Zeitschrift: Wasser Energie Luft = Eau énergie air = Acqua energia aria
Herausgeber: Schweizerischer Wasserwirtschaftsverband
Band: 102 (2010)
Heft: 1

Artikel: Numerische Modellierung von Erdrutschen und Schlammlawinen
Autor: Preisig, Mathias / Zimmermann, Thomas
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-941639

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Numerische Modellierung von Erdrutschen und Schlammlawinen

Matthias Preisig, Thomas Zimmermann

Zusammenfassung

Immer häufiger werden grosse Erdrutsche und Schlammlawinen registriert, die durch Regen oder unterirdische Infiltration von Regenwasser ausgelöst werden. In unseren stark überbauten Siedlungsgebieten verursachen solche Ereignisse zum Teil heftige Schäden. Geeignete Software ist deshalb notwendig, die es uns erlaubt, mögliche Konsequenzen solcher Ereignisse vorherzusagen. In diesem Aufsatz stellen wir ein einfaches und gleichzeitig robustes numerisches Modell vor, das auf den Grundgleichungen viskoser, inkompressibler Flüssigkeiten und einer Euler-Lagrange'schen Beschreibung der Bewegung basiert [3]. Das Modell stützt sich auf die Mechanik von Zweiphasenmischungen ab und verfolgt das Ziel, detailgetreu die Bewegung sowie die von der Fliessmasse ausgelösten Kräfte zu ermitteln. Auch wenn momentan lediglich zweidimensional, geht das Modell deutlich weiter als existierende Modelle, deren Anspruch im Allgemeinen darauf begrenzt ist, Risikozonen identifizieren zu können. Der Aufsatz beginnt mit einer kurzen Beschreibung des Modells, gefolgt von zwei Anwendungsbeispielen; das erste dient der Validierung, das zweite stellt die Simulation einer Schlammlawine dar. Der interessierte Leser wird auf die Referenzen [4,5,6] verwiesen, in welchen die ausführliche Theorie und eine ausführlichere Validierung des Modells zu finden ist.

1. Einführung

Eine grosse Anzahl möglicher Ansätze zur numerischen Analyse von Rutschungen sind Teil einer reichhaltigen Literatur zum Thema. Die meisten modellieren die Rutschzone in zwei (horizontalen) Dimensionen, wobei dem Modell die Hypothese einer geeigneten vertikalen Geschwindigkeits- und Druckverteilung zugrunde liegt. Solche Modelle erlauben es, die räumliche Ausbreitung eines Ereignisses zu bestimmen. Andere Ansätze benützen mechanische Grundgesetze im Kontinuum, wie dies auch bei uns der Fall ist, bleiben aber bei einem Einphasenmodell. Solche Modelle bringen oft hochentwickelte Stoffgesetze zur Anwendung, die sehr schwer auf die Realität zu kalibrieren sind.

Das vorliegende Modell basiert auf den Grundgesetzen der Fluidmechanik. Der Algorithmus ist neuartig in seiner Formulierung. Er ist gleichfalls robust und erlaubt das Verfolgen eines Ereignisses vom Anfang bis zum Ende. Das Zweiphasenmodell gründet auf der Annahme einer Mischung zweier viskoser Flüssigkeiten. Das zweidimensionale Modell benutzt ein lineares Stoffgesetz und präsentiert sich deshalb konzeptuell sehr einfach. Die Euler-Lagrange'sche Beschreibung der Bewegung wie auch der sehr generell gehaltene Algorithmus ermöglichen eine Erweiterung auf drei Dimensionen sowie die Anwendung komplexerer Stoffgesetze ohne grundlegende Schwierigkeiten.

Eine Rutschung beginnt, wenn ein Hang seine Stabilität verliert. Die Masse, die sich bei einer Rutschung in Bewegung setzt, kann mittels eines Computerprogrammes wie ZSOIL.PC [8] bestimmt werden. Diese Masse besteht, schematisch betrachtet, aus einer «pseudo-festen» Phase und einer flüssigen Phase. Das hier präsentierte Modell erlaubt das Verfolgen der instabilen Masse *(Bild 1)*, nachdem das Volumen dieser sowie ihre Eigenschaften definiert worden sind.

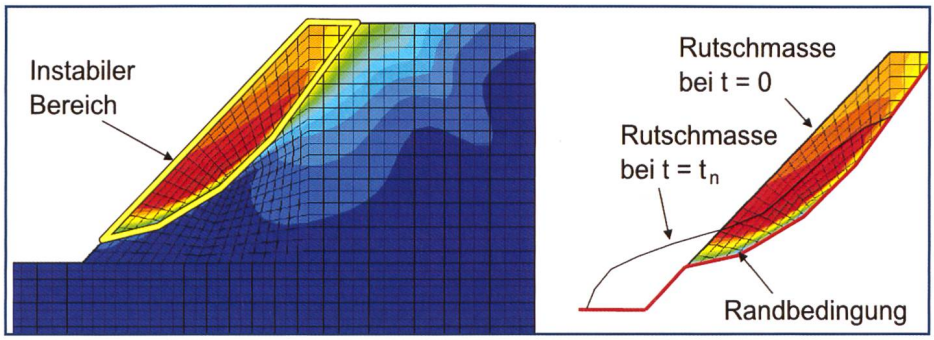

Bild 1. Bestimmung der instabilen Masse (links), Bereich, der für Rutschanalyse berücksichtigt wird (rechts). Verschiebungsamplitude: rot = maximal, blau = 0.

2. Theorie

Wir treffen die Annahme einer Mischung zweier inkompressibler Phasen unterschiedlicher Viskosität. Der «pseudo-feste» Anteil wird durch eine erhöhte Viskosität simuliert, während die andere Phase mit geringer Viskosität Wasser mit feinen Schwebestoffen darstellt. Obwohl die beiden Phasen hier linearen Stoffgesetzen folgen, stellt dies in der Folge keine Einschränkung der Methode dar. Die beiden Phasen formen eine Mischung, die einzig durch die Konzentration ihrer Komponenten charakterisiert wird. Zwischen den Phasen erfolgt kein Massenaustausch. Beide Phasen sind flüssig, mit unterschiedlichen Dichten und Viskositäten. Beide Phasen nehmen den selben Raum ein und sind in jedem Punkt des Modellbereichs gemeinsam präsent. In der Folge ist der Druck p in beiden Phasen identisch.

2.1 Grundgleichungen

Ausgehend von den oben genannten Annahmen kann gefolgert werden, dass die Summe der Konzentrationen C_α der beiden Phasen überall 1 beträgt:

$$C_s + C_f = 1 \quad (s: solid, f: fluid) \tag{1}$$

Die Massenerhaltung wird für jede Phase separat formuliert. Kombiniert mit der obigen Gleichung sowie der Annahme, dass beide Flüssigkeiten inkompressibel sind, lässt sich die Massenerhaltung der Mischung wie folgt schreiben:

$$\nabla \cdot (C_s \mathbf{u}_s) + \nabla \cdot (C_f \mathbf{u}_f) = 0 \qquad (2)$$

$\mathbf{u}_\alpha$ stellt die Geschwindigkeit der Phase α dar (*s* oder *f* für solid oder fluid), ∇ den Divergenzoperator.

Der Impulserhaltungssatz wird für beide Phasen separat geschrieben. Es handelt sich dabei um zwei Gleichungen des Typs Navier-Stokes, die durch einen Impulsaustauschterm, $\mathbf{m}_\alpha$ (siehe weiter unten) ergänzt werden:

$$C_\alpha \rho_\alpha \frac{D\mathbf{u}_\alpha}{Dt} = \nabla \cdot \langle \sigma_\alpha \rangle + C_\alpha \rho_\alpha \mathbf{f} + \mathbf{m}_\alpha$$
$$\alpha = s, f \qquad (3)$$

wobei ρ_α die Dichte der Phase α ist. Der Term $\frac{D\mathbf{u}_\alpha}{Dt}$ steht für die totale Ableitung der Geschwindigkeit des Massenpunktes der Phase α, das heisst seiner Beschleunigung. σ_α ist die lokale Spannung, die über eine Viskositätskonstante an den Geschwindigkeitsgradienten der Phase α gebunden ist.

$\langle \sigma_\alpha \rangle$ ist die über ein Kontrollvolumen gemittelte Spannung in der Phase α.

Der Impulserhaltungssatz stellt die Bewegung einer Menge Massenpunkte dar, die sich in einer viskosen Flüssigkeit bewegen. Die linke Seite der Gleichung hat somit einen Lagrange'schen Charakter (das Bezugssystem folgt dem Massenpunkt), während die Spannung in einem Euler'schen Bezugssystem (fixiert im Raum) ausgedrückt wird. Diese auf den ersten Blick scheinbare Inkohärenz wird durch die gewählte algorithmische Vorgehensweise beseitigt.

Der Impulsaustauschterm wird als das Produkt eines konzentrationsabhängigen Parameters und der Differenz der Geschwindigkeiten der beiden Phasen ausgedrückt. Verschiedene auf einfache Situationen basierte Argumente erlauben es, die Form des Terms wie folgt zu beschreiben:

$$\mathbf{m}_{sf} = -\mathbf{m}_{fs} = K'_{drag}(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_f) \qquad (4)$$

Wobei K'_{drag} eine neue Materialeigenschaft ist, die von den Viskositäten sowie den Konzentrationen abhängt.

Der interessierte Leser wird auf [4,5,6] verwiesen, worin die detaillierte Herleitung nachschlagbar ist. Zudem erläutert [7] den mehr allgemeinen theoretischen Zusammenhang.

2.2 Numerische Formulierung

Die Formulierung einer Matrixform mithilfe der Finite-Elemente-Methode folgt der klassischen Vorgehensweise und führt zur gewohnten Form eines Systems von Bewegungsgleichungen, die zu jedem Zeitpunkt $t_{n+1}=(n+1)\Delta t$ erfüllt sein müssen (Δt ist der Zeitschritt):

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}_{n+1}, C_{n+1})\mathbf{a}_{n+1} + \mathbf{K}(\mathbf{x}_{n+1}, C_{n+1})\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{F}^{ext}_{n+1} \qquad (5)$$

M ist die Massenmatrix, **K** die Viskositätsmatrix, beide sind Funktion der Knotenposition sowie der entsprechenden Konzentration. **a** ist der Beschleunigungsvektor in den Knoten der Diskretisierung beider Phasen, **v** beinhaltet die Knotengeschwindigkeiten sowie den Druck. $\mathbf{F}^{ext}_{n+1}$ ist der Vektor der aufgebrachten Lasten, hauptsächlich der Schwerkraft und der Reaktionen an den Grenzen des Modellbereichs. Die Lösung dieses Gleichungssystems ergibt das Geschwindigkeitsfeld zum Zeitpunkt t_{n+1}, aufgrund dessen die neuen Positionen der Partikel ermittelt werden können.

2.3 Algorithmus

Die Problemstellung wird mittels direkter Zeitintegration gelöst. Die räumliche Diskretisierung durch Finite Elemente wird in jedem Zeitschritt aktualisiert. Da die Geschwindigkeiten in beiden Phasen unterschiedlich sind, führt die Lagrange'sche Aktualisierung der Koordinaten eines Massenpunktes für die Massenanteile eines ursprünglich einzelnen Knotens zu zwei neuen Knoten, je einer pro Phase:

$$\mathbf{x}_s^{n+1} = \mathbf{x}^n + \Delta\mathbf{d}_s$$
$$\mathbf{x}_f^{n+1} = \mathbf{x}^n + \Delta\mathbf{d}_f \qquad (6)$$

wobei $\Delta\mathbf{d}_\alpha$ die inkrementale Verschiebung der Phase α darstellt.

Um die Anzahl der Knoten nicht in jedem Zeitschritt zu vervielfachen, wird die Lösung auf ein neues Netz interpoliert. Dieses neue Netz, das fix oder beweglich sein darf, ist identisch für beide Phasen. Da die Aktualisierung der Knotenpositionen aufgrund der Phasengeschwindigkeiten zu einer stark unregelmässigen Verteilung der Knoten führt, ist die Konstruktion eines optimisierten Netzes auch deshalb unabdingbar, um jederzeit geometrisch reguläre Elemente zu gewährleisten *(Bild 2)*.

Schliesslich müssen noch die Konzentrationen beider Phasen in den Knoten

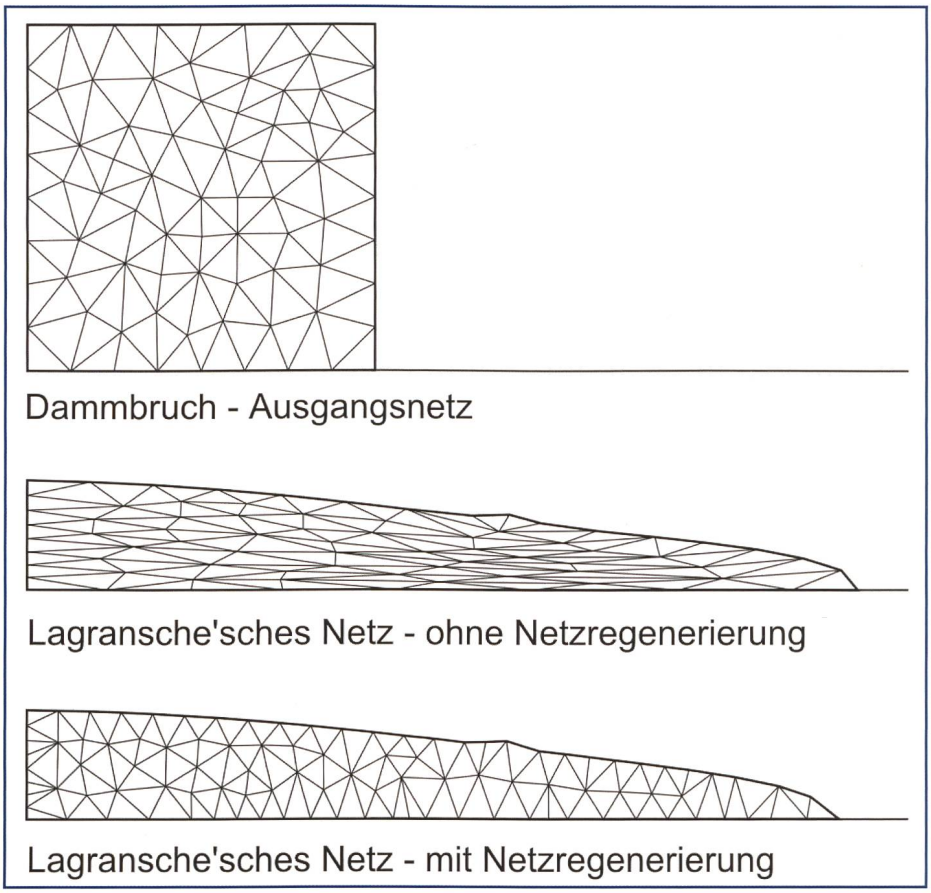

Bild 2. Lagrange'sches Netz für den Fluss nach einem Dammbruch: Ursprüngliches Netz, Netz nach einigen Zeitschritten, mit und ohne Regenerierung des Netzes.

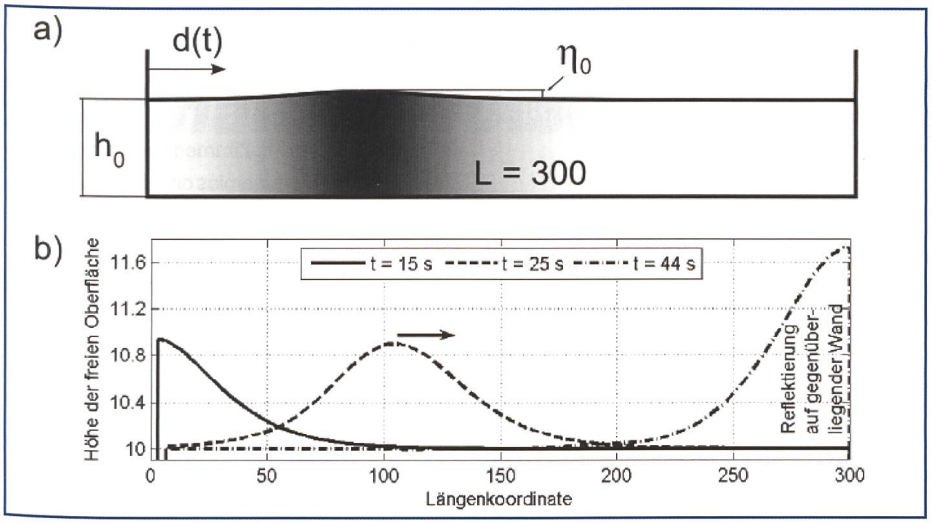

Bild 3a. Geometrie, die Zonen mit hoher absoluter Geschwindigkeit sind in Grau dargestellt, b) freie Oberfläche zu verschiedenen Zeitpunkten: Beginn, im Anfangsstadium der Wellenbewegung, bei der Reflektion.

des neuen Netzes bestimmt werden. Im Prinzip ist diese Aufgabe sehr einfach, es genügt, die totale Masse beider Phasen in der unmittelbaren Umgebung eines Knotens zu bestimmen und aus deren Verhältnis die Konzentration zu berechnen. In der Praxis ist es nicht ganz einfach, einen Algorithmus zu formulieren, der keine chaotisch variierenden Resultate liefert. Wie in der Folge aber deutlich wird, ist dies durchaus möglich.

2.4 Implementierung

Im Moment ist das vorliegende Modell in Form eines zweidimensionalen Prototypen basierend auf dem frei zugänglichen, objektorientierten Finite-Element-Programm FEM_Object [2] implementiert. Der Algorithmus für die Regenerierung des Netzes benützt die Geometriesoftware Cgal [1].

3. Anwendungen

Zwei Anwendungsbeispiele des vorgestellten Modells werden in der Folge präsentiert: die Fortpflanzung eines Solitons sowie der Aufprall einer Zweiphasenmischung auf ein Hindernis. Die komplette Validierung ist in den Referenzen [5] und [6] präsentiert.

3.1 Validierung: Soliton

Wir betrachten den rechteckigen Tank in *Bild 3a*. Ein Soliton wird erzeugt, indem die linke Wand folgend einer speziellen Funktion [3] horizontal verschoben wird. Die Flüssigkeit besteht aus einer einzigen Phase. Die erzeugte Welle pflanzt sich mit Geschwindigkeit c fort und wird an der rechten Wand reflektiert:

$$c = \sqrt{gh_0\left(1+\frac{\eta_0}{h_0}\right)} \qquad (7)$$

wobei g die Erdbeschleunigung, h_0 die Tanktiefe und η_0 die Wellenhöhe ist.

Eine genauere Betrachtung der Resultate der Simulation zeigt, dass nur Massenpunkte nahe des Solitons in Bewegung sind (*Bild 3a*, graue Zone). Der Fehler der Fortpflanzungsgeschwindigkeit beträgt 2.8% und die Amplitude verringert sich um 7.2% in 28 Sekunden. Beide Werte sind vergleichbar mit Resultaten in [3] und können als akzeptabel betrachtet werden für die Problemstellungen, die uns interessieren. Die Wasseroberfläche bleibt während der ganzen Simulation gleichmässig und glatt.

3.2 Illustration: Dammbruch und Aufprall auf ein Hindernis

Hier gehen wir ein Problem mit starkem Praxisbezug an. Die Ausgangsgeometrie des Problems ist in *Bild 4* abgebildet. Die Masse besteht aus einer Mischung aus Wasser (Dichte ρ = 500, Viskosität μ = 2) und Feststoffen (Schlamm, Geröll etc. mit Dichte ρ = 1000 und Viskosität μ = 100), mit einer anfänglich einheitlichen Konzentration von 0.5 beider Phasen. K'_{drag} beträgt 10 000. Nach dem Auslösen der Mischung zum Zeitpunkt t = 0 ergiesst sich die Masse über den Abhang, trifft auf das Hindernis, schiesst darüber hinweg und sammelt sich schliesslich hinter der Verbauung an. Wir können auch eine Segregation der Komponenten «pseudo-fest» und flüssig sowie eine fortschreitende Sedimentation erkennen.

Die auf das Hindernis einwirkende Kraft kann durch Integration des Druckes in der Mischung entlang der Hindernisoberfläche berechnet werden *(Bild 5)*. Die maximale Kraft ist kurz nach dem Aufprall erreicht, in der Folge nähert sie sich asymptotisch einer hydrostatischen Lösung. In der Figur wird der einphasige Fall mit dem zweiphasigen verglichen. Ein Resultat mit einer feineren Diskretisation weist auf eine konvergente Lösung hin.

4. Schlussfolgerungen

Ein Zweiphasenmodell zum Untersuchen von Erdrutschen und Schlammlawinen wurde vorgestellt, bei dem beide Phasen inkompressibel sind und einem einfachen viskosen Stoffgesetz folgen. Das präsentierte Modell ist sogleich einfacher und universeller als tiefengemittelte Modelle und erlaubt Vorhersagen einer grösseren

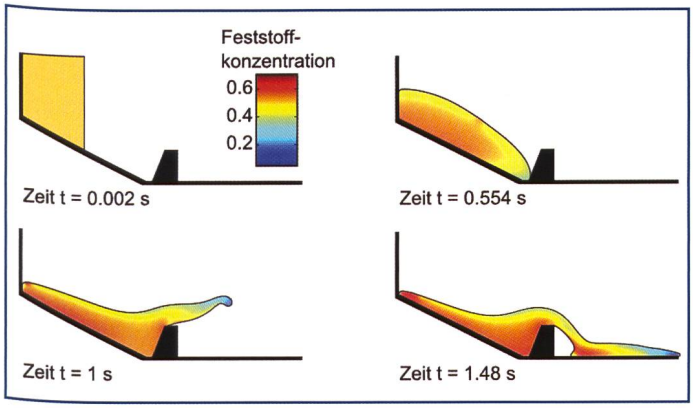

Bild 4. Erguss einer Zweiphasenmischung und Aufprall auf ein Hindernis.

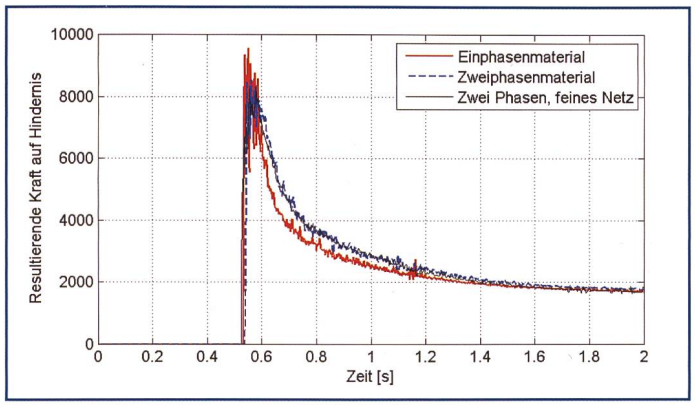

Bild 5. Resultierende Kraft, die senkrecht auf das Hindernis einwirkt, als Funktion der Zeit.

Anzahl Parameter. Es erlaubt das Verfolgen der Bewegung einer Schlammmasse bis zu deren Ablagerung sowie der auf ein Hindernis einwirkenden Kräfte. Das hier vorgestellte zweidimensionale Modell ist direkt auf drei Dimensionen und auf komplexere Stoffgesetze erweiterbar, was für realgetreue Simulationen absolut unabdingbar ist. Eine zusätzliche Erweiterung, die sich lückenlos in das vorliegende Modell integrieren lässt, ist die Interaktion mit flexiblen Hindernissen. Das Modell erlaubt eine gesamthafte Betrachtung des Rutschereignisses und geht damit weiter als bisher existierende Modelle, welche über die Grundgleichungen über die Tiefe mitteln und in erster Linie der Identifizierung von Gefahrenzonen dienen. Unser Modell soll es in seiner Vollendung erlauben, Schutzbauwerke zu bemessen.

Dank

Die Autoren bedanken sich beim Schweizerischen Nationalfonds für die finanzielle Unterstützung im Rahmen der Projekte Nr. 2100-067954 und 200020-113295.

Referenzen

[1] Cgal, Computational Geometry Algorithms Library. http://www.cgal.org.

[2] FEM_Object, An object-oriented finite element package. http://www.zace.com/femobj.htm.

[3] *T.J.R. Hughes, W.K. Liu,* and *Th. Zimmermann*, Lagrangian-eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows. Computer Methods in Applied Mech. Engineering, 29:329–349, 1981.

[4] *M. Preisig*, Modeling two-phase flows on moving domains. Eidgenössische Technische Hochschule Lausanne, Lausanne, Schweiz, 2008. Dissertation Nr. 4250.

[5] *M. Preisig* and *Th. Zimmermann*, Free-surface fluid dynamics on moving domains. Zur Publikation eingereicht.

[6] M. Preisig and Th. Zimmermann, Two-phase free-surface fluid dynamics on moving domains. Journal of Computational Physics 229 (7), pp. 2740–2758.

[7] *S.L. Soo*, Multiphase Fluid Dynamics. Science Press, Beijing, China, 1990.

[8] ZSOIL. Benutzeranleitung. Elemepress and Zace Services ltd, 1985–2009.

Anschrift der Verfasser

Matthias Preisig

Department of Civil and Environmental Engineering, Princeton University, Princeton, NJ, 08544, USA, mpreisig@gmail.com

Thomas Zimmermann, Zace Services SA

CH-1015 Lausanne, zimmermann@zace.com