für das geschlossene und für das offene System in der in den Gleichungen (7) und (9) festgehaltenen Form weiter benützt. Ganz bewusst wurden die inneren und die äusseren Reibungswärmen in allen Gleichungen berücksichtigt. Damit kann der zweite Hauptsatz zur Berechnung der auftretenden

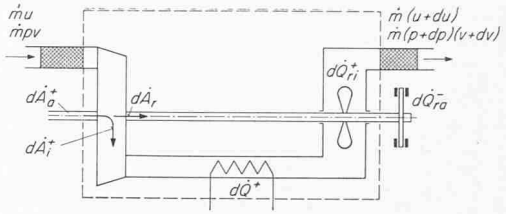


Bild 2. Modell eines infinitesimalen Kompressionsvorganges zur Herleitung des ersten Hauptsatzes; offenes stationäres System

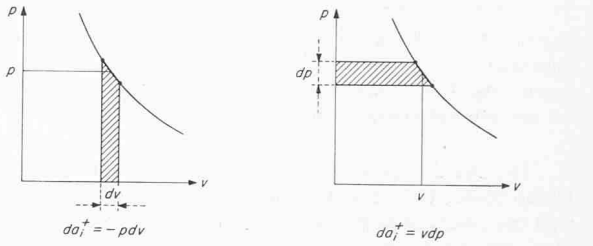


Bild 3. Die Elementararbeiten $p\,dv$ und $v\,dp$ im p, v-Diagramm

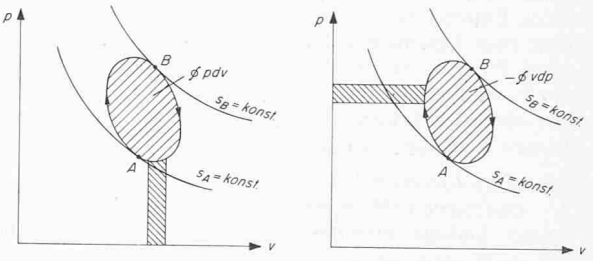


Bild 4. Die im p, v-Diagramm vom Kreisprozess umfahrene Fläche als Mass für die Arbeit a_{i_o}, links für das geschlossene, rechts für das offene stationäre System

Arbeitsverluste direkt angewendet werden. Dies gilt besonders für Kreisprozesse, bei denen die üblichen Formulierungen zwar die gleichen Resultate liefern, aber keinen Einblick in die inneren Vorgänge gewähren. Die getrennte Betrachtung der im Medium vorkommenden Dissipationen erlaubt später nach inneren und äusseren Irreversibilitäten zu unterscheiden. Daraus ergeben sich auch die entsprechenden Arbeitsverluste. L. Borel hat diese Unterscheidung klar hervorgehoben.

5. Der zweite Hauptsatz

5.1 Die Entropie

Im wegabhängigen Integral $\int (dq^+ + dq_{ri}{}^+)$ kann der Integrand durch Multiplikation mit $1/T$ (integrierender Faktor) in ein totales Differential verwandelt werden. Dabei ist es wesentlich, dass beide im ersten Hauptsatz aufgeführten Summanden dq^+ und $dq_{ri}{}^+$ als zugeführte Wärmen gezählt werden.

Es ist das totale Differential der Entropie

$$ds = \frac{dq^+ + dq_{ri}{}^+}{T} = \frac{dq^+}{T} + \frac{dq_{ri}{}^+}{T} \tag{15}$$

Der erste Summand kann positiv oder negativ sein, der zweite dagegen nur positiv oder im Grenzfall gleich null[3]). Integriert über den Kreisprozess, ist somit $\oint ds = 0$; aber die Umlaufintegrale der Summanden sind nicht null.

$$\oint ds = \oint \frac{dq^+}{T} + \oint \frac{dq_{ri}{}^+}{T} = 0 \tag{16}$$

[3]) Eine Zustandsänderung ist nur dann reversibel (umkehrbar), wenn weder innerhalb noch ausserhalb der Systemgrenze Dissipationen auftreten, wenn also $dq_{ri}{}^+ = dq_{ra}{}^- = 0$. Sinngemäss bedeutet die Beziehung $ds = 0$ isentrop. Eine isentrope Zustandsänderung ist aber nicht unbedingt reversibel. Folgende drei Fälle sind als isentrop irreversibel zu bezeichnen:

1)	$dq^- = dq_{ri}{}^+ \neq 0$	$dq_{ra}{}^- \neq 0$	isentrop, innerlich und äusserlich irreversibel
2)	$dq^+ = dq_{ri}{}^+ = 0$	$dq_{ra}{}^- \neq 0$	isentrop, innerlich reversibel, äusserlich irreversibel
3)	$dq^- = dq_{ri}{}^+ \neq 0$	$dq_{ra}{}^- = 0$	isentrop, innerlich irreversibel, äusserlich reversibel

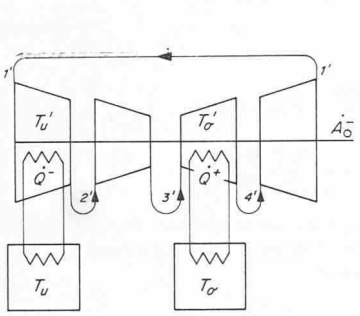


Bild 5a. Blockschema der Apparatur

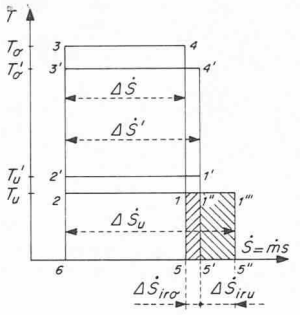


Bild 5b. $T, \dot{S}$-Diagramm

Bild 5. Der Carnotprozess zur Berechnung der äusseren Irreversibilitäten bei der Wärmeübertragung mit endlichen Temperaturgefällen

Die Ausdrücke dq^+/T und $dq_{ri}{}^+/T$ sind nämlich keine totalen Differentiale; das erste Umlaufintegral ist kleiner oder gleich null, weil das zweite stets grösser oder im Grenzfall gleich null sein muss. Der erste Ausdruck stellt die reversible Zunahme ds_{rev} der Entropie des Mediums dar, der zweite deren irreversible Zunahme ds_{ir}. Da der Ausdruck für ds nach Gleichung (15) ein totales Differential darstellt, ist die Entropie s eine wegunabhängige Zustandsgrösse. Das bedeutet, dass einer bestimmten Zustandsänderung in einem thermodynamischen Prozess eine bestimmte Entropieänderung entspricht, die von der Prozessführung unabhängig ist. Erst wenn die Anteile ds_{rev} und ds_{ir} für jeden Schritt der Zustandsänderung bekannt sind, ist der Prozess eindeutig bestimmt.

5.2 Innere Irreversibilität

Das zweite Umlaufintegral in Gleichung (16) ist ein Mass für die inneren Verluste des Prozesses. Die Einbusse an Arbeit, die sich daraus ergibt, lässt sich wie folgt berechnen: Die Reibungswärme $dq_{ri}{}^+$ wird zunächst vollständig aus der inneren Arbeit gedeckt; sie entsteht bei der Systemtemperatur T und, abgesehen von ihrem Ursprung, unterscheidet sich nicht von einer von aussen reversibel zugeführten Wärmemenge. Von $dq_{ri}{}^+$ kann in einem reversiblen Prozess zwischen der Systemtemperatur T und der Umgebungstemperatur T_u der Anteil $(1 - T_u/T)\ dq_{ri}{}^+$ als Arbeit zurückgewonnen werden. Der eigentliche Arbeitsverlust beträgt demnach nur noch

$$(17a) \qquad da_{vi} = T_u \frac{dq_{ri}{}^+}{T} = T_u\, ds_{\mathrm{iri}}$$

wobei ds_{iri} die irreversible Entropiezunahme bedeutet.

Bezogen auf den ganzen Kreisprozess und auf den Massenstrom $\dot{m}$ ist der Leistungsverlust:

$$(17b) \qquad \dot{A}_{vi} = \dot{m}\, T_u\, \Delta s_{\mathrm{iri}}$$

5.3 Äussere Irreversibilitäten

Diese treten auf, wenn die Wärmezufuhr zum Prozessmedium bzw. die Wärmeabfuhr von diesem mit endlichen Temperaturgefällen erfolgt. Dieser Vorgang, der einem natürlichen Temperaturausgleich entspricht, ist in jedem Falle irreversibel. Der Arbeitsverlust gegenüber einem reversiblen Wärmeaustausch (ohne Temperaturgefälle) lässt sich auch hier aus der irreversiblen Entropieänderung berechnen. Er geht aus dem Carnotprozess hervor, bei dem, wie aus den Bildern 5a und 5b abzulesen ist, die Temperaturen T_o und T_u der verfügbaren Wärmereservoirs von den Temperaturen T_o' und T_u' der Isothermen des den Carnotprozess durchlaufenden Mediums verschieden sind. Der bestmögliche Carnotwirkungsgrad wird bei Ausnützung des ganzen Temperaturgefälles erreicht, wenn $T_o' = T_o$ und $T_u' = T_u$ ist; er beträgt

$$(18) \qquad \eta_C = 1 - \frac{T_u}{T_o}$$

Für die beiden Temperaturen $T_o' < T_o$ und $T_u' > T_u$ beträgt er nur noch

$$(19) \qquad \eta_C' = 1 - \frac{T_u'}{T_o'} < 1 - \frac{T_u}{T_o}$$

Aus dem $T,\dot{S}$-Diagramm, Bild 5b, lassen sich die äusseren Irreversibilitäten am Beispiel des Carnotprozesses ablesen, der aus offenen stationären Teilprozessen besteht. Der aus dem oberen Reservoir dem Medium zugeführte Wärmestrom wird durch das Rechteck 5 6 3 4 bzw. 5′ 6 3′ 4′ dargestellt, beträgt also

$$(20) \qquad \dot{Q}^+ = \Delta \dot{S}\, T_o = \Delta \dot{S}'\, T_o',$$

die gewinnbaren Leistungen werden durch die Rechtecke 1 2 3 4 bzw. 1′ 2′ 3′ 4′ veranschaulicht und betragen

$$(21) \qquad \dot{A}_{o\,max}{}^- = \eta_C\, \dot{Q}^+ \ ; \ \dot{A}_{o\,eff}{}^- = \eta_C'\, \dot{Q}^+$$

Der Leistungsverlust infolge der endlichen Temperaturdifferenzen ist gleich dem Unterschied der beiden Leistungen, also:

$$(22) \qquad \dot{A}_{va} = \dot{Q}^+ (\eta_C - \eta_C') = \dot{Q}^+ \left(\frac{T_u'}{T_o'} - \frac{T_u}{T_o} \right)$$

Der an die Umgebung abzuführende Wärmestrom ist beim Prozess mit endlichen Temperaturgefällen (Rechteck 5′ 6 2′ 1′)

$$\dot{Q}^- = \dot{Q}^+ \frac{T_u'}{T_o'} \ ;$$

damit ergibt sich die Zunahme der Entropieflüsse infolge äusserer Irreversibilitäten aus Bild 5b zu

$$(23) \qquad \Delta \dot{S}_{\mathrm{ira}} = \Delta \dot{S}_{\mathrm{iro}} + \Delta \dot{S}_{\mathrm{iru}} = \dot{Q}^+ \left(\frac{1}{T_o'} - \frac{1}{T_o} \right) +$$

$$+ \dot{Q}^- \left(\frac{1}{T_u} - \frac{1}{T_u'} \right) = \dot{Q}^+ \left(\frac{1}{T_o'} - \frac{1}{T_o} + \frac{T_u'}{T_o'\, T_u} - \frac{1}{T_o'} \right)$$

$$(23a) \qquad \Delta \dot{S}_{\mathrm{ira}} = \frac{\dot{Q}^+}{T_u} \left(\frac{T_u'}{T_o'} - \frac{T_u}{T_o} \right)$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit Gleichung (22), so folgt unmittelbar

$$(24) \qquad \dot{A}_{va} = T_u\, \Delta \dot{S}_{\mathrm{ira}}$$

Die Summe der infolge äusseren Irreversibilitäten entstehenden Entropieänderungen, multipliziert mit der Umgebungstemperatur T_u, ergibt den Arbeitsverlust gegenüber dem Carnotprozess mit voller Ausnützung des Temperaturgefälles. Dieses einfache Resultat ist allgemein. Es behält auch bei den Arbeitsverlusten infolge innerer Irreversibilitäten seine Gültigkeit bei, wie im Abschnitt 5.2 gezeigt wurde, und ist daher von entscheidender Bedeutung für die Prozessbewertung.

6. Die Begriffe Koenergie und Koenthalpie

Die nach Borel [9] benannten Begriffe Koenergie und Koenthalpie (nach Rant [5] Exergie der inneren Energie und Exergie der Enthalpie genannt) sind Zustandsgrössen. Die Werte sind somit bei gegebenem Referenzpunkt (Nullpunkt) vom Weg, auf dem der Zustand erreicht wurde, unabhängig.

6.1 Der Begriff der Koenergie

Die Arbeit, die in einem geschlossenen System, ausgehend vom Umgebungszustand, reversibel gespeichert ist, nennen wir Koenergie. Wird das System wieder auf reversiblem Wege auf den Umgebungszustand gebracht, so kann die aufgewendete Arbeit, die jetzt der Abnahme der Koenergie des Systems entspricht, wieder gewonnen werden. Im Endzustand sind Temperatur und Druck des Systems mit denen der Umgebung im Gleichgewicht. Die Umgebung stellt man sich so gross vor, dass sich deren Temperatur und Druck infolge der ausgetauschten Wärmen und Verschiebungsarbeiten nicht ändern; dagegen erfährt ihre Entropie eine endliche Änderung.

Das geschlossene System besteht aus einem Zylinder mit Kolben, Bild 1, in welchem die Gasmasse 1 kg eingeschlossen ist. Der Kolben ist reibungsfrei. Die Wände sind adiabat, falls die Gastemperatur von der Umgebungstemperatur verschieden ist, und diatherm (wärmedurchlässig), solange die Temperatur des Mediums im Zylinder gleich der Umgebungstemperatur ist. Bei reversibler Prozessführung vom Umgebungszustand (T_u, s_u) in einen Zustand (T, s) ist der Arbeitsaufwand am kleinsten. Im T,s-Diagramm Bild 6 ist die entsprechende Zustandsänderung für den Fall einer Kompression dargestellt. Auf dem isothermen Abschnitt 1 2 beträgt die dem System zuzuführende Arbeit

$$a_{isoth}{}^+ = u_2 - u_1 - T_u\,(s_2 - s_1),$$

auf dem isentropen Abschnitt 2 3 ist sie

$$a_{isent}{}^+ = u_3 - u_2$$

Die beiden Arbeitsbeträge zusammen stellen die reversible Arbeit dar, die gleich der Änderung der spezifischen inneren Koenergie $j - j_u$ ist:

$$(25) \qquad j - j_u = a_{isoth}{}^+ + a_{isent}{}^+ = u - u_u - T_u\,(s - s_u)$$

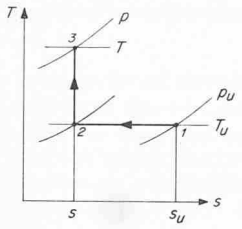


Bild 6. Die reversible Zustandsänderung zur Berechnung des Potentialunterschiedes $j - j_u$

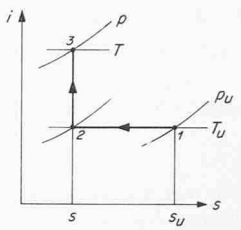


Bild 8. Die reversible Zustandsänderung zur Berechnung des Potentialunterschiedes $e - e_u$

In Gleichung (25) wurde der Index 3 für den variabeln Zustandspunkt weggelassen und der Index 1 für den Umgebungszustand durch u ersetzt.

An die Arbeit $j - j_u$ leistet die Umgebung den Anteil a_u^+ als Verschiebungsarbeit; es ist

$$j - j_u = a_{St}^+ + a_u^+$$

worin

$$a_u^+ = -p_u (v - v_u)$$

Diese Arbeit ist bei der angenommenen Kompression dem Betrage nach positiv, da v_u grösser als v ist. Die aufzuwendende Stangenarbeit verkleinert sich damit um diesen Betrag:

$$a_{St}^+ = (j - j_u) - a_u^+ = j - j_u + p_u (v - v_u)$$

Diese Arbeit, die tatsächlich von aussen zugeführt werden muss, wird als *Änderung der äusseren spezifischen Koenergie* bezeichnet; sie beträgt:

$$j' - j_u' = u - u_u - T_u (s - s_u) + p_u (v - v_u) \tag{26}$$

Für ein geschlossenes System mit der Masse m ist mit $J' = m j'$

$$J' - J_u' = U - U_u - T_u (S - S_u) + p_u (V - V_u) \tag{26'}$$

Die Koenergien J und J' sind extensive Zustandsgrössen; dJ, dJ', dj, dj' sind totale Differentiale. Es ist zweckmässig, für den Umgebungspunkt $j_u' = 0$ zu setzen.

Für vergleichende Untersuchungen empfiehlt es sich, T,s-Diagramme oder u,s-Diagramme zu verwenden, in denen Linien konstanter Koenergie eingezeichnet sind. Eine vollständige Diskussion dieser Kurven ist in der Arbeit von Borel [9] gegeben, der die Diagramme Bild 7 entnommen sind.

6.2 Der Begriff der Koenthalpie

Dieselbe reversibel durchgeführte Zustandsänderung im offenen stationären System vom Umgebungspunkt (T_u, s_u) bis zum Zustandspunkt (T, s) erfordert für den Massenstrom $\dot{m}$ eine Leistung, die sich wie aus Bild 8 ersichtlich, durch die Änderung der Koenthalpie wie folgt ausdrücken lässt:

$$\begin{aligned} \dot{E} - \dot{E}_u &= \dot{m} [\quad a_{isoth}^+ \quad + a_{isent}^+] \\ &= \dot{m} [i_2 - i_1 - T_u (s_2 - s_1) + i_3 - i_2] \\ &= \dot{m} [i - i_u - T_u (s - s_u)] = \dot{m} (e - e_u) \end{aligned} \tag{27}$$

Auch für offene stationäre Systeme ist es zweckmässig, die spezifische Koenthalpie im Umgebungspunkt $e_u = 0$ zu setzen. Unter dieser Voraussetzung unterscheiden sich die spezifische Koenthalpie von der inneren spezifischen Koenergie durch den Ausdruck

$$e - j = (i - T_u s) - (u - T_u s) = p v, \tag{28}$$

und die spezifische Koenthalpie von der äusseren spezifischen Koenergie durch

$$e - j' = (i - T_u s) - (u - T_u s + p_u v) = (p - p_u) v \tag{29}$$

Das totale Differential de der Koenthalpie ist:

$$de = di - T_u ds \tag{30}$$

In der Arbeit von Borel sind T,s- und i,s-Diagramme mit den Linien konstanter Koenthalpie enthalten. Eine Diskussion dieser e-Kurven ist ebenfalls gegeben. Im Mollier i,s-Diagramm erscheinen die Linien e = konst als geneigte Geraden. Dies macht die Diskussion der stationären Durchflussprozesse besonders einfach und übersichtlich, Bild 9.

Die bei einer Kompression effektiv minimal aufzuwendende Arbeit oder die bei einer Expansion maximal gewinnbare Arbeit bei reversibler Prozessführung kann aus der Zustandsänderung angegeben werden. Für Prozesse mit Irreversibilitäten infolge Reibung und endlicher Temperaturgefälle ist für die Prozessbewertung die Grösse der Arbeits- bzw. Leistungseinbussen jedes Prozessabschnittes von Bedeutung. Der Koenergie- bzw. der Koenthalpieverlust ist ein *vergleichbarer* Wert. Damit wird eine Bewertung und Optimierung thermischer Prozesse möglich.

7. Prozessbewertung thermodynamischer Systeme

Durch Einsetzen der für den ersten und zweiten Hauptsatz verwendeten Formulierungen in die Gleichungen für die Koenergie dj' und die Koenthalpie de erhält man Beziehungen, die sich für die Diskussion und Bewertung der Prozesse eignen.

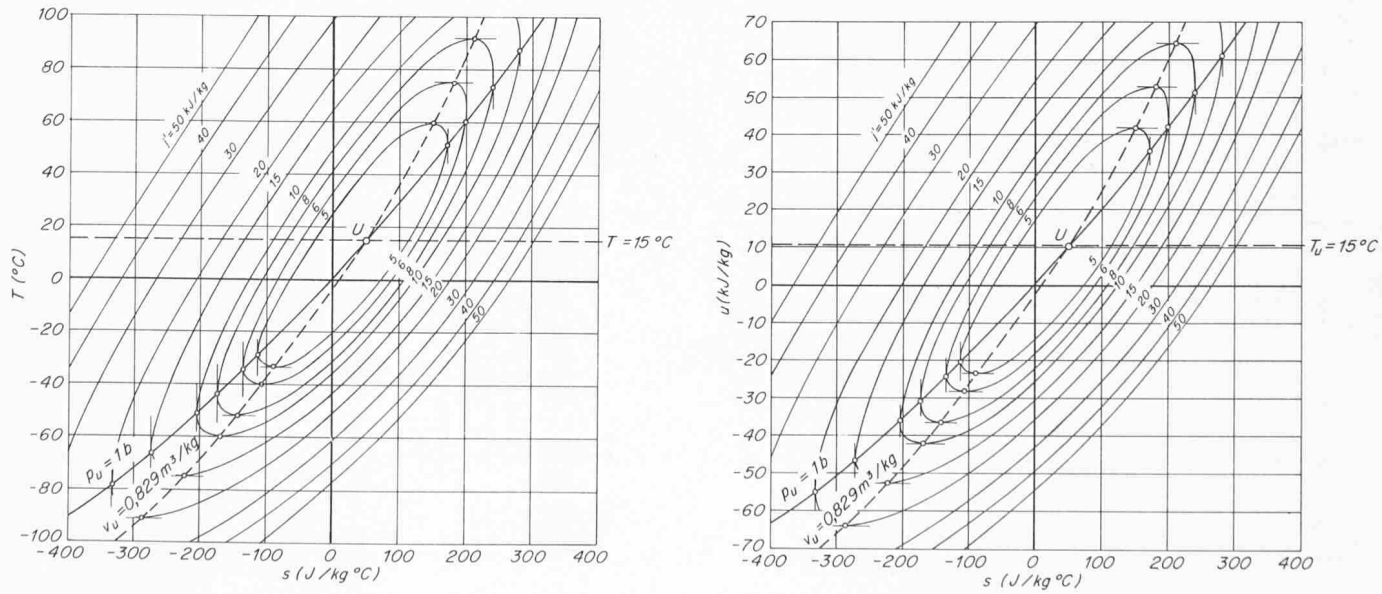


Bild 7. Kurven gleicher Koenergie für Luft im T,s-Diagramm (links) und im u,s-Diagramm (rechts)

7.1 Prozessbewertung für das geschlossene System

7.1.1 Die effektiv gewinnbare Arbeit

Aus Gleichung (26) ergibt sich das totale Differential der äusseren spezifischen Koenergie zu

$$dj' = du - T_u\,ds + p_u\,dv$$

Mit den Ausdrücken des ersten Hauptsatzes [Gleichung (7)] und des zweiten Hauptsatzes [Gleichung (15)] wird:

$$dj' = dq^+ + dq_{ri}{}^+ - p\,dv - \frac{T_u}{T}\,(dq^+ + dq_{ri}{}^+) + p_u\,dv$$

Zusammengefasst

$$(31) \qquad dj' = dq^+\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) dq_{ri}{}^+ + \left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - (p - p_u)\,dv$$

Der letzte Term dieser Gleichung bezeichnet den Anteil der inneren Arbeit $da_i{}^+$, der von der Stangenarbeit herrührt. Sinngemäss ist das die «innere Stangenarbeit» $da_{Sti}{}^+$. Die dem System von aussen zuzuführende Stangenarbeit ist um die Reibungsarbeit da_r grösser. Sie stellt die effektiv zuzuführende Arbeit dar und wird im weiteren mit $da_{eff}{}^+$ bezeichnet. Wie bei der Formulierung des ersten Hauptsatzes festgestellt wurde, geht von der gesamten Reibungswärme nur der Teil $dq_{ri}{}^+$ in das System; der Teil $dq_{ra}{}^-$ fliesst als Wärme direkt an die Umgebung ab. Dieser Term ist in den Gleichungen von Borel nicht enthalten. Bei Kolbenmaschinen, die als geschlossene Systeme behandelt werden, wird die Kolben- und Lagerreibung grösstenteils direkt an das Kühlwasser abgegeben.

Die spezifische Koenergie ist mit

$$da_{Sti}{}^+ = da_i{}^+ - da_u{}^+ = -(p - p_u)\,dv = da_{eff}{}^+ - dq_{ri}{}^+ - dq_{ra}{}^-$$

$$dj' = dq^+\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - \frac{T_u}{T}\,dq_{ri}{}^+ + da_{eff}{}^+ - dq_{ra}{}^-$$

Hieraus ergibt sich die gewinnbare Arbeit des geschlossenen Systems:

$$(32) \qquad da_{eff}{}^- = -dj' + dq^+\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - dq_{ri}{}^+\,\frac{T_u}{T} - dq_{ra}{}^-$$

$$= -dj' + dq^+\,\eta_C - T_u\,ds_{iri} - dq_{ra}{}^-$$

worin η_C der Carnotfaktor und ds_{iri} die innere Irreversibilität infolge innerer Reibung $dq_{ri}{}^+$ sind.

7.1.2 Besondere Fälle

Die Anwendung der Gleichung (32) soll an Hand der in Bild 10 dargestellten Fälle gezeigt werden. Dabei wird angenommen, dass in den Beispielen, in denen dem System Wärme zugeführt wird, das Medium die Temperatur T aufweise. Die Arbeitsverluste infolge Temperaturdifferenzen, die für den Wärmetransport über die Systemgrenzen erforderlich sind, werden später als äussere Irreversibilitäten gesondert untersucht.

Fall a. Um den Begriff der Koenergie als Potential hervorzuheben, sollen zwei Zustände 3 und 3′ betrachtet werden, die sich durch das Koenergiedifferential dj' voneinander unterscheiden. Nach der Definition der Koenergie ergibt sich dieser Unterschied, indem das Arbeitsmedium die durch die Ziffern 3 2 1 2′ 3′ bezeichneten, reversibeln Zustandsänderungen durchläuft, wobei die der Umgebung reversibel entzogene Wärmemenge für die isothermen Zustandsänderungen 2 1 und 1 2′ durch die Fläche a dargestellt wird und gleich ist $T_u\,ds_{rev}$. In Gleichung (32) verschwinden die drei letzten Terme; es bleibt nur noch

$$(32a) \qquad da_{eff}{}^- = -dj'$$

Fall b. Infinitesimale Zustandsänderung mit reversibler Wärmezufuhr bei der Temperatur T, jedoch ohne Reibung. In Gleichung (32) fallen die beiden letzten Terme weg; es bleibt:

$$(32b) \qquad da_{eff}{}^- = -dj' + dq^+\,\eta_C$$

Die bei dieser Zustandsänderung verfügbar gewordene Arbeit ist gleich der Abnahme der Koenergie, vermehrt um die zugeführte, mit dem Carnotfaktor ausgenützte Wärme. Dieser zweite Summand erscheint in Bild 10b als Flächenstreifen b.

Fall c. Adiabate Expansion mit innerer Reibung.

$$(32c) \qquad da_{eff}{}^- = -dj' - dq_{ri}{}^+\,\frac{T_u}{T} = -dj' - T_u\,ds_{iri}$$

Weshalb die Reibungswärme nur teilweise abgezogen werden muss, geht aus den Erörterungen im Abschnitt 5.2 hervor. Solange die irreversible Entropiezunahme unverändert bleibt, hat der Weg, auf dem die Zustandsänderung erfolgt, keinen Einfluss auf den Arbeitsverlust. So ist es beispielsweise möglich, die Zustandsänderung des Mediums wie im Falle a durchzuführen. Während aber dort der isotherme Expansionsteil 2 2′ reversibel unter Zufuhr von Umgebungswärme bei T_u erfolgt, verläuft sie im betrachteten Beispiel irreversibel, in dem die bei diesem Teilprozess frei werdende Arbeit $da_i{}^-$ sich in die Wärme $dq_{ri}{}^+$ (Fläche c) umwandelt. Von dieser lässt sich keine Arbeit zurückgewinnen, da sie jetzt bei der Umgebungstemperatur T_u auftritt.

Im Falle einer Drosselung, wo keine Arbeit nach aussen abgegeben wird, folgt aus Gleichung (32c):

$$0 = -dj' - T_u\,ds_{iri} = -du + T_u\,ds - p_u\,dv - T_u\,ds_{iri}$$

Da im adiabaten System $ds = ds_{iri}$ ist, folgt:

$$-du = p_u\,dv$$

Die innere Energie verkleinert sich um den Betrag der an der Umgebung geleisteten Verschiebungsarbeit.

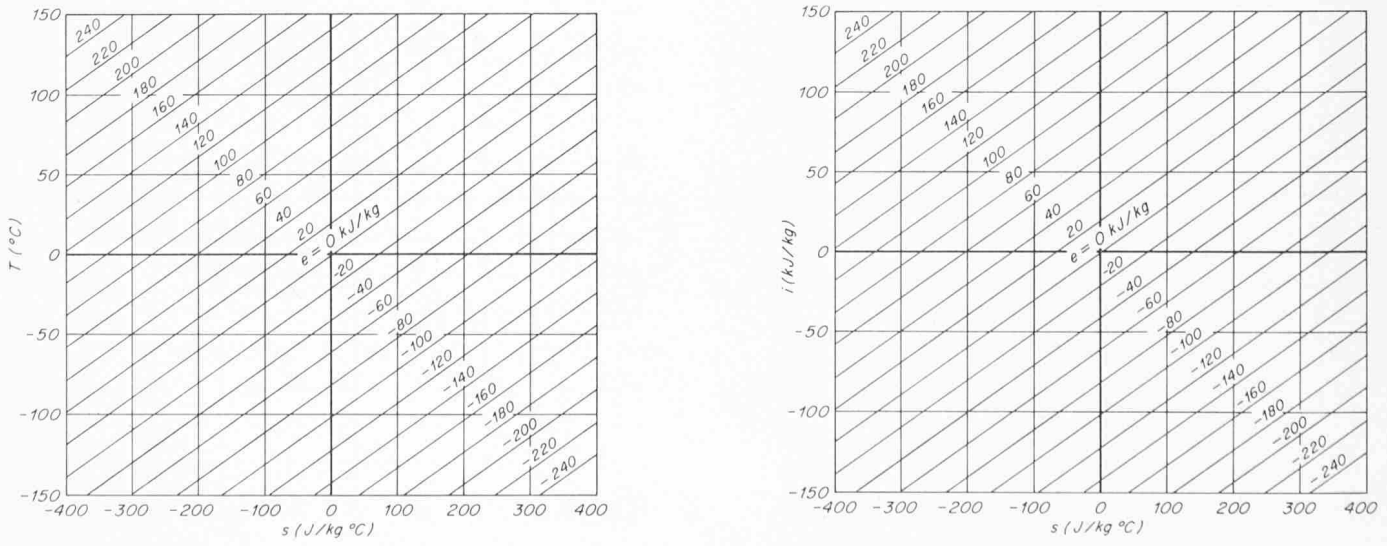


Bild 9. Kurven gleicher Koenthalpie für Luft im T, s-Diagramm (links) und im i, s-Diagramm (rechts)

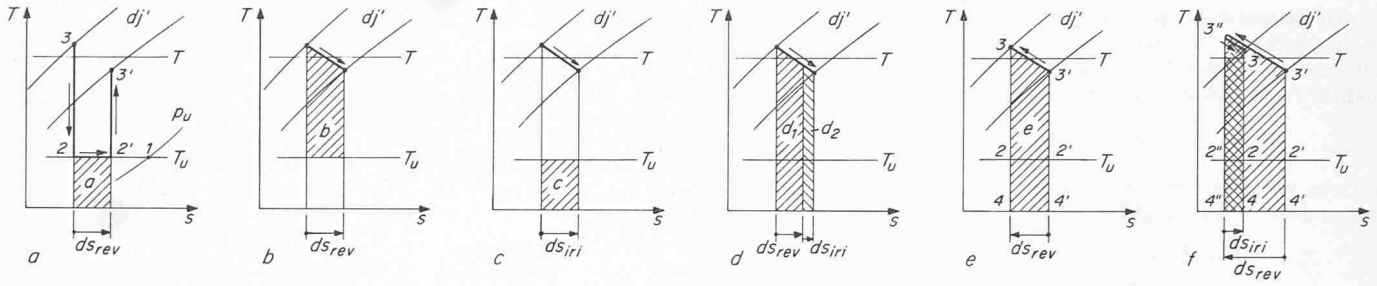


Bild 10. Die T, s-Diagramme zu den in den Fällen a bis g untersuchten infinitesimalen Zustandsänderungen

Fall d. Expansion mit Wärmezufuhr und innerer Reibung:

$$(32d)\quad da_{eff}^{-} = -dj' + dq^{+}\eta_C - T_u\, ds_{iri} = -dj' + dq^{+}\eta_C - dq_{ri}^{+}\frac{T_u}{T}$$

In Bild 10d erscheinen dq^+ als Fläche d_1 und dq_{ri}^+ als Fläche d_2. Von der zugeführten Wärme dq^+ wird $dq^+\eta_C$ in Arbeit umgesetzt. Der Arbeitsverlust infolge innerer Reibung ist gleich wie im Falle c.

Fall e. Kompression mit Wärmeabfuhr ohne Reibung. Jetzt muss dem System Arbeit zugeführt werden. Diese beträgt

$$(32e)\qquad da_{eff}^{+} = dj' + dq^{-}\left(1 - \frac{T_u}{T}\right)$$

Die Fläche e (Bild 10e) stellt die Wärme dq^- dar, die das System bei der reversiblen Kompression an ein Reservoir von der Temperatur T abgibt. Man kann die Kompression 3′ 3 als Teil eines reversiblen Wärmepumpenkreislaufs 3′ 3 2 2′ auffassen, bei welchen im Verlauf der isothermen Expansion 2 2′ die Umweltwärme $dq^- \cdot T_u/T$ (Rechteck 2 2′ 4′ 4) aufgenommen, auf die höhere Temperatur T aufgewertet und zusammen mit der zugeführten Arbeit $dq^-\eta_C$ (Fläche 3′ 3 2 2′) als Nutzwärme dq^- abgegeben wird.

Fall f. Kompression mit Wärmeabfuhr und innerer Reibung, wobei die bei der Temperatur T abgegebene Wärme dq^- wesentlich grösser ist als die innere Reibungswärme dq_{ri}^+. Die dem System von aussen zuzuführende Arbeit ist:

$$(32f)\qquad da_{eff}^{+} = dj' + dq^{-}\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) + dq_{ri}^{+}\frac{T_u}{T}$$

Die Fläche 3′ 3″ 4″ 4′ in Bild 10f stellt die Wärme dq^- dar, die das System bei der reversiblen Kompression abgibt. Wie im Falle e wird die Wärme $dq^- \cdot T_u/T$ der Umgebung entzogen und mit der Arbeit $dq^-\eta_C$ auf die Temperatur T gehoben. Die dem System entzogene Wärme hat eine innere reversible Entropieabnahme ds_{rev} zur Folge. Die dem System zugeführte innere Reibungswärme dq_{ri}^+ (Fläche 3″ 3 4 4″) hat dagegen eine innere irreversible Entropiezunahme $ds_{iri} = dq_{ri}^+/T$ zur Folge, welcher der Arbeitsverlust $da_{vi} = T_u\, ds_{iri}$ entspricht.

Fall g. Kompression mit Wärmeabfuhr sowie mit innerer und äusserer Reibung

$$(32g)\qquad da_{eff}^{+} = dj' + dq^{-}\eta_C + \frac{T_u}{T}dq_{ri}^{+} + dq_{ra}^{-}$$

Die nach aussen abgegebene Wärme dq_{ra}^- vergrössert die effektiv zuzuführende Arbeit um den gleichen Betrag. Im übrigen ist Fall g wie Fall f, daher gilt für beide Fälle das gleiche Bild.

Der Grund, warum aus der äusseren Reibungswärme keine Arbeit zurückgewonnen werden kann, wäre folgendermassen zu erklären: Die Temperatur, bei der die Reibungswärme dq_{ra}^- entsteht, ist unbestimmt. Nimmt man an, sie entstehe bei der Umgebungstemperatur T_u, bei der sie letztenendes an die Umgebung abgegeben wird, so ist $\eta_C = 0$.

7.1.3 Berücksichtigung der äusseren Irreversibilität

Bei den unter 7.1.2 betrachteten Fällen wurde die Arbeit des vorgeschriebenen Prozessabschnittes bestimmt, unbeachtet der Temperatur T_o des wärmeliefernden Reservoirs. Der Wärmeaustausch mit der Umgebung wurde stets reversibel vorausgesetzt. Die effektiv gewinnbare Arbeit für das ganze verfügbare Temperaturgefälle $T_o - T_u$ ergäbe einen grösseren Betrag, wenn nicht die äussere Irreversibilität infolge Wärmeübergang von der Temperatur T_o zur Temperatur T des Mediums in die Rechnung einbezogen würde. Bei Berücksichtigung dieser Irreversibilität erhält man für die gewinnbare Arbeit:

$$(33)\qquad da_{eff}^{-} = -dj' + dq^{+}\left(1 - \frac{T_u}{T_o}\right) - dq^{+}\,T_u\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o}\right) - dq_{ri}^{+}\frac{T_u}{T} - dq_{ra}^{-}$$

Der dritte Term dieser Gleichung, für den $T_u\, ds_{ira}$ gesetzt werden kann, entspricht dem Arbeitsverlust infolge der äusseren irreversiblen Entropiezunahme ds_{ira}, die sich nach Gleichung (23) daraus ergibt, dass die Entropie des Reservoirs weniger abnimmt als die Entropie des Mediums zunimmt. Die innere irreversible Entropiezunahme ist wie vorher $ds_{iri} = dq_{ri}^+/T$.

Formt man Gleichung (33) um, so wird man auf Gleichung (32) zurückgeführt. Dies zeigt, dass bei richtiger Berücksichtigung der Verluste und der entsprechenden Temperaturen, die Arbeit da_{eff}^- für beide Fälle die gleiche ist. Der Übergang ist einer Erweiterung der Systemgrenze gleichbedeutend. Die eine oder die andere Berechnungsart wird je nach dem Zweck der Prozessbewertung verwendet.

7.2 Prozessbewertung für das offene stationäre System

7.2.1 Die gewinnbare Arbeit bei nur innern Irreversibilitäten

Für das offene stationäre System werden ähnlich wie vorhin für das geschlossene die Ausdrücke für den ersten Hauptsatz [Gleichung (9)] und den zweiten Hauptsatz [Gleichung (15)] in den Ausdruck für das totale Differential der spezifischen Koenthalpie, [Gleichung (30)] eingesetzt. Damit wird:

$$de = dq^{+} + dq_{ri}^{+} + v\,dp - \frac{T_u}{T}\,(dq^{+} + dq_{ri}^{+})$$

Mit dem Ausdruck für die innere Arbeit des offenen stationären Prozesses [Gleichungen (8) und (3)]

$$v\,dp = da_i^{+} = da_a^{+} - (dq_{ri}^{+} + dq_{ra}^{-})$$

wird die spezifische Koenthalpie

$$(34)\qquad de = da_a^{+} + dq^{+}\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - dq_{ri}^{+}\frac{T_u}{T} - dq_{ra}^{-}$$

Hierin ist da_a^+ die effektiv von aussen zuzuführende Arbeit, um die Koenthalpie für einen vorgeschriebenen Prozess-Schritt mit der Wärmezufuhr dq^+ und den Reibungswärmen dq_{ri}^+ und dq_{ra}^- um den infinitesimalen Betrag de zu erhöhen.

Die Gleichung kann nach der nach aussen gewinnbaren Arbeit $da_a^- = da_{eff}^-$ (technischen Arbeit) aufgelöst werden:

$$(35)\qquad da_{eff}^{-} = -de + dq^{+}\eta_C - T_u\, ds_{iri} - dq_{ra}^{-}$$

Die gewinnbare Leistung ist:

$$d\dot{A}_{eff}^{-} = \dot{m}\,da_{eff}^{-} = -\dot{m}\,de + \dot{m}\,dq^{+}\eta_C - \dot{m}\,T_u\,ds_{iri} - \dot{m}\,dq_{ra}^{-}$$

$$(36)\qquad = -d\dot{E} + d\dot{Q}^{+}\eta_C - T_u\,d\dot{S}_{iri} - d\dot{Q}_{ra}^{-}$$

Gleichung (35) entspricht in ihrem Aufbau vollständig dem Ausdruck für die im geschlossenen System gewinnbare Arbeit nach Gleichung (32). Es genügt lediglich, die äussere spezifische Koenergie

j' durch die spezifische Koenthalpie e zu ersetzen. Eine Wiederholung der im Abschnitt 7.1.2 behandelten Fälle erübrigt sich dadurch. Ein Fall verdient jedoch besondere Beachtung. Untersucht man eine adiabate Zustandsänderung mit nur innerer Reibung, so gilt

$$da_{eff}^{-} = -de - T_u\, ds_{iri}$$

Im Falle, wo keine Arbeit nach aussen abgegeben wird (Drosselung), wo also dieser Ausdruck gleich null ist, erhält man mit Gleichung (30)

$$-di + T_u\, ds - T_u\, ds_{iri} = 0$$

Für die adiabate Zustandsänderung ist $ds = ds_{iri}$, so dass

$$di = 0$$

Hier besteht also ein Unterschied zum geschlossenen System, wo bei der Drosselung die Änderung der inneren Energie gleich der an die Umgebung abzugebenden Verschiebungsarbeit ist. Dieser Unterschied rührt davon her, dass in der Enthalpie die Verschiebungsarbeiten implizit schon berücksichtigt sind.

7.2.2 Berücksichtigung der äusseren Irreversibilität

Auch bei der Herleitung der Zusammenhänge für das offene stationäre System sind bisher nur die inneren Verluste des Prozesses in Rechnung gesetzt worden. Die Wärme wird dem Medium bei der jeweiligen Temperatur T zugeführt. Bei irreversiblem Wärmefluss von der Temperatur T_o des Wärmereservoirs bis zur Temperatur des Mediums T ergibt sich eine äussere Irreversibilität ds_{ira}. Bezogen auf die Temperatur T_o des Wärmereservoirs ist die effektiv gewinnbare Leistung (technische Leistung) des offenen stationären Prozesses:

$$(37)\quad d\dot{A}_{eff}^{-} = \dot{m}\left[-de + dq^{+}\left(1 - \frac{T_u}{T_o}\right) - dq^{+}\,T_u\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o}\right) - \frac{T_u}{T}\,dq_{ri}^{+} - dq_{ra}^{-}\right]$$

$$= \dot{m}\left[-de + dq^{+}\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - \frac{T_u}{T}\,dq_{ri}^{+} - dq_{ra}^{-}\right]$$

In beiden Berechnungsarten nach Gleichung (36) und nach Gleichung (37) ist die Leistung $d\dot{A}_{eff}^{-}$ dieselbe.

8. Beispiele technisch wichtiger Kreisprozesse

8.1. Der einfache offene Gasturbinen-Kreisprozess

Untersucht wird der Gasturbinen-Kreisprozess eines modernen Mantelstrom-Flugtriebwerkes. Flughöhe: 12 km über Meer; Reisegeschwindigkeit: v = 250 m/s (Ma = 0,85).

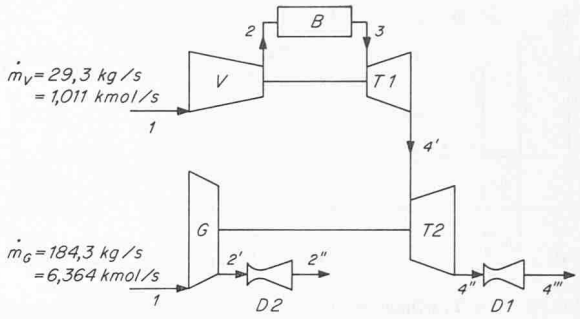


Bild 11. Das Blockschema des Gasturbinen-Flugtriebwerkes

Die Anlage besteht aus einer Kette offener stationärer Systeme. Bild 11 zeigt das Blockschema und Bild 12a den Prozess im i, s-Diagramm mit den Linien konstanter Koenthalpie e. Dieser soll einfachheitshalber nur mit Luft durchgeführt werden. Er setzt sich zusammen aus einer adiabaten (nicht isentropen) Kompression 1 2 im Verdichter V, einer Wärmezufuhr 2 3′, verbunden mit einem Druckverlust 3′ 3 in der Brennkammer B, einer adiabaten Expansion 3 4′ in der Turbine T 1, die den Verdichter V antreibt, einer zweiten adiabaten Expansion 4′ 4″ in der Nutzleistungsturbine T 2, die das Mantelstromgebläse G antreibt und einer adiabaten Expansion 4″ 4‴ in der Düse D 1, wobei die Punkte 4″ und 4‴ die totale Energie (also die Enthalpie plus die kinetische Energie) bezeichnen. In der nachfolgenden Zustandsänderung 4‴ 4 wird die kinetische Leistung des aus der Düse D 1 austretenden Strahls in Schubleistung umgewandelt. Im Gebläse G wird Luft von 1 auf 2′ adiabat verdichtet, die anschliessend in der Düse D 2 auf 2″ (totale Energie) adiabat expandiert und nach Erzeugen der Schubleistung in den Zustand 2‴ übergeht. Alle Wände seien mit idealen Isolierungen versehen. Die Kette der Vorgänge schliesst sich zum Kreisprozess durch die Annahme, dass die Gasströme nach Erzeugen der Schubleistungen durch Wärmeabgabe an die Umgebung bei konstantem statischem Druck in den Anfangszustand 1 zurückgebracht und anschliessend dem Verdichter und dem Gebläse wieder zugeführt werden (Zustandsänderungen 4 1 und 2‴ 1).

Unterschiede zwischen einem Flugtriebwerk und einer stationären Gasturbine ergeben sich durch die Eigengeschwindigkeit. Diese wirkt sich auf die Ausnützung des verfügbaren Enthalpiegefälles aus. Der eigentliche Gasturbinen-Kreisprozess des Flugtriebwerkes kann gesondert betrachtet werden, ohne einstweilen auf die Umsetzung der Nutzleistung in Schubleistung einzutreten.

Die relativ zum Triebwerk mit der Reisegeschwindigkeit v sich bewegende Umgebungsluft hat beim Verdichtereintritt eine kinetische Energie $v^2/2$. Ihr Totalzustand ist durch den Punkt 1 gekennzeichnet.

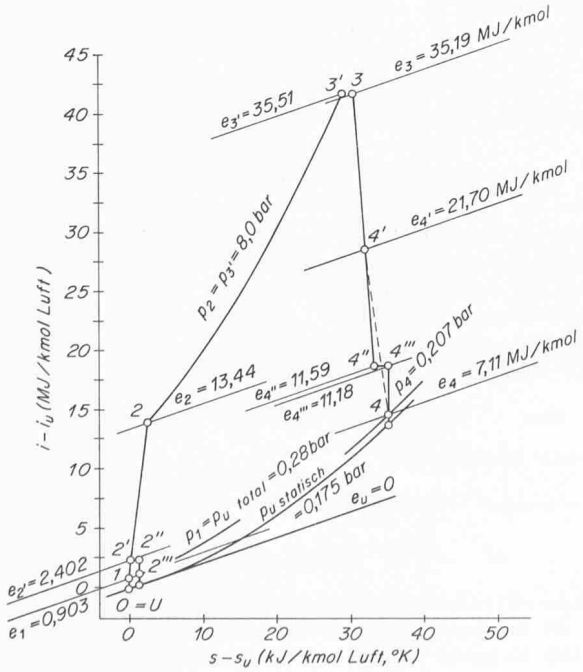


Bild 12a (links). Der Prozess des Gasturbinen-Flugtriebwerkes im i, s-Diagramm

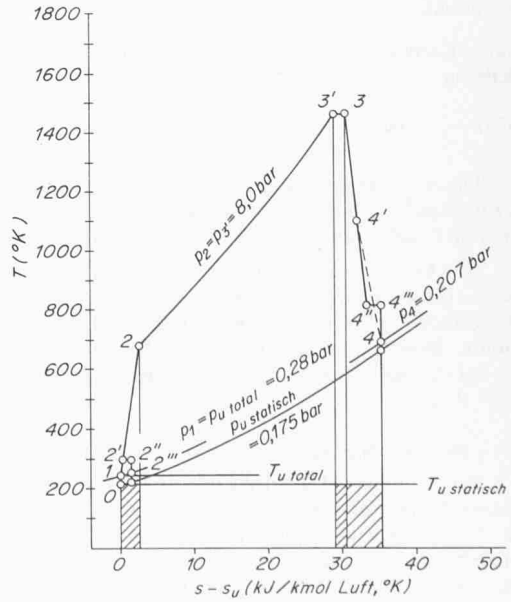


Bild 12b (rechts). Der Prozess des Gasturbinen-Flugtriebwerkes im T, s-Diagramm

Im Falle eines idealisierten Flugtriebwerkes wäre die maximal verfügbare Enthalpiedifferenz dann gewonnen, wenn die Rauchgase die Turbine T 2 gerade mit der Reisegeschwindigkeit v verlassen würden. Dann wäre aus der Impulsstromänderung vom Eintritt bis zum Austritt keine Schubleistung erzeugt worden. Das gesamte Enthalpiegefälle zwischen 4′ und 4 würde als Wellenleistung zur Verfügung stehen.

Um eine möglichst grosse Schubleistung des gesamten Flugtriebwerkes mit geringsten Koenthalpie-Verlusten zu erzeugen, wird eine grosse Mantelstrom-Luftmenge in dem von der Nutzleistungsturbine T 2 angetriebenen Gebläse G verdichtet. Der dabei erzeugte Schub ergibt sich aus der Impulsstromänderung. Der damit verbundene Strahlwirkungsgrad[4]) hat einen Koenthalpieverlust zur Folge. Es ist vorteilhaft, die Austrittsgeschwindigkeit aus der Turbine T 2 so zu erhöhen, dass die Rauchgase selbst einen Teil des Schubes erzeugen. Das ausgenützte Enthalpiegefälle der Turbine T 2 wird folglich etwas kleiner, ebenso die an das Gebläse abgegebene Leistung. Der Totalzustand der Rauchgase am Turbinenaustritt (Bild 12a) verschiebt sich deshalb von Pkt. 4 nach Pkt. 4″. Der Koenthalpieverlust von Pkt. 4″ bis Pkt. 4‴ ist durch Reibungsverluste in der Düse D 1 bedingt (die irreversiblen Entropiezunahmen in der Nutzleistungsturbine von Pkt. 4′ bis Pkt. 4 im Idealfall, und von Pkt. 4′ bis 4‴ im wirklichen Fall, wurden gleich gross angenommen). Analog ist im Bild 12a die Kompression im Gebläse von Pkt. 1 bis 2′ mit der anschliessenden reibungsbehafteten adiabaten Strömung in der Düse D 2 von Pkt. 2′ bis 2″ behandelt.

Die im Beispiel verwendeten Prozessparameter sind das Ergebnis umfassender Optimierungsrechnungen. Im Hinblick auf allgemeine Gültigkeit werden die einzelnen Prozessschritte zwischen den kennzeichnenden Totalzustandspunkten wie folgt dargestellt:

Kompression 1—2 $$\dot{A}_{eff}{}^{+} = \dot{m}\left[\int_1^2 de + T_u \int_1^2 ds_{\mathrm{iri}}\right]$$

Wärmezufuhr 2—3 $$0 = \dot{m}\left[\int_2^3 -de + \int_2^3 dq^{+}\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - T_u \int_2^3 ds_{\mathrm{iri}}\right]$$

[4]) Die Schubleistung ist

$$Sv = \dot{m}\,(w - v)\,v$$

Die totale, sekundliche, kinetische Energie, die zur Verfügung steht, berechnet sich aus der Differenz der kinetischen Energien

$$\dot{A}_{\mathrm{kin}} = \dot{m}\,(w^2/2 - v^2/2)$$

Dabei ist w die relative Düsenaustrittsgeschwindigkeit und v die Fluggeschwindigkeit. Als Strahlwirkungsgrad ist der Quotient der gewonnenen Schubleistung zur aufgewendeten Leistung zu bezeichnen:

$$\eta_{Str} = \frac{\dot{m}\,(w - v)\,v}{\dot{m}\,(w^2/2 - v^2/2)} = \frac{2}{1 + w/v}$$

Tabelle 1. Zustandsgrössen des Gasturbinen-Flugtriebwerke-Prozesses nach den Bildern 12a und 12b

Pkt	T [°K]	p [bar]	$i-i_u$ [MJ/kmol Luft]	$s-s_u$ [kJ/kmol Luft°]	e [MJ/kmol Luft]	$\dot{E}$ [MW]
0	215,0	0,175	0	0	0	0
1	246,2	0,280	0,903	0	0,903	0,91/5,75
2′	300,2	0,542	2,467	0,306	2,402	15,28
2″	300,2	0,473	2,467	1,442	2,157	13,73
2‴	257,2	0,275	1,222	1,442	0,912	5,80
2	685	8,0	14,03	2,601	13,44	13,59
3′	1465	8,0	41,77	29,17	35,51	35,90
3	1465	7,6	41,77	30,60	35,19	35,57
4′	1105	1,76	28,61	32,18	21,70	21,93
4″	820	0,460	18,77	33,40	11,59	11,71
4‴	820	0,380	18,77	35,30	11,18	11,30
4	695	0,207	14,70	35,30	7,11	7,18

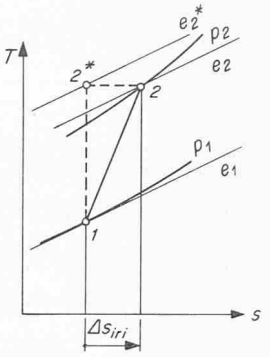


Bild 13. Die adiabate (nicht isentrope) Kompression

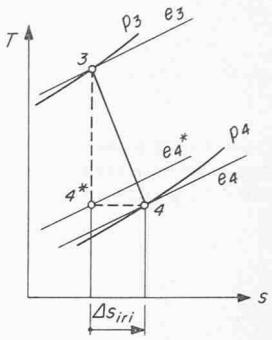


Bild 14. Die adiabate (nicht isentrope) Expansion

Expansion 3—4 $$\dot{A}_{eff}{}^{-} = \dot{m}\left[\int_3^4 -de - T_u \int_3^4 ds_{\mathrm{iri}}\right]$$

Wärmeabgabe 4—1 $$0 = \dot{m}\left[\int_4^1 -de - \int_4^1 dq^{-}\left(1 - \frac{T_u}{T}\right)\right]$$

(38) Kreisprozess $$\dot{A}_{\circ\,eff}{}^{-} = \dot{m}\left[-\oint de + \oint dq^{+}\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - T_u \oint \frac{dq_{ri}{}^{+}}{T}\right]$$

In Gleichung (38) verschwindet der erste Term in der Klammer, da die Koenthalpie e eine Zustandsfunktion ist. Der zweite Term stellt die bei verlustfreiem Prozess in Arbeit umgewandelte Wärme dar und der dritte die Arbeitsverluste infolge innerer Irreversibilitäten. Dieser Term ist immer grösser als null.

Für die weitere Betrachtung ist es zweckmässig, die einzelnen Glieder der Gleichung (38) wie folgt zu gruppieren:

(39a) $$\dot{A}_{\circ\,eff}{}^{-} = \dot{m}\left[\int_2^{3'} dq^{+} + \int_4^1 dq^{+} - T_u \int_2^{3'} \frac{dq^{+}}{T} - T_u \int_4^1 \frac{dq^{+}}{T} - T_u \Sigma\Delta\, s_{\mathrm{iri}}\right]$$

(39b) $$\dot{A}_{\circ\,eff}{}^{-} = \dot{m}\left[q_{23'}{}^{+} - q_{41}{}^{-} - T_u\left(s_{3'} - s_2\right) - T_u\left(s_1 - s_4\right) - T_u \Sigma\Delta\, s_{\mathrm{iri}}\right]$$

Die ersten beiden Terme entsprechen der normalen Schreibweise für den ersten Hauptsatz, wonach die effektive oder äussere Leistung des Kreisprozesses

$$\dot{A}_{\circ\,eff}{}^{-} = \dot{m}\,[q^{+} - q^{-}]$$

ist. Nach dem zweiten Hauptsatz ist die Summe der letzten drei Terme in Gleichung (39) gleich null. Die Schreibweise von Gleichung (39b) erlaubt die Bewertung der inneren Irreversibilitäten. Je grösser der letzte Term ist, desto grösser muss der negative Betrag von $(s_1 - s_4)$, das heisst die infolge Irreversibilität zusätzlich abzuführende Wärme sein. In Bild 12b erscheinen die letzten drei Terme der Gleichung (39b), deren Summe gleich null ist, als Rechtecke von der Höhe T_u und der Breite der betreffenden Entropieänderungen.

8.1.2 Berücksichtigung der äusseren Irreversibilitäten

Betrachtet man die äusseren Irreversibilitäten infolge endlicher Temperaturdifferenzen für die Wärmezufuhr und die Wärmeabfuhr, so ergibt sich für die Leistung des Kreisprozesses:

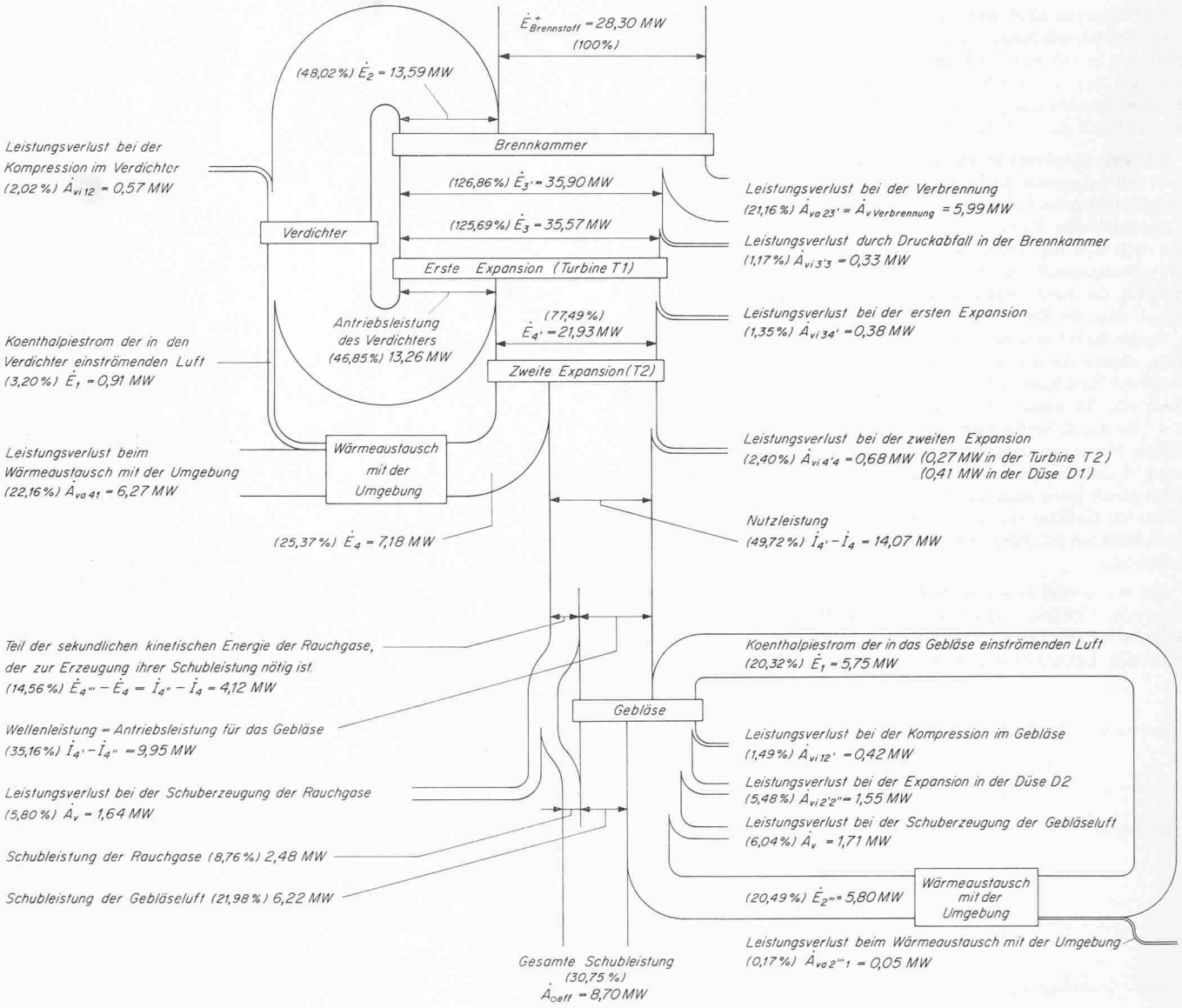


Bild 15. Das Koenthalpie-Fluss-Diagramm des Gasturbinen-Flugtriebwerkes

$$(40)\qquad \dot{A}_{\circ eff}{}^{-} = \dot{m}\left[\int_2^{3'} dq^{+}\left(1-\frac{T_u}{T_o}\right) - T_u\int_2^{3'} dq^{+}\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_o}\right) + \right.$$

$$\left. + \int_4^{1} dq^{+}\left(1-\frac{T_u}{T_u}\right) + T_u\int_4^{1} dq^{+}\left(\frac{1}{T_u}-\frac{1}{T}\right) - T_u\,\Sigma\Delta s_{iri}\right]$$

Es stellt sich die Frage nach der Temperatur T_o des wärmespendenden Reservoirs im Falle einer Verbrennung. Untersuchungen über die Exergie eines Brennstoffes [11], [10] zeigen, dass sie nahezu gleich der chemischen Reaktionswärme ist. Die im Brennstoff chemisch gebundene Energie ist also bei reversibler Prozessführung fast vollständig in Arbeit umwandelbar.

Demgegenüber wird bei der üblichen Verbrennung die chemische Energie in Wärme umgesetzt. Eine vollständige Rückumwandlung der Verbrennungswärme in Arbeit wäre nur im Falle $\eta_C = 1$ möglich, was voraus setzt, dass $T_u/T_o = 0$ ist. Um eine ausserhalb der Betrachtungen liegende Irreversibilität zu vermeiden, muss also die Verbrennung bei beliebig hoher Temperatur ($T_o \to \infty$) erfolgen. Denn in diesem Falle könnte die entstehende Reaktionswärme der Verbrennung bei dieser Temperatur einem unendlich schmalen Carnotprozess zugeführt und vollständig in Arbeit umgewandelt werden. Dabei wird die Klammer im ersten Summanden von Gleichung (40) gleich eins und für den zweiten Summanden ist zu setzen $T_u\,(s_{3'} - s_2)$. Dies entspricht der Verlustarbeit infolge äusserer Irreversibilität. (Es gibt keine der Entropiezunahme des Mediums entsprechende Entropieabnahme des wärmespendenden Reservoirs, da T_o unendlich gross ist).

Die äussere Irreversibilität der Wärmezufuhr kann in einem zweiten gedanklichen Modell zu einer inneren gemacht werden. Man stellt sich vor, dass die ganze Verbrennungsenergie vorerst reversibel in Arbeit umgesetzt (beispielsweise mit einer idealen Brennstoffzelle), und nachträglich innerhalb des Systems mit Hilfe eines Flügelrades (ähnlich wie in Bild 2 angedeutet) in Reibungswärme $dq_{ri}{}^{+}$ dissipiert wird. Es ist dann $dq^{+} = dq_{ri}{}^{+}$. Der Ausdruck für den Arbeitsverlust

$$\int_2^{3'} \frac{T_u}{T}\, dq_{ri}{}^{+} = T_u\,(s_{3'} - s_2)$$

entspricht genau dem früher gefundenen Resultat.

Der dritte Term in Gleichung (40) verschwindet. Damit wird der Ausdruck für die Arbeit mit den äusseren und den inneren irreversiblen Entropiezunahmen allgemein:

$$(41)\qquad \dot{A}_{\circ eff}{}^{-} = \dot{m}\left[\int_2^{3'} dq^{+}\left(1-\frac{T_u}{T_o}\right) - T_u\,\Delta s_{ira_{23'}} - \right.$$

$$\left. - T_u\,\Delta s_{ira_{41}} - T_u\,\Sigma\Delta s_{iri}\right]$$

und mit $T_o \to \infty$:

$$(42) \qquad \dot{A}_{o\,eff}{}^{-} = \dot{m}\,[q_{23'}{}^{+} - T_u\,(\Sigma \Delta s_{\mathrm{ir}a} + \Sigma \Delta s_{\mathrm{ir}i})] = \dot{m}\,[q^{+} - T_u\,\Sigma \Delta s_{\mathrm{ir}}]$$

Die effektiv gewinnbare Leistung des Kreisprozesses ist gleich der von aussen zugeführten Wärme minus die Summe der Verlustarbeiten infolge innerer und äusserer Irreversibilitäten.

Die Gleichung (40) mit $T_o \to \infty$ gibt dieselbe Arbeit wie vorher [Gleichung (39b)] mit Berücksichtigung der inneren Irreversibilitäten und der entsprechenden Temperatur des Mediums.

8.1.4 Die Einzelwirkungsgrade

Der Kompressorwirkungsgrad, Bild 13

Die pro kg des Arbeitsstoffes effektiv aufzuwendende Arbeit ist:

$$a_{eff\,12}{}^{+} = \int_1^2 de + T_u \int_1^2 \frac{dq_{ri}{}^{+}}{T} = e_2 - e_1 + T_u\,\Delta s_{\mathrm{ir}i}$$

Bei reversibler Kompression von 1 bis 2 wäre der Arbeitsaufwand gleich der Zunahme der Koenthalpie $e_2 - e_1$. Der Kompressionswirkungsgrad ist das Verhältnis dieser Arbeiten, also:

$$(43) \qquad \eta_K = \frac{e_2 - e_1}{e_2 - e_1 + T_u\,\Delta s_{\mathrm{ir}i}} = \frac{1}{1 + \dfrac{T_u\,\Delta s_{\mathrm{ir}i}}{e_2 - e_1}}$$

Der Turbinenwirkungsgrad, Bild 14

Die pro kg des Arbeitsstoffes effektiv gewonnene Arbeit ist:

$$a_{eff\,34}{}^{-} = \int_3^4 -de - T_u \int_3^4 \frac{dq_{ri}{}^{+}}{T} = e_3 - e_4 - T_u\,\Delta s_{\mathrm{ir}i}$$

Die reversibel gewinnbare Arbeit von 3 bis 4 ist gleich der Koenthalpieänderung $e_3 - e_4$. Der Turbinenwirkungsgrad ist das Verhältnis dieser Arbeiten, also:

$$(44) \qquad \eta_T = \frac{e_3 - e_4 - T_u\,\Delta s_{\mathrm{ir}i}}{e_3 - e_4} = 1 - \frac{T_u\,\Delta s_{\mathrm{ir}i}}{e_3 - e_4}$$

Diese Teilwirkungsgrade sind nicht sehr bedeutungsvoll; viel bedeutungsvoller ist es, alle Verlustarbeiten auf dieselbe Grösse zu beziehen, wofür sich zum Beispiel die dem System zugeführte Koenthalpie eignet.

Man kann die Kompression als reversibler Vorgang von 1 bis 2* mit anschliessender Drosselung von 2* bis 2 auffassen, ebenso die Expansion als reversibler Vorgang von 3 bis 4* mit anschliessender Drosselung von 4* bis 4.

8.1.5 Das Koenthalpie-Fluss-Diagramm, Bild 15

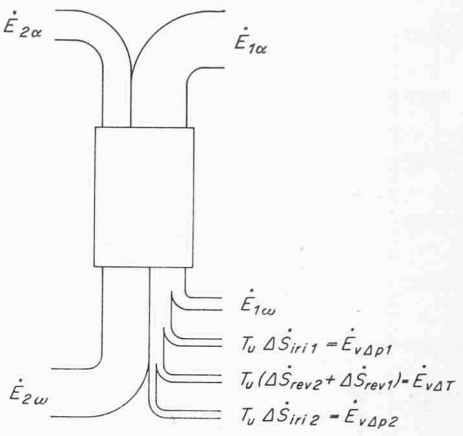
Eine sehr geeignete Darstellung des Prozesses mit den Verlusten vermittelt das Koenthalpie-Fluss-Diagramm. Sogenannte «Sankey-Diagramme» werden für Energieflüsse oft verwendet, bei denen die Breite des Bandes ein Mass für den Energiestrom ist. Beim Koenthalpie-Fluss-Diagramm stellt die Breite des Bandes die Grösse des Koenthalpiestromes dar. Verluste an Koenthalpie infolge äusserer und innerer Irreversibilitäten sind entsprechend markierte, abzweigende Bänder. Erstmals wurde diese Darstellung von *P. Grassmann* [3] vorgeschlagen. Bei dieser Darstellung erscheinen alle Verluste in vergleichbarer Grösse zur Leistungsabgabe bzw. zur zugeführten Koenthalpie.

Bild 15 zeigt das vollständige Koenthalpie-Fluss-Diagramm des Gasturbinen-Flugtriebwerkes. Im oberen Teil ist der eigentliche Gasturbinen-Prozess dargestellt. Die Nutzleistung setzt sich zusammen aus der Wellenleistung zum Antrieb des Gebläses und dem Teil der verfügbaren kinetischen Energie des Rauchgas-Massenstromes, der zur Erzeugung der Schubleistung der Düse D 1 zur Verfügung steht. Im unteren Teil werden die Koenthalpieverluste dargestellt, die sich bei der Umsetzung der Strahlleistung in Schubleistung ergeben.

8.2 Der adiabate Wärmeaustauscher

Der Wärmeaustauscher kann ebenfalls als offenes stationäres System behandelt werden. Die Massenströme $\dot{m}_1$ und $\dot{m}_2$ der Medien 1 und 2 haben am Eintritt den Zustand α und am Austritt den Zustand ω. Die inneren Koenthalpieverluste infolge der für den Wärmeübergang erforderlichen Temperaturdifferenz und infolge der Reibungsdruckverluste beider Medien verursachen die inneren Irreversibilitäten. Da keine Leistung abgegeben wird, ist der Strom der eintretenden Koenthalpien gleich dem Strom der austretenden Koenthalpien, vermehrt um die Koenthalpie-Verlustströme. Im weiteren ist die Summe der eintretenden Enthalpieströme gleich der Summe der austretenden Enthalpieströme. Dies gilt für das adiabat vorausgesetzte System, bei dem auch keine Reibungswärme nach aussen abgegeben wird.

Bild 16. Das Koenthalpie-Fluss-Diagramm für den adiabaten Wärmeaustauscher



Für das Medium 1 gilt nach Gleichung (36) mit $da_{eff}{}^{-} = 0$

$$(45) \qquad \dot{m}_1 \left[-\int_\alpha^\omega de - \int_\alpha^\omega dq_1{}^{-} \left(1 - \frac{T_u}{T_1}\right) - T_u \int_\alpha^\omega \frac{dq_{ri1}{}^{+}}{T} \right] = 0,$$

für das Medium 2 analog:

$$(46) \qquad \dot{m}_2 \left[-\int_\alpha^\omega de + \int_\alpha^\omega dq_2{}^{+} \left(1 - \frac{T_u}{T_2}\right) - T_u \int_\alpha^\omega \frac{dq_{ri2}{}^{+}}{T} \right] = 0$$

Nach dem ersten Hauptsatz ist für das adiabate System

$$(47) \qquad \int_\alpha^\omega \dot{m}_1\,dq_1{}^{-} = \int_\alpha^\omega \dot{m}_2\,dq_2{}^{+}$$

Umgeformt und ausgedrückt durch die Koenthalpieströme:

$$(48) \qquad \dot{E}_{1\omega} - \dot{E}_{1\alpha} = -\int_\alpha^\omega d\dot{Q}_1{}^{-} - T_u\,\Delta\dot{S}_{\mathrm{rev}_1} - T_u\,\Delta\dot{S}_{\mathrm{ir}i_1}$$

$$(49) \qquad \dot{E}_{2\omega} - \dot{E}_{2\alpha} = \int_\alpha^\omega d\dot{Q}_2{}^{+} - T_u\,\Delta\dot{S}_{\mathrm{rev}_2} - T_u\,\Delta\dot{S}_{\mathrm{ir}i_2}$$

Somit ist (durch Addition der Gleichungen):

$$(50) \qquad \dot{E}_{1\alpha} + \dot{E}_{2\alpha} = T_u\,(\Delta\dot{S}_{\mathrm{rev}_2} + \Delta\dot{S}_{\mathrm{rev}_1}) + T_u\,\Delta\dot{S}_{\mathrm{ir}i_1} + T_u\,\Delta\dot{S}_{\mathrm{ir}i_2} + \dot{E}_{1\omega} + \dot{E}_{2\omega}$$

Der erste Term stellt das Verlustglied dar, das durch die endliche Temperaturdifferenz für die Wärmeübertragung verursacht wird. Bild 16 zeigt das Koenthalpie-Fluss-Diagramm. Für die Darstellung der Verluste und der Zustandsänderungen beider Medien im T,s- bzw. im i,s-Diagramm sei auf die Autographie des Verfassers [10] hingewiesen.

8.3 Der Verbrennungsmotor (Dieselprozess)

Der in einem geschlossenen System ablaufende Prozess ist in Bild 17 im u,s-Diagramm dargestellt. Das Arbeitsmedium sei ein ideales Gas, das sich im Verlauf des Prozesses chemisch nicht verändert. Weiter werde die Reibungsarbeit als $dq_{ra}{}^{-}$ vollständig nach aussen abgegeben. Die Teilvorgänge sind: die Kompression 1 2, bei der praktisch keine Wärme an die gekühlte Zylinderwand abfliesst, die also isentrop, wenn auch nicht reversibel verläuft, eine Verbrennung 2 3 bei konstantem Volumen, eine Verbrennung 3 4 bei konstantem Druck, eine Verbrennung 4 5 bei konstanter Temperatur, eine Expansion 5 6 bis zum unteren Totpunkt, wo $v_6 = v_1$ ist. Um

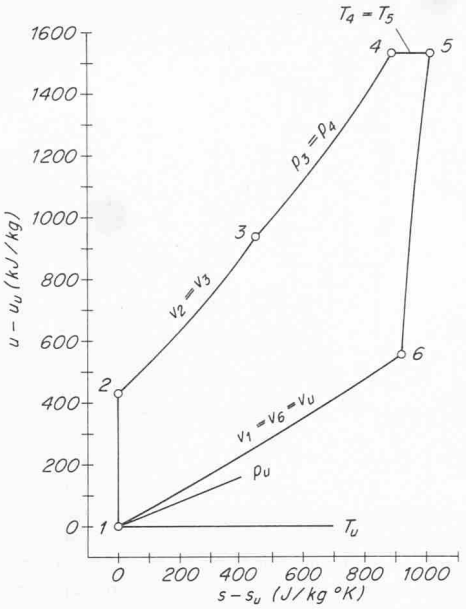


Bild 17. Der Dieselprozess im u, s-Diagramm
Punkt 1 = Zustand der Umgebungsluft

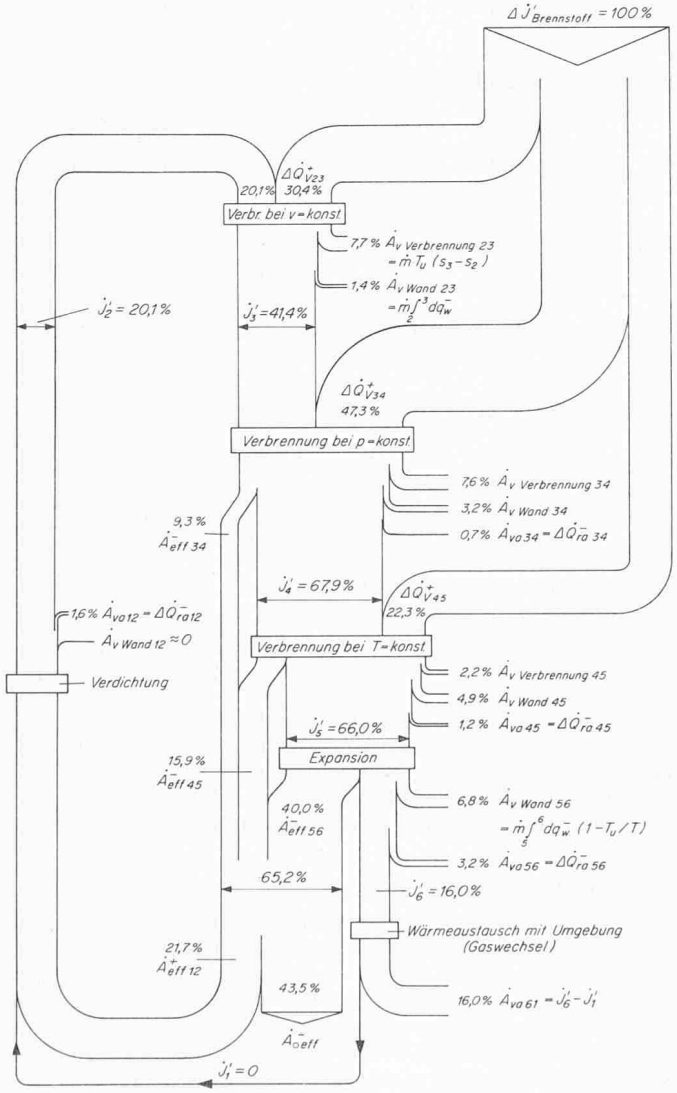


Bild 18. Das Koenergie-Diagramm für den geschlossenen Dieselprozess als Leistungs-Diagramm mit dem sekundlichen Massenstrom $\dot{m} = m\, z\, v$

Tabelle 2. Zustandsgrössen des Dieselprozesses nach Bild 17

Pkt	T [°K]	p [bar]	v [m³/kg]	$u-u_u$ [kJ/kg]	$s-s_u$ [J/kg°]	$j'-j'_u$ [kJ/kg]
1	300	1	0,862	0	0	0
2	863	45,6	0,054	431,5	0	350,7
3	1440	78,5	0,054	938,5	448	723,3
4	2062	78,5	0,078	1531,5	890	1186,1
5	2062	48,5	0,121	1531,5	1016	1151,6
6	1015	3,4	0,862	556,5	921	280,2

den Prozess zu schliessen, wird angenommen, dass an Stelle des Gaswechsels das Medium durch Wärmeentzug bei konstantem Volumen von 6 auf 1 gebracht werde. Bei den Vorgängen von 2 bis 6 fliesst Wärme vom Medium an die gekühlte Zylinderwand ab.

8.3.1 Die gewinnbare Arbeit eines Umlaufes

Bei der Berechnung der gewinnbaren Arbeit wird angenommen, im System befinde sich 1 kg des Arbeitsmediums. Die Verbrennungswärmen werden mit $q_V{}^+$, die an die Zylinderwand abfliessenden Wärmeverluste mit $q_W{}^-$ und die Abkühlungswärme 6–1 mit $q_A{}^-$ bezeichnet. Aufgrund von Gleichung (32) können die Arbeiten der Teilprozesse wie folgt angeschrieben werden:

Kompression mit Wärmeabgabe
$$1\text{–}2\quad a_{eff}{}^+ = \int_1^2 dj' + \int_1^2 dq_W{}^- \left(1 - \frac{T_u}{T}\right) + \int_1^2 dq_{ra}{}^-$$

Verbrennung bei v = konstant
$$2\text{–}3\quad 0 = -\int_2^3 dj' + \int_2^3 \left(dq_V{}^+ - dq_W{}^-\right)\left(1 - \frac{T_u}{T}\right)$$

Verbrennung bei p = konstant
$$3\text{–}4\quad a_{eff}{}^- = -\int_3^4 dj' + \int_3^4 \left(dq_V{}^+ - dq_W{}^-\right)\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - \int_3^4 dq_{ra}{}^-$$

Verbrennung bei T = konstant
$$4\text{–}5\quad a_{eff}{}^- = -\int_4^5 dj' + \int_4^5 \left(dq_V{}^+ - dq_W{}^-\right)\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - \int_4^5 dq_{ra}{}^-$$

Expansion mit Wärmeabgabe
$$5\text{–}6\quad a_{eff}{}^- = -\int_5^6 dj' - \int_5^6 dq_W{}^-\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - \int_5^6 dq_{ra}{}^-$$

Wärmeabfuhr bei v = konstant
$$6\text{–}1\quad 0 = -\int_6^1 dj' - \int_6^1 dq_A{}^-\left(1 - \frac{T_u}{T}\right)$$

Die effektive Arbeit eines Umlaufes ist:

$$a_{oeff}{}^- = \oint \left(dq_V{}^+ - dq_W{}^- - dq_A{}^-\right)\left(1 - \frac{T_u}{T}\right) - \oint dq_{ra}{}^-$$

$$(51)\quad = \oint \left(dq_V{}^+ - dq_W{}^- - dq_A{}^-\right) - T_u \oint \frac{(dq_V{}^+ - dq_W{}^- - dq_A{}^-)}{T} - \oint dq_{ra}{}^-$$

$$(52)\quad a_{oeff}{}^- = \int_2^5 dq_V{}^+ - \int_1^6 dq_W{}^- - \int_6^1 dq_A{}^- - \oint dq_{ra}{}^- - T_u \oint ds_{rev}$$

In dieser Gleichung ist der letzte Term gleich null.

8.3.2 Äussere Irreversibilitäten

Eine äussere Irreversibilität wird durch die Verbrennung verursacht; die entsprechende Entropiezunahme beträgt:

$$(53) \qquad \Delta s_{ira_{25}} = \int_2^5 dq^+ \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o}\right)$$

Dabei ist dq^+ die bei der Reaktion freiwerdende Wärme minus die an die Wand abgegebene Wärme. Die Temperatur T_o ist wie im Beispiel der Gasturbine (Abschnitt 8.1) sehr hoch, so dass $1/T_o = 0$ ist. Damit wird der äussere Arbeitsverlust bei der Verbrennung

$$(54) \qquad a_{va_{25}} = T_u \int_2^5 \frac{dq^+}{T} = T_u\,(s_5 - s_2)$$

Dieser Arbeitsverlust erfasst nur den Teil der Reaktionswärme, der dem System zugeführt wird. Die Wandwärmeverluste werden noch ausserhalb des Systems von der freiwerdenden Reaktionswärme abgezweigt. Da sie ohne Arbeitsgewinnung der Umgebung zugeführt werden, beträgt der damit verbundene äussere Arbeitsverlust

$$a_{va\,25'} = T_u \int_2^5 dq_W{}^- \left(\frac{1}{T_u} - \frac{1}{T_o}\right)$$

und mit dem gleichen Grenzübergang für die Temperatur T_o wie zuvor

$$a_{va\,25'} = \int_2^5 dq_W{}^-$$

Diese Überlegungen gelten nicht mehr für die Expansion 5 6, bei der die Wandwärmeverluste von der inneren Energie des Systems gedeckt werden. In diesem Fall ist der sich ergebende Arbeitsverlust ein innerer; er wurde in den Gleichungen für die einzelnen Teilprozesse schon berücksichtigt.

Eine weitere äussere Irreversibilität stellt die Wärmeabfuhr von 6 bis 1 dar. Statt ihr könnte man die Expansion reversibel bis zur Umgebungstemperatur führen und würde damit eine zusätzliche Arbeit gewinnen. Diese geht bei der angenommenen Abkühlung verloren, wodurch äussere Koenergieverluste entstehen. Durch Integration der für diesen Prozess-Schritt angeschriebenen Gleichung erhält man

$$(55) \qquad 0 = -(j'_1 - j'_6) - T_u \int_6^1 dq_A{}^- \left(\frac{1}{T_u} - \frac{1}{T}\right)$$

Damit ist für die entsprechende äussere Irreversibilität

$$(56) \qquad \Delta s_{ira_{61}} = \int_6^1 dq_A{}^- \left(\frac{1}{T_u} - \frac{1}{T}\right)$$

Der Arbeitsverlust (Koenergieverlust) infolge unvollständiger Expansion bis auf Umgebungstemperatur T_u ist somit:

$$(57) \qquad a_{va_{61}} = j_6' - j_1' = T_u\,\Delta s_{ira_{61}}$$

8.3.3 Arbeit und Leistung mit inneren und äusseren Verlusten

Wenn noch zusätzliche innere Verluste auftreten, kann die Arbeit des Kreisprozesses durch die äusseren und innern Irreversibilitäten wie folgt ausgedrückt werden:

$$(58) \qquad a_{oeff}{}^- = \int_1^6 dq^+ - T_u \Sigma \Delta s_{ira} - T_u \Sigma \Delta s_{iri} - \oint dq_{ra}{}^-$$

Das Koenergiediagramm Bild 18 bezieht sich auf die Arbeitsbeträge für das einmalige Durchlaufen des Kreisprozesses, also für ein Arbeitsspiel. Die Leistung des Motors ist:

$$(59) \qquad \dot{A}_{oeff}{}^- = m\,z\,v\,a_{oeff}{}^-$$

Dabei bedeuten m die Gasmasse im Arbeitszylinder, z die Zahl der Zylinder, v die Zahl der Arbeitsspiele pro Sekunde. Auch in diesem Fall sind die verschiedenen Verluste mit der zugeführten Koenergie oder mit der Nutzarbeit direkt vergleichbar.

Das Koenergie-Fluss-Diagramm, Bild 18, ist als Leistungs-Diagramm des Motors mit dem Massenstrom $\dot{m} = m\,z\,v$ aufzufassen. Nicht berücksichtigt ist die Änderung der Gaszusammensetzung infolge Verbrennung und die daraus resultierende Änderung der Molzahl. Dies wurde zur Vereinfachung des Beispiels so gemacht. Ausserdem müssten für den Gaswechsel etwa 5% der Nutzleistung aufgewendet werden. Mit Berücksichtigung dieser beiden Einflüsse ergeben sich die normalen Wirkungsgrade zwischen 35 und 40%.

9. Schlussbemerkung

Die für einfache Fälle gezeigte Bewertung thermodynamischer Kreisprozesse mit Hilfe der Begriffe Koenergie und Koenthalpie erlaubt, die verschiedenen Verluste direkt nebeneinander zu stellen und mit der zugeführten Koenergie bzw. Koenthalpie (oft auch Exergie genannt) oder mit der effektiv erzeugten Arbeit bzw. Leistung zu vergleichen.

Das Sankey-Diagramm, bei dem die Breite der gezeichneten Bänder dem Betrag der betrachteten Grösse entspricht, ist für die Darstellung der Koenergie und der Koenergieverluste im Falle des geschlossenen Systems, der Koenthalpieströme und der Koenthalpie-Verluströme im Falle des offenen Systems besonders geeignet.

Die allgemeine mathematische Formulierung des ersten und zweiten Hauptsatzes, eingesetzt in die Definitionsgleichung der Koenergie bzw. der Koenthalpie, liefert die Beziehungen für die Arbeits- bzw. Leistungsberechnung für jeden vorgegebenen Prozess-Schritt und erlaubt eine Bewertung der Zustandsänderung. Besonders gut eignen sich für diese Bewertung die früher eingeführten T, s- bzw. i, s-Diagramme mit den eingezeichneten Linien konstanter Koenergie bzw. konstanter Koenthalpie.

*

Zum Schlusse möchte ich den beiden Mitarbeitern am Institut für ihre Mithilfe danken. Dipl.-Ing. *U. Bosshard* hat bei der Neubearbeitung des Vorlesungsstoffes für die Autographie die von L. Borel eingeführten Potentiale – Koenergie und Koenthalpie – anschaulich dargestellt. Diese Arbeit bezweckt, einem weiteren Kreise die so geeigneten Kriterien für die Beurteilung thermodynamischer Prozesse anhand von Beispielen vertraut zu machen. Dipl.-Ing. *P. Bittmann*, hat bei der Formulierung des Textes und bei der Bearbeitung der Beispiele tatkräftig mitgeholfen und mit unermüdlichem Einsatz Text, Gleichungen und Bilder auf Verständlichkeit und Vollständigkeit geprüft.

Literaturverzeichnis

[1] *Stodola, A.:* Dampf- und Gasturbinen, 6. Auflage. 1923, Berlin, Springer-Verlag.

[2] *Keenan, J. H.:* Thermodynamics. 1941, New York, John Wiley & Sons, Inc.

[3] *Grassmann, P.:* Zur allgemeinen Definition des Wirkungsgrades (Exergieflussbilder). «Chemie-Ingenieur-Technik» *22* (1950) Nr. 4 S. 77/80.

[4] *Seippel, Cl.:* Betrachtungen über die Dampfkraftanlage. «Brown Boveri Mitteilungen» *37* (1950) Nr. 10 S. 342/356.

[5] *Rant, Z.:* Exergie, ein neues Wort für «technische Arbeitsfähigkeit». «Forsch.-Ing.-Wes.» *22* (1956) Nr. 1 S. 36/37.

[6] *Seippel, Cl. & Bereuter, R.:* Zur Technik kombinierter Dampf- und Gasturbinenanlagen. «Brown Boveri Mitteilungen» *47* (1960) Nr. 12 S. 783/799.

[7] *Grassmann, P.:* Energie und Exergie. BWK *13* (1961) Nr. 11, S. 482/486.

[8] *Baehr, H. D.:* Thermodynamik. Eine Einführung in die Grundlagen und ihre technischen Anwendungen. 1962, Springer-Verlag.

[9] *Borel, L.:* Zustandsfunktionen, Arbeitsbilanzen, Verluste und thermodynamischer Wirkungsgrad. «Schweiz. Bauzeitung» *83* (1965), Hefte 45, 46 und 47.

[10] *Berchtold, M.:* Autographie Thermodynamik. 1967, AMIV-Verlag.

[11] *Baehr, H. D. & Schmidt, E. F.:* Definition und Berechnung von Brennstoffexergien BWK *15* (1963) S. 375/381.

Adresse des Verfassers: *M. Berchtold*, Professor für Thermodynamik und Verbrennungsmotoren an der ETH Zürich, Usser Almend 6, 8700 Küsnacht/ZH.