Zeitschrift: Schweizerische Polytechnische Zeitschrift

Band: 9 (1864)

Heft: 1

Artikel: Ueber die Wassermessung durch Ueberfälle

Autor: Stüssi, Heinrich

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-10959

Ueber die Wassermessung durch Ueberfälle *).

Von

Heinrich Stüssi.

In jüngster Zeit ist von Professor Braschmann in Moskau eine neue Formel zur Berechnung der über einen Ueberfall fliessenden Wassermenge aufgestellt worden, welche sich durch ihre Einfachheit zur praktischen Benutzung empfiehlt. Es war nur noch die Frage, ob diese Formel die Wassermengen mit für die Praxis hinreichender Genauigkeit darstelle, und zur Lösung dieser Frage hatte man eben die Formel auf die von ausgezeichneten Hydraulikern in grosser Anzahl ausgeführten Versuche anzuwenden und die Abweichungen der Ergebnisse der Formel von den Versuchsresultaten zu bestimmen. Diese Vergleichung ist der Gegenstand der vorliegenden Arbeit. Bevor wir aber zur Darlegung der gefundenen Resultate übergehen, wird es gut sein, sich genauere Rechenschaft über das Hauptmoment aller Ueberfallformeln, über die Druckhöhe und ihre Bestimmung, zu geben, und dann noch in Kurzem die wichtigern der bisher aufgestellten Formeln und die Grundsätze, auf denen sie beruhen, sich zu vergegenwärtigen.

1. Druckhöhe, Depression.

Die Druckhöhe ist das Ergebniss aller Pressungen, welche im Innern der Flüssigkeit vor dem Ueberfall stattfinden, und sie stellt sich dar als die Tiefe der Ueberfallschwelle unter einem Punkt des Wasserspiegels vor dem Ueberfalle, in welchem das Wasser vollkommen ruhig liegt, oder, nach Dubuat, als Tiefe der Schwelle unter dem höchsten Punkt des Aufstau's vor dem Ueberfall, vermehrt um die Höhe, welche der dort dem Wasser innewohnenden Geschwindigkeit entspricht.

Der Wasserspiegel senkt sich bekanntlich dem Ueberfall zu, die Dicke des Wasserstrahls über der Schwelle ist beträchtlich kleiner als die gesammte Druckhöhe; diese Senkung beginnt an der Stelle, von welcher an das Wasser beginnt, im engern Sinn des Wortes, dem Ueberfalle zuzuströmen; es ist die Stelle, die wir nach Boileau und Andern mit »Anfangsquerschnitt« der Wasserader bezeichnen werden.

In diesem Punkte oder, genau genommen, unmittelbar vor diesem Punkte muss nach obiger Definition die Druckhöhe gemessen werden; es liegt derselbe je nach Umständen näher oder ferner vom Ueberfall; näher beim Ueberfall für kleine Druckhöhen bei derselben Ueberfallhöhe, und für dieselbe Druckhöhe näher beim Ueberfall unter Wasser, als beim freien Ueberfall. In allen Fällen können wir denselben 2^m bis 3^m vor dem Ueberfall annehmen. Die Messung besteht dann in einem genauen Nivellement.

Boileau wendet, nach Bidone's Vorgehen, zur Messung der Druckhöhe eine oben und unten offene Glasröhre an, deren unteres Ende bis fast auf den Boden des Gerinnes reicht und mit einem Pfropfen mit enger Oeffnung verschlossen ist, um die Schwankungen zu vermindern, die freilich dafür um so genauer beobachtet werden müssen. Diese Röhre wird stromaufwärts, etwa 1^{cm} vom Ueberfalle entfernt, angebracht, und es gibt die leicht abzumessende Höhe der Wassersäule über der Schwelle sofort die Druckhöhe. Boileau vergleicht die durch Nivellement gefundenen Druckhöhen mit den Angaben der Röhren und findet, dass in den in der Praxis gebräuchlichen Fällen der Unterschied zwischen beiden zu vernachlässigen ist, dass aber für sehr kleine Ueberfall- und Druckhöhen die Differenzen merklich werden, so dass in diesen Fällen beide Messungen anzuwenden wären. Nach Boileau ist den Angaben der Röhren desshalb mehr Gewicht beizulegen, weil sie aus eben den innern Pressungen der Flüssigkeit hervorgehen, welche auch den Ausfluss durch den Ueberfall bedingen. Ich glaube, mich erinnern zu können, dass auch Francis in seinen »Lowell Hydraulic Experiments« die Messung der Druckhöhe durch Röhren als sehr genau empfiehlt.

Die Bestimmung der Druckhöhe durch ein Nivellement gibt nie so genaue Resultate, als wir sie in der Praxis brauchen, und erfordert, wenn auch nur einigermassen grössere Genauigkeit erzielt werden soll, Instrumente, die nicht Jedem zu Gebote stehen, der Wassermessungen auszuführen hat. Diese Schwierigkeit führte Poncelet und Lesbros darauf, zu untersuchen, ob nicht vielleicht zwischen der leicht genau zu erhaltenden, mittlern Strahldicke über der Schwelle und der Druckhöhe eine bestimmte Beziehung bestehe. Nach langen, mühevollen Untersuchungen gelangten sie zu einer Reihe von Formeln, die für verschiedene Anordnungen des Ueberfalls diese Beziehung darstellen sollten. Es sind dieselben sammt ihrer Ableitung im 5. Band des »Ingenieurs« übersichtlich dargestellt, wesswegen wir sie hier nicht nochmals wiederholen wollen.

So grosses Vertrauen in die Einsicht dieser beiden Hydrauliker uns auch die ganze Untersuchung eingeflösst hat, und so unbedenklich wir auch diese Formeln als die-

*) Im vorigen Jahre wurde der mechanisch-technischen Abtheilung des Schweiz. Polytechnikums von einem Freunde der Anstalt die Summe von 500 Frkn. zur Ausschreibung einer Preisaufgabe zur Verfügung gestellt. Die von der Lehrerconferenz gewählte Aufgabe verlangte die „Darlegung der verschiedenen Methoden der Bestimmung der Wassermengen in Flüssen und Kanälen, insbesondere der Wassermessungen durch Ueberfälle mit Berücksichtigung der neuesten hydraulischen Untersuchungen".

Die von Herrn Stüssi eingereichte Arbeit, von welcher vorliegende Abhandlung ein Auszug ist, erhielt den ersten Preis.

jenigen verwenden würden, welche diese Verhältnisse richtig darstellen, so ist doch diesen Formeln ein Hauptvorwurf zu machen, der nämlich, dass sie ganz und gar unpraktisch sind. Welcher Ingenieur wird sich die Mühe nehmen, nach so verwickelten Formeln erst die Druckhöhe und dann vielleicht aus noch komplizirtern noch die Wassermenge zu berechnen?

Für die Praxis jedenfalls viel rationeller ist das Verfahren von Boileau, der Tabellen aufstellt, aus welchen für jeden Werth der Strahldicke, welche man direkt misst, ohne weiters der Werth $\frac{h}{e}$ und damit die Druckhöhe h abgelesen werden kann. Wir setzen diese Tabellen gleich mit her:

Ueberfall mit scharfer Kante, vertikal und senkrecht zur Kanalrichtung.

1. Freier Ueberfall.

Strahldicke e in der Ebene der Mündung.	Werthe von $\frac{h}{e}$ für verschiedene Werthe von e und folgende Ueberfallhöhen:													
	200^{mm}	250^{mm}	300^{mm}	350^{mm}	400^{mm}	450^{mm}	500^{mm}	550^{mm}	600^{mm}	700^{mm}	800^{mm}	900^{mm}	1000^{mm}	1100^{mm}
Millimeter.														
30	1.255	1.290	1.308	1.320	1.320	1.300	1.276	1.238	1.216	1.192	1.189	1.193	1.197	1.201
40	1.225	1.246	1.265	1.280	1.280	1.264	1.245	1.221	1.213	1.198	1.193	1.196	1.199	1.202
50	1.211	1.229	1.243	1.250	1.246	1.241	1.224	1.210	1.207	1.200	1.195	1.198	1.200	1.202
60	1.202	1.220	1.231	1.235	1.230	1.226	1.212	1.204	1.203	1.198	1.194	1.197	1.196	1.199
70	1.197	1.214	1.226	1.228	1.222	1.218	1.206	1.200	1.200	1.195	1.192	1.191	1.193	1.195
80		1.210	1.222	1.224	1.218	1.214	1.202	1.198	1.198	1.193	1.191	1.189	1.191	1.191
90		1.207	1.219	1.221	1.216	1.210	1.200	1.196	1.195	1.192	1.190	1.188	1.189	1.188
100			1.217	1.218	1.214	1.208	1.198	1.196	1.193	1.190	1.189	1.186	1.187	1.186
120			1.212	1.213	1.209	1.202	1.197	1.195	1.193	1.190	1.189	1.183	1.184	1.182
140				1.206	1.201	1.197	1.194	1.193	1.193	1.191	1.189	1.181	1.180	1.181
160					1.194	1.191	1.190	1.191	1.194	1.194	1.188	1.180	1.178	1.181
180							1.189	1.190	1.194	1.195	1.188	1.178	1.176	1.181
200								1.189	1.193	1.192	1.187	1.176	1.174	1.181
220									1.192	1.191	1.186	1.176	1.176	1.181
240									1.191	1.190	1.186	1.178	1.180	1.183
260									1.190	1.190	1.186	1.182	1.182	1.184
280											1.184	1.184	1.184	1.182
300											1.184	1.186	1.185	1.180
320											1.182	1.188	1.186	1.178
340											1.181	1.188	1.186	1.176
360											1.181	1.189	1.186	1.176
380											1.181	1.190		

2. Ueberfall unter Wasser.

Strahldicke e in der Ebene der Mündung.	Werthe von $\frac{h}{e}$ für verschiedene Werthe von e und folgende Ueberfallhöhen:									
	200^{mm}	250^{mm}	300^{mm}	350^{mm}	400^{mm}	450^{mm}	500^{mm}	550^{mm}	600^{mm}	650^{mm}
Millimeter.										
60	1.239									
70	1.241									
80	1.239									
90	1.231	1.266								
100	1.223	1.258								
110	1.217	1.217	1.262	1.267						
120	1.211	1.238	1.253	1.258						
130	1.205	1.231	1.243	1.218	1.250					
140	1.200	1.224	1.234	1.240	1.242	1.244				
150	1.196	1.217	1.227	1.233	1.236	1.238				
160	1.192	1.211	1.222	1.228	1.231	1.234				
170	1.188	1.206	1.216	1.224	1.226	1.230				
180	1.186	1.202	1.212	1.219	1.222	1.226				
190	1.183	1.198	1.208	1.215	1.218	1.222				
200	1.182	1.195	1.204	1.211	1.215	1.218	1.223			
220	1.180	1.190	1.198	1.204	1.209	1.214	1.219			
240	1.178	1.187	1.193	1.199	1.204	1.210	1.215	1.221	1.226	1.229
260	1.177	1.184	1.189	1.195	1.200	1.207	1.211	1.216	1.221	1.225
280	1.176	1.181	1.186	1.192	1.196	1.203	1.207	1.212	1.217	1.223
300	1.174	1.179	1.184	1.189	1.194	1.200	1.205	1.209	1.215	1.220
320	1.172	1.177	1.182	1.186	1.191	1.197	1.202	1.207	1.212	1.217
340	1.170	1.174	1.179	1.183	1.188	1.194	1.199	1.204	1.210	1.216
360	1.168	1.172	1.176	1.180	1.185	1.191	1.197	1.202	1.209	1.215
380		1.169	1.173	1.176	1.182	1.188	1.194	1.200	1.207	1.213
400		1.167	1.169	1.173	1.179	1.184	1.190	1.197	1.203	1.210
420		1.164	1.167	1.169	1.175	1.181	1.187	1.193	1.200	1.205

Auf Grund dieser Tabelle gibt dann Boileau an, dass das Oberflächengefälle unabhängig von der Ueberfallbreite sei. Es wächst dasselbe in allen Fällen mit der Druckhöhe. Für dieselbe Druckhöhe und freien Ueberfall ändert sich das Oberflächengefälle mit der Ueberfallhöhe. Diese Veränderung ist merklich für kleine und mittlere Druckhöhen und Ueberfallhöhen kleiner als $0^m,60$; oder für grosse Druckhöhen mit allen Ueberfallhöhen: sie findet bald im einen, bald im andern Sinn statt.

Für dieselbe Druckhöhe und Ueberfall unter Wasser wächst das Oberflächengefälle mit der Ueberfallhöhe ziemlich gleichmässig.

Für dieselbe Druckhöhe und nahezu gleiche Ueberfallhöhen ist das Oberflächengefälle beim Ueberfall unter Wasser grösser als beim freien Ueberfall.

Boileau räth noch an, wo möglich sowol h als e zu messen, und seine Tabellen mehr zur Verifikation zu gebrauchen; jedoch glaubt er, dass sich nach den hier angeführten Tabellen aus der Strahldicke e die Druckhöhe h mit hinreichender Sicherheit ableiten lasse.

Man sieht, dass trotz der grossen Wichtigkeit dieses Theiles und trotz der besondern Rücksichten, welche alle Hydrauliker darauf genommen haben, derselbe noch nicht zu einem ganz befriedigenden Abschluss gekommen ist. Noch immer wissen wir nicht recht, wo die Druckhöhe gemessen werden soll und noch kennen wir das Verhältniss nicht, das zwischen dieser Druckhöhe und der mittlern Strahldicke besteht.

Für die Praxis ist diese Frage als gelöst zu betrachten. Die Angaben der Boileau'schen Röhren weichen von den Druckhöhen nach Poncelet's oder Dubuat's Definition um sehr kleine Grössen ab; zur Verifikation sind neben den Röhren die Tabellen zu gebrauchen; für kleine Ueberfall- und Druckhöhen, wie sie in der Praxis selten vorkommen, ist zur Sicherheit noch ein Nivellement vorzunehmen.

2. Ueberfalltheorien und Formeln.

Was nun weiter die Formeln zur Berechnung der über einen Ueberfall fliessenden Wassermenge betrifft, so sind deren von verschiedenen Hydraulikern schon eine grosse Anzahl aufgestellt worden. Dieselben beruhen entweder auf den Hypothesen der vollkommnen Beweglichkeit der Flüssigkeitselemente, der Kontinuität des Strahls und dem Parallelismus der Flüssigkeitsfäden, oder auf der Hypothese, dass beim Ausfluss kein Arbeitsverlust stattfinde, oder darauf, dass auf diesen Ausfluss das Princip der kleinsten Wirkung angewandt werden dürfe, oder sie sind endlich ganz empirisch.

Zu den Formeln der ersten Art gehört die gewöhnliche Ueberfallformel:

I. $Q = \frac{2}{3}\, bh \sqrt{2gh}$ wo b die Ueberfallbreite ist,

auf deren Ableitung wir nicht weiter eingehen wollen. Weisbach gibt für Poncelet'sche Ueberfälle dazu empirisch die Coefficienten:

$$\mu = \left[1 + 1{,}718 \left(\frac{bh}{b_1 h_1}\right)^4 \right] \mu_o$$

wo b Breite, h Druckhöhe des Ueberfalls, b_1 Breite und h_1 Tiefe des Reservoirs, sowie μ_o der Ausflusscoefficient den Poncelet'schen Versuchen gemäss ist. Für Ueberfälle über die ganze Wand soll man aber setzen:

$$\mu = \left[1{,}041 + 0{,}3693 \left(\frac{h}{h_1}\right)^2 \right] \mu_o$$

Auf denselben Hypothesen beruht auch die Formel für gewöhnliche Mündungen:

II. $$Q = \frac{2}{3}\, b \sqrt{2g} \left(h^{3/2} - h_1^{3/2} \right)$$

die ebenfalls für Ueberfälle angewandt wird, wo dann h die Druckhöhe, h_1 die Depression in der Ebene der Mündung bezeichnet.

Diese Formeln gelten nur unter der Annahme, dass der Mündungsquerschnitt gegen den Reservoirquerschnitt zu vernachlässigen sei, oder was auf's Gleiche herauskömmt, das Wasser vor dem Reservoir ruhig liegt. Strömt aber das Wasser mit einer gewissen Geschwindigkeit c dem Ueberfall zu, so ist die Druckhöhe um die dieser Geschwindigkeit entsprechende Höhe zu vermehren, so dass sich dann vorige Formel schreibt:

III. $$Q = \frac{2}{3}\, b \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(h_1 + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} \right]$$

Weisbach setzt darin $h_1 = o$ und erhält:

IV. $$Q = \frac{2}{3}\, b \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g}\right)^{3/2} \right]$$

oder angenähert:

V. $$Q = b \sqrt{2gh} \left[\frac{2}{3}\, h + \frac{c^2}{2g} \right]$$

Die Hypothese, dass der Ausfluss ohne Arbeitsverlust stattfinde, führt auf die Formel:

VI. $$Q = bh \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{F}{F_o}\right)^2}}$$

für eigentliche Mündungen; wo F der Ueberfall-, F_o der Reservoirquerschnitt. Die Ableitung derselben ist zu bekannt, als dass wir sie wiederholen sollten.

Boileau wendet diese Formel auch für Ueberfälle an. Er betrachtet dazu den Anfangsquerschnitt des Wasserstrahles; da er nur Ueberfälle über die ganze Wand behandelt, so ist der Querschnitt dieses Schnittes sofort gleich bh. Legen wir durch die Ueberfallschwelle eine horizontale Ebene, so theilt diese die Wasserader in zwei Theile von wesentlich verschiedener Wirkung. Im untern Theil steigen die Wassertheilchen gegen diese Ebene auf; im obern Theil wirkt die Schwere als bewegende Kraft, um die anfängliche lebendige Kraft zu vermehren. Will man also den Ausfluss durch Ueberfälle über die ganze Wand ansehen als Ausfluss durch Mündungen über die ganze Wand, so muss man diesen Ausfluss als unter Wasser mit der Druckhöhe h_1, hier der Depression des Ueberfalles stattfindend, sich denken; so wird den verlornen Kräften des untern Theils Rechnung getragen. Führen wir diess in obige Formel ein, so ist zu setzen $F = bh$, $F_o = b\,(R + h)$, wo R die Ueberfallhöhe, $h = h_1$, so dass dann die Wassermenge pro 1 Sekunde:

VII. $Q = bh \sqrt{2g \dfrac{h_1}{1 - \left(\dfrac{1}{1 + \dfrac{R}{h}}\right)^2}} = bh\sqrt{2gH}$

Diess schreibt sich auch:

VIII $Q = \dfrac{R + h}{\sqrt{(R + h)^2 - h^2}} \sqrt{1 - k} \cdot bh \sqrt{2gh},$

woraus sich das Gesetz des Coefficienten der alten Formel ergibt, da sich der erste Faktor auf den Einfluss der Druck- und Ueberfallhöhe, der zweite auf die Form und Natur der Flüssigkeitsoberfläche bezieht. Der Faktor $\sqrt{1 - k}$ ist im Allgemeinen nicht konstant; er lässt sich für nicht ganz genaue Rechnung gleich 0,417 setzen, so dass z. B. für englisches Mass:

VIII^a. $Q = 3{,}3455 \dfrac{R + h}{\sqrt{(R + h) - h^2}} \cdot bh^{3/2}.$

Eine rein empirische Formel gibt uns Francis in seinem oben angeführten Werke; er setzt:

IX. $Q = C(l - bnh)h^a$

wo C ein konstanter Faktor, l die Ueberfallbreite, b ein konstanter Coefficient, n die Anzahl der Seitenkontraktionen, die bei breiten Ueberfällen die Wassermenge vermindert, h die ganze Druckhöhe über der Schwelle, a ein konstanter Exponent.

Francis bestimmt die Konstanten auf Grund seiner Versuche und findet: (für englisches Mass)

IX^a. $Q = 3{,}33\ (l - 0{,}1\, nh)\, h^{3/2}$

Bei genauerer Rechnung ist statt der wirklich abzumessenden Höhe h eine um die Geschwindigkeitshöhe korrigirte Druckhöhe einzuführen, deren Ausdruck:

$$h_2 = \left[\left[h + \left(\frac{Q}{F}\right) \cdot \frac{1}{2g}\right]^{3/2} - \left[\left(\frac{Q}{F}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g}\right]^{3/2}\right]^{2/3}$$

wo Q die Ausflussmenge pro Sekunde und F der Querschnitt an der Stelle, wo die Druckhöhe abgenommen wird. Für wehrartige Ueberfälle setzt Francis, ebenfalls empirisch auf Grund seiner Versuche:

X. $Q = 3{,}01208\, l h^{1{,}53}$

Von hauptsächlicher Wichtigkeit für uns ist hier diejenige Ueberfallformel, die daraus hervorgeht, wenn man annimmt, dass die über einen Ueberfall strömende Wassermenge dem Princip der kleinsten Wirkung folgt. Navier war es, der in seinen Anmerkungen zur »Architecture hydraulique« von Belidor zuerst diese Annahme machte.

Bei der Ableitung der Formel I stösst man auf folgenden Ausdruck für die mittlere Geschwindigkeit des ausfliessenden Wassers:

$$v = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left(\frac{h_2^{3/2} - h_1^{3/2}}{h_2 - h_1}\right).$$

Die entsprechende mechanische Wirkung ist:

$$Q\gamma \frac{v^2}{2g} = \frac{8}{27} b \sqrt{2g} \frac{(h_2^{3/2} - h_1^{3/2})^3}{(h_2 - h_1)^2} \cdot \gamma.$$

Diese Wirkung ist für verschiedene h_1 verschieden; für ein gewisses h_1 ein Minimum. Da nun nach dem Princip der kleinsten Wirkung die Bewegung dem Minimum der mechanischen Wirkung entspricht, so können wir annehmen, dass sich der Wasserspiegel in der Ebene der Mündung wirklich um den dem Minimum entsprechenden Werth von h_1 senkt. Es folgt, wenn man den ersten Differentialquotienten nach h_1 wirklich gleich Null setzt:

$$5 h_1^{3/2} - 9 h_1 h_2^{1/2} + 4 h_2^{3/2} = 0$$

woraus sehr nahe:

$$h_1 = 0{,}2753\, h_2.$$

Die Dicke des Wasserstrahls über der Ueberfallschwelle ist demnach: $(1 - 0{,}2753)\, h_2 = 0{,}7247\, h_2$ d. h. ein wenig mehr als $7/10$ der statischen Druckhöhe.

Das pro 1 Sekunde ausfliessende Flüssigkeitsvolumen folgt dann:

$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} (h_2^{3/2} - (0{,}2753)^{3/2} h_2^{3/2}) = \frac{2}{3} b \sqrt{2g}\, (1 - 0{,}1444)\, h_2^{3/2}$$

und setzen wir $g = 9^m{,}8088$ und für h_2 wieder h, so ist:

XI. $Q = 2{,}5261\, bh^{3/2}.$

Professor Braschmann findet, dass die Ableitung dieser Formel fehlerhaft sei, woraus sich dann auch erkläre, warum dieselbe mit den Erfahrungen nicht übereinstimmt.

Ungenau ist, dass Navier die mechanische Wirkung in Bezug auf eine mittlere Geschwindigkeit nimmt, statt die Summe der lebendigen Kräfte aller Elemente in Rechnung zu ziehen. Nach dem Princip der kleinsten Wirkung muss ferner nicht das Differential dieser mechanischen Wirkung, sondern die Summe aus den Differentialen der lebendigen Kräfte und der Summe aller statischen Momente gleich Null gesetzt werden.

Geht die Flüssigkeitsmasse m zwischen dem Anfangsquerschnitt (L) von der Breite L und einem Schnitt (l) von der Breite l während der Zeit dt in die unendlich nahe Lage zwischen den Schnitten (L_1) und (l_1), von denselben Breiten L und l, über, so reducirt sich die Differenz der lebendigen Kräfte der Masse in den beiden auf einander folgenden Positionen auf die Differenz der lebendigen Kräfte zwischen den Schnitten (l) und (l_1) weniger der lebendigen Kraft der Masse zwischen (L) und (L_1), oder es ist:

$$(\alpha) \left\{ \begin{aligned} &\frac{\varrho}{2}\int_{h_1}^{h} (l\, dh \cdot v dt) \cdot v^2 - \frac{\varrho}{2}\int_{0}^{h} (L\, dh \cdot v\, dt) \cdot v^2 \\ &= \frac{dt \cdot \varrho \cdot (2g)^{3/2}}{5} \left[l\, (h^{5/2} - h_1^{5/2}) - Lh^{5/2} \right] \end{aligned} \right.$$

Für irgend einen Querschnitt von der Breite λ sei die Depression ζ; dieses λ wird mit ζ zusammenhängen; da uns das Gesetz dieses Zusammenhanges nicht bekannt ist, so setzen wir für λ einen mittlern Werth $\lambda_1 = \dfrac{L + l}{2}$, so dass dann obiger Ausdruck gleich:

$$dt \cdot \frac{(2g)^{3/2}}{5} \cdot \varrho\, [(h^{5/2} - \zeta^{5/2})\, \lambda_1 - h^{5/2} \cdot L]$$

Das statische Moment für denselben Schnitt ist:

$$\frac{(2g)^{3/2}}{2 \cdot 3} \cdot \varrho \cdot dt \cdot Lh^{3/2} \cdot \zeta,$$

da der Schwerpunkt zwischen den Schnitten (L) und (l) um $\dfrac{\zeta}{2}$ sinkt. Die Summe der Differentiale dieser beiden Ausdrücke soll Null sein. Daraus folgt:

$$\frac{L}{2 \cdot 3} \cdot h^{3/2} - \frac{\lambda_1}{2} \cdot \zeta^{3/2} = 0$$

oder für den Querschnitt (l) des Ueberfalles:

$$\frac{L}{3} \cdot h^{3/2} - \frac{L+l}{2} \cdot h_1^{3/2} = 0$$

woraus:

$$\left(\frac{h_1}{h}\right)^{3/2} = \frac{2}{3}\,\frac{L}{L+l}$$

und das Volumen der pro 1 Sekunde ausfliessenden Flüssigkeit:

$$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2g}\; l h^{3/2}\left[1 - \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{3/2}\right]$$

wird demnach zu:

$$\text{XII.} \qquad Q = \frac{2}{9}\left(\frac{1 + \frac{3\,l}{L}}{1 + \frac{l}{L}}\right)\sqrt{2g} \cdot l h^{3/2}$$

Für Ueberfälle über die ganze Wand ist $l = L$ und

$$\text{XII}^{a}. \qquad Q = 1{,}9686\, L h^{3/2}$$

für französisches Mass.

Diese Ableitung zeigt, dass der Coefficient, mit welchem man den Ausdruck $l h \sqrt{2gh}$ zu multipliziren hat, um die wirkliche Ausflussmenge zu erhalten, eine Funktion der relativen Ueberfallbreite ist. Es hängt dieser Coefficient aber auch noch von der Druckhöhe des Ueberfalles ab, was unsere Formel nicht zeigt. Professor Braschmann setzt daher empirisch diesen Coefficienten:

$$\varepsilon = \alpha + \beta\,\frac{l}{L} + \gamma \cdot \frac{1}{h}$$

indem er das Gesetz zu Hülfe zieht, das Lesbros aus seinen Versuchen ableitet, dass nämlich dieser Coefficient mit wachsender Druckhöhe abnehme. Die Konstanten dieses Ausdruckes bestimmt er auf Grund von 47 der von Lesbros korrigirten Castel'schen Versuche zu:

$$\alpha = 0{,}3838316 \quad \beta = 0{,}0386361 \quad \gamma = 0{,}000534118$$

so dass dann:

$$\text{XII}^{b}. \qquad \varepsilon = 0{,}3838 + 0{,}0386\,\frac{l}{L} + 0{,}00053\,\frac{1}{h}$$

und für Ueberfälle über die ganze Wand:

$$\text{XII}^{c}. \qquad \varepsilon = 0{,}4224 + 0{,}00053\,\frac{1}{h}.$$

3. Vergleichung der Ergebnisse der Braschmann'schen Formel mit den Versuchsresultaten.

Man wird wohl nie dahin gelangen, eine praktisch brauchbare Formel aufzustellen, die alle Ueberfallverhältnisse umfasst; wir werden uns für einmal damit begnügen, wenn wir eine Formel gefunden haben, welche die hauptsächlichsten Verhältnisse umfasst, wie sie am meisten in der Praxis vorkommen, und uns für abweichende Anordnungen Korrektionscoefficienten oder andere Formeln gefallen lassen.

Boileau gibt in seinem Werke noch eine kleine Tabelle der Korrektionscoefficienten zu seiner Formel, damit dieselbe immer auf 2 Prozent genau mit seinen Versuchen stimmt. Wir lassen dieselbe hier folgen.

Freier Ueberfall.

Ueberfallhöhen	200—210mm	325—350mm	400—420mm		450—500mm	600—620mm		
Druckhöhen in Millim.	40—80	40—130	40—70	70—160	40—200	40—80	80—200	200—300
Coefficienten	0,960	0,964	0,979	1,00	1,00	0,969	1,00	1,036
Ueberfallhöhen	800—820mm		900—920mm			1100—1120mm		
Druckhöhen in Millim.	40—220	220—500	40—60	60—170	170—500	20—100	100—500	
Coefficienten	1,03	1,07	1,00	1,05	1,07	1,00	1,05	

Ueberfall unter Wasser.

Ueberfallhöhen	200—210mm					330—340mm	400—410mm			600—610mm	
Druckhöhen in Millim.	40—130	130—190	190—240	240—300	300—400	40—280	40—300	300—360	360—500	40—380	380—500
Coefficienten	1,03	1,00	0,961	0,904	0,844	1,00	1,045	1,00	0,952	1,045	1,00

Boileau's Formel mag besser als jede andere die Ueberfallverhältnisse wieder geben, besonders weil sie die Depression und Ueberfallhöhe enthält, von welchen Grössen jedenfalls die Ausflussmenge in hohem Grade abhängt; sie ist aber für die Anwendung zu schwerfällig, und ganz unanwendbar in den Fällen, wo für ein bestimmtes Wasserquantum die Druckhöhe zu bestimmen ist.

Sehr vollständige Vergleichungen der Boileau'schen und Francis'schen Formeln mit der Weisbach'schen finden sich im Civilingenieur 2. Band; wir gehen nicht näher darauf ein, da uns keine dieser Formeln eine Zukunft zu haben scheint.

Es liegt uns hier einzig daran, die Uebereinstimmung der Formel von Professor Braschmann mit den Versuchen zu prüfen. Diese Formel ist sehr leicht zu handhaben und erfordert keine weitläufigen Messungen; Ueberfallbreite, Reservoirbreite und Druckhöhe genügen. Freilich entgehen uns die beiden Hauptfehler nicht, dass sie erstlich die Ueberfallhöhe nicht enthält und zweitens überall den Coefficienten mit wachsender Druckhöhe abnehmen lässt, was nach Boileau und selbst nach den Lesbros'schen Versuchen nur in gewissen Regionen stattfindet.

Lesbros führte in den Jahren 1827—1834 eine grosse Zahl von Versuchen über Ueberfälle unter verschiedenen

Vergleichende Uebersicht der Lesbros'schen Versuchsresultate mit den Ergebnissen der Braschmann'schen Formel.

Relat. Ueberfallbreite:	= 0,0543			0,0807			0,1562			0,0543			0,1020			0,1020			1,00			1,00			0,065			0,0543			
	Anordnung 1.			Anordnung 2.			Anordnung 3.			Anordnung 4.			Anordnung 5.			Anordnung 7.			Anordnung 8.			Anordnung 9.			Anordnung 10.			Anordnung 12.			
Druckhöhe.	nach Lesbros	nach Braschmann	Differenz	nach Lesbros	nach Braschmann	Differenz	nach Lesbros	nach Braschmann	Differenz	nach Lesbros	nach Braschmann	Differenz	nach Lesbros	nach Braschmann	Differenz	nach Lesbros	nach Braschmann	Differenz	nach Lesbros	nach Braschmann	Differenz	nach Lesbros	nach Braschmann	Differenz	nach Lesbros	nach Braschmann	Differenz	nach Lesbros	nach Braschmann	Differenz	Druckhöhe.
0,010	0.424	0.439		0.431	0.440		0.436	0.443	0	0.384	0.439		0.362	0.446		0.457	0.446		0.457	0.475		0.492	0.475		0.446	0.439					0.010
0,015	421	421		427	422		432	425		394	421		371	423		450	423		450	457	1/64	481	457		441	421					0.015
0,020	417	412		424	413		428	416		402	412		379	414		446	414	7,5/100	444	448		473	448	1/18	437	412	1/18				0.020
0,025	414	407	1/50	421	408		425	411		407	407	0	384	409	3/80	441	409		439	443		466	443		433	407					0.025
0,030	412	404		418	405	1/27	422	408	3,5/100	410	404		388	406		437	406		435	440	1/88	459	440		430	404					0.030
0,035	409	401		415	402		419	405		411	401	1/40	392	403		434	403		432	437		454	437	1/25	427	401					0.035
0,040	407	399		413	400	1/30	416	403		411	399		394	401		430	401		429	435		449	435		424	399		0.373	0.399		0.040
0,045	405	398		410	399		414	402		411	398		396	400		428	400	7/100	428	434		445	434		422	398		377	398	1/18	0.045
0,050	404	396		408	397		411	400		411	396		398	398	0	425	398		426	432	1/70	442	432		419	396		380	396		0.050
0,060	401	394		405	395	1/40	407	398		410	394		400	396	1/100	420	396		424	430		437	430	1/60	416	394	1/18	384	394	1/39	0.060
0,065	399	393		404	394		406	397		409	393		401	395		418	395		423	429		436	429		414	393		386	393		0.065
0,070	398	392		403	393		405	396	1/50	409	392		402	394		416	394		422	428		435	428		412	392		387	392		0.070
0,080	397	392		401	393		402	396		409	392		403	394		413	394		421	428		434	428		409	392		389	392		0.080
0,090	396	391		399	392		400	395		409	391	4,5/100	404	393	1/40	411	393		421	427		434	427		407	391	4/100	391	391	0	0.090
0.100	395	391	1/100	398	392	1/67	399	395		408	391		405	393		409	393	4/100	420	427		434	427	1/60	405	391		392	391		0.100
0,110	394	390		397	391		397	394		408	390		406	392		408	392		420	426		434	426		404	390	3,5/100	394	390	1/100	0.110
0,120	394	390		396	391	1/80	396	394	1/200	408	390		406	392		407	392		420	426	1/70	434	426		403	390		394	390		0.120
0,130	394	390		396	391		396	394		408	390		407	392	3/80	407	392	3/80	421	426		434	426		403	390		396	390		0.130
0,140	393	390		395	391	1/100	395	394	1/400	408	390	4,5/100	407	392		407	392		422	426		434	426	1/54	403	390	3,3/100	396	390	1/65	0.140
0,160	393	389		394	390		394	393		407	389		407	391		405	391	3,5/100	424	425		433	425		403	389		398	389		0.160
0,180	392	389		393	390		393	393	0	406	389		408	391		404	391		424	425	1/425	432	425		403	389		400	389		0.180
0,200	390	388	1/195	391	389		391	392		405	388		408	391	5/100	402	391		424	424	0	432	424		403	388		403	388	3/80	0.200
0,220	386	387	0	389	388	1/390	389	391		405	387		408	390		400	390	1/40	424	423		430	423	1/60	403	387		405	387		0.220
0,250	379	387		383	388		383	391		404	386	4,5/100	407	389		396	389		422	423	1/423	428	423		401	386		411	387		0.250
0,300	371	386		375	387		375	390		403	386		406	388		390	388		418	422		424	422		398	385		419	386	1/12	0.300

Verhältnissen aus; die Resultate derselben sind auf dem Wege der Interpolation in den Tabellen XXXIX etc. des Lesbros'schen Werkes für die einfachern Druckhöhen zusammengestellt und diese haben wir in nebenstehender Tabelle benutzt. Es beziehen sich dieselben auf folgende Anordnungen:

Mit Ausnahme der letzten Anordnung sind alles Ueberfälle mit scharfer, stromabwärts abgeschrägter Kante oder Ueberfälle in dünner Wand von $0^m,20$ Breite. Bei 1, 2 und 3 steht die Ueberfallschwelle um $0^m,54$ vom Boden ab, sie sind also als vom Boden isolirt zu betrachten; bei 1 sind die beiden Seiten des Reservoirs um $0^m,174$ von den Ueberfallborden entfernt; dieser also auch als von den Seiten isolirt zu betrachten; bei 2 ist eine der Seiten des Reservoirs, bei 3 beide an die Seiten des Ueberfalles herangerückt auf $0^m,54$. Bei 4, 5 und 6 ist der Boden des Reservoirs in die Höhe der Ueberfallschwelle emporgehoben; Anordnung 4 entspricht im Uebrigen der Anordnung 1; bei 5 ist eine der Seiten des Reservoirs, bei 6 beide an die Seiten des Ueberfalles auf $0^m,02$ herangerückt.

Anordnung 7 entspricht der Anordnung 2; die Seitenwand des Reservoirs ist aber auf $0^m,02$ an die Mündung herangerückt, und sie ist nur kurz; das Reservoir erweitert sich in kurzer Distanz vor dem Ueberfall.

8 und 9 sind Ueberfälle über die ganze Wand von respekt. $0^m,24$ und $0^m,20$ Breite mit isolirter Schwelle. Bei 10 laufen die Gerinnwände unter 45° der Mündung zu, und stossen in der Entfernung von $0^m,02$ von den Seiten des Ueberfalles an die Ueberfallwand; die Schwelle ist isolirt.

11 und 12 sind Ueberfälle von $0^m,20$ Breite mit isolirter Schwelle, und sehr kurzem Zuflussgerinne von gleicher Breite, das bei 11 stromaufwärts unter einem rechten Winkel scharf umgebogen, bei 12 abgerundet ist.

Endlich ist A ein Ueberfall von $0^m,60$ Breite in dicker Wand mit ebener Schwelle von $0^m,05$ Dicke, isolirt.

Wir haben in unserer vergleichenden Tabelle diejenigen Anordnungen weggelassen, für welche, wie man zum Voraus sah, sehr grosse Abweichungen vorkommen mussten. (Siehe Tabelle pag. 6.)

Den Verhältnissen, wie sie unsere Formel ihrer Ableitung nach voraussetzt, entsprechen die Anordnungen 1, 2, 3, 7, 8 und 9. Für Anordnung 1 haben wir eine sehr befriedigende Uebereinstimmung; die Differenzen werden für 2 und 3 etwas grösser, besonders für sehr kleine Druckhöhen. Bei 7 übersteigen die Differenzen schon die in der Praxis erlaubte Grenze. Die Werthe für 8 stimmen sehr gut, weniger gut für 9; der Grund hievon ist nicht zu erkennen.

Wir werden unsere Formel also sicher anwenden können für relative Ueberfallbreiten von 0,050 bis 1,00, wenn die absolute Breite grösser als $0^m,20$, der Ueberfall in dünner Wand nicht zu nahe am Boden und die Druckhöhe nicht zu klein; vielleicht ist $h = 0^m,030$ als Grenze zu setzen.

Wie wir bemerken, hat auch die Formel die schöne Eigenschaft, welche Boileau an seiner besonders hervorhebt, dass sie nämlich bei jeder Ueberfallbreite für eine gewisse Druckhöhe total mit dem Versuch übereinstimmt.

Haben wir aber statt des Ueberfalles nur eine überfallartige Ausflussöffnung, d. h. einen Ueberfall, dessen Schwelle im Boden des Zuflussgerinnes liegt, wie Anordnung 4, 5 und 6, so weichen die Coefficienten so bedeutend ab, dass Braschmann's Formel nicht mehr anwendbar ist. Dasselbe gilt auch für die übrigen Anordnungen, für welche wir vorläufig noch Lesbros Tabellen zu verwenden haben werden. Braschmann's Formel umfasst auch Ueberfälle nach Anordnung A in einer Wand von $0^m.05$ Dicke vollständig bis zu den kleinsten Druckhöhen.

Die Seitenwände der Mündung heben die ihnen zunächst liegenden Wassertheilchen; für breitere Ueberfälle ist diese Hebung ohne Bedeutung, sie kommt aber sehr stark in's Spiel bei ganz schmalen Ueberfällen. So gibt Lesbros an, dass bei seinem Ueberfall von $0^m,02$ Breite, nach Anordnung 1, die Wasseroberfläche sich für Druckhöhen über $0^m,040$ beim Austritt in Form einer Trauerweide ausbreitete, und, an beiden Seiten sich erhebend, den untern Theil überdeckte, dessen Breite bis zur Ueberfallschwelle immer geringer wurde, so dass die Wasserader das Ansehen eines Schwammes mit grossem Hute erhielt. Für solche Verhältnisse kann natürlich unsere Formel nicht mehr passen; bemerkenswerth ist aber, dass die Abweichungen erst von jener Druckhöhe $0^m,040$ an beträchtlich werden.

Ebenso sind die Ueberfälle, welche stromabwärts ein Ansatzgerinne tragen, das Rückstau veranlasst, in Bezug auf die Art des Ausflusses so verschieden von den freien Ueberfällen, dass es sich leicht erklärt, wenn unsere Formel auch hier nicht mehr passt.

Boileau machte nur Versuche mit Ueberfällen über die ganze Wand; eine Vergleichung seiner Resultate mit denen unserer Formel gibt folgende Tabelle:

Vergleichenhe Uebersicht der Boileau'schen Versuchsresultate mit den Ergebnissen der Braschmann'schen Formel.

Druckhöhe.	Ausflusscoefficient.		
Millimeter.	versuchsweise	nach Boileau's Formel	nach Braschmann.
Ueberfallhöhe $= 1^m,109$; Breite $= 0^m,288 - 0^m,291$.			
45,7	0,4061	0,4107	0,4340
65,0	4050	4119	4306
82,0	4069	4068	4291
89,5	4085	4036	4283
134.0	4125	3943	4264
167,0	4140	3948	4256
176,0	4147	3953	4254
182.0	4179	3963	4253
208,0	4132	3971	4249
239,0	4218	3997	4246
268,0	4262	3988	4244
285,0	4248	4013	4243
375,0	4242	3959	4238

Druckhöhe.	Ausflusscoefficient.		
Millimeter.	versuchsweise	nach Boileau's Formel	nach Braschmann
Ueberfallhöhe = 0^m,918; Breite = 0^m,291.			
63,0	0,4222	0,4092	0,4308
73,5	4216	4052	4296
81,0	4205	4019	4289
85,0	4204	4000	4286
121,0	4213	3989	4268
133,0	4235	4006	4264
163,0	4279	3962	4257
178,0	4288	3962	4254
189,0	4261	3941	4252
218,0	4217	3927	4248
230,0	4220	3933	4247
247,0	4271	3933	4245
261,0	4311	4089	4244
331,0	4440	4150	4240
357,0	4409	4164	4239
370,0	4425	4152	4238
436,0	4392	4130	4236
Ueberfallhöhe = 0^m,815; Breite = 0^m,290.			
57,0	0,4129	0,3982	0,4317
74,0	4155	3956	4296
80,0	4154	3971	4290
88,5	4142	4001	4284
103,5	4145	4024	4275
122,0	4147	4034	4267
168,0	4229	4059	4256
209,0	4342	4060	4249
238,0	4385	4048	4246
258,0	4400	4057	4245
321,0	4429	4218	4241
336,0	4423	4153	4240
344,0	4433	4189	4239
363,0	4413	4130	4239
368,5	4427	4165	4238
410,0	4454	4128	4237
438,0	4486	4177	4236
452,0	4478	4156	4236
495,0	4531	4262	4235
Ueberfallhöhe = 0^m,613; Breite = 0^m,289.			
49,7	0,3977	0,4090	0,4331
56,3	3948	4101	4318
65,2	396	411	431
87,0	4054	4113	4285
97,0	4096	4099	4279
108,0	4098	4070	4273
170,0	4200	4119	4255
175,0	4240	4138	4254
195,0	4287	4179	4251
216,0	4346	4171	4249
233,5	4337	4144	4247
249,0	4338	4188	4245
271,0	4375	4187	4244
272,0	4368	4205	4243
289,0	4368	4237	4242
Ueberfallhöhe = 0^m,411; Breite = 0^m,287.			
48,7	0,4176	0,4251	0,4357
56,0	4142	4230	4337
61,7	4113	4211	4331
83,5	4096	4180	4301
89,2	4119	4196	4296
125,0	4292	4314	4275
156,0	4600	4673	4267
160,0	4426	4283	4264

Druckhöhe.	Ausflusscoefficient.		
Millimeter.	versuchsweise	nach Boileau's Formel	nach Braschmann.
Ueberfallhöhe = 0^m,340; Breite = 0^m,874.			
57,7	0,4300	0,4492	0,4316
65,7	4286	4474	4305
96,7	4241	4411	4279
134,0	4340	4413	4284
155,0	439	4418	4258
188,0	4419	4414	4252
219,0	4462	4467	4248
Ueberfallhöhe = 0^m,453; Breite = 1^m,175.			
89.2	0,4145	0,4211	0,4283
127.0	4289	4297	4266
168,0	4302	4307	4257
Ueberfallhöhe = 0^m,206; Breite = 0^m,292.			
45,0	0,4187	0,4419	0,4342
57,7	4172	4286	4316
72,7	4137	4346	4297

Diese Versuche beschlagen Ueberfallbreiten von 0^m,290, 0^m,874 und 1^m,175; sie zeigen, dass die Coefficienten unabhängig sind von der absoluten Ueberfallbreite.

Unsere Formel gibt im Durchschnitt bessere Resultate als die Boileau'sche; Boileau erreicht aber vermittelst seiner erwähnten Korrektionscoefficienten eine Uebereineinstimmung bis auf 2 Prozent durchgehends mit seinen Versuchsresultaten, eine Genauigkeit, die freilich von unserer Formel nicht oft erreicht wird.

Sollte der unregelmässige Gang der Coefficienten von Boileau richtig sein, so werden wir schwerlich je dazu kommen, durch eine einzige Formel diese einfachen Verhältnisse zu umfassen. Es mögen diese Unregelmässigkeiten herrühren von Umständen, die sich der Theorie entziehen, wie z. B. von der Art, wie man bei Beginn der Beobachtung das Wasser dem Ueberfall zuströmen lässt, vielleicht aber eher noch von Ungenauigkeiten der Beobachtung, da jeder leichte Windstoss zur Fehlerquelle werden kann. Die Differenzen sind überdiess nicht so gross, dass sie sich nicht durch solche kleine Fehler erklären liessen; und so dürfen wir annehmen, dass unsere Formel auch die Verhältnisse, unter denen Boileau operirte, in genügender Weise umfasst.

Als Ergänzung folge hier noch die Tabelle, die Lesbros in seiner Erwähnung der Boileau'schen Versuche gibt, und vervollständigen sie für unsere Formel:

(Siehe Tabelle pag. 9.)

Diese Zusammenstellung zeigt deutlich genug die Brauchbarkeit unserer Formel in diesen Verhältnissen.

Es bleibt uns noch die Vergleichung der Ergebnisse unserer Formel mit den Resultaten der trefflichen Versuche, welche Francis in Amerika mit Ueberfällen von 5,048 und 2,014 englischen Fuss Höhe, theils über die ganze Wand bei 9,996 Fuss Breite, theils bei 13,96 Fuss Kanalbreite und derselben Ueberfallbreite ausführte. Da Francis die Ausflussmengen in englischen Kubikfuss gibt, so haben wir ebenfalls diese Grössen berechnet.

Vergleichung der Coefficienten der Formel $lh\sqrt{2gh}$ bei verschiedenen Druckhöhen nach Boileau, Lesbros und Braschmann.

Druckhöhe.	Coefficienten der Formel $lh\sqrt{2gh}$ nach Boileau	nach Lesbros	nach Braschmann	Ueberfall-breite.
0,0577	0,421	0,438	0,432	0,874
0,0657	431	436	430	
0,0752	421	434	429	0,877
0,0797	417	431	429	
0,0887	433	431	428	1,595
0,0937	419	434	428	
0,0967	414	434	428	0,874
0,1100	413	434	427	1,595
0,1210	409	434	427	0,877
0,1340	416	434	426	0,874
0,1480	425	434	426	0,877
0,1550	423	433	426	
0,1880	414	432	425	0,874
0,2190	411	430	425	

Vergleichende Uebersicht der Francis'schen Beobachtungsresultate mit den Ergebnissen der Braschmann-schen Formel.

Ueberfall von 9,996 Fuss Breite. Kanalbreite = 13,96 Fuss. Ueberfallhöhe = 5,018 Fuss. Versuche 11–33. 56–61. 72–78.

Druckhöhe.	Wassermenge beobachtet	Wassermenge berechnet	Coefficienten von $lh\sqrt{2gh}$
0.59190	15.0001	15 0542	0 41233
0.59240	15.0273	15 0733	0.41233
0.61060	15.7124	15.9547	0 41231
0 63370	16.5894	16.6747	0 41228
0.63795	16.7597	16.8423	0.41227
0.64305	16.9839	17.0442	0 41226
0 65525	17.4305	17.5308	0.41225
0.77690	22.4804	22.6262	0.41212
0.79400	23.1700	23.3767	0.41211
0.79565	23 2761	23 4496	0.41211
0 80125	23.5427	23.7134	0.41210
0.80755	23.7943	23 9771	0.41210
0.81860	24.3192	24.4703	0.41209
0.91570	28.6739	28.9459	0.41202
0.92800	29.1929	29.5304	0 41201
0.94625	30.0904	30.4050	0.41200
0.96325	30 9568	31 2273	0.41199
0.96700	30.9940	31.4098	0.41199
0.96711	31.1457	31.4152	0.41199
0.97590	31.5377	31.8437	0.41198
0.97820	31.6712	31.9563	0.41198
0.97950	31.6579	32.0201	0.41198
0.98370	31.9293	32.2262	0.41198
0.98885	32.1438	32.4796	0.41198
0 99160	32.4706	32 7626	0 41197
1.01160	33.3147	33 6053	0.41196
1.01275	33 3003	33 6626	0.41196
1.02755	33.9416	34.4032	0 41196
1 03315	34 2725	34.6840	0.41195
1.03360	34.4136	34.7066	0.41195
1.03395	34 2366	34.8043	0.41195
1.03735	34.5330	34.8957	0 41195
1.04060	34 6549	35 0598	0.41195
1.04455	35 7249	35.2596	0.41195
1.05565	35.4741	35.8223	0.41194
1.06920	36.1752	36.5142	0.41194

Ueberfall von 9,996 Fuss Breite. Kanalbreite = 13,96 Fuss. Ueberfallhöhe = 5,048 Fuss. Versuche 1–10.

Druckhöhe.	Wassermenge beobachtet	Wassermenge berechnet	Coefficienten von $lh\sqrt{2gh}$
1.23690	45.0893	45.4257	0.41187
1 24195	45.3437	45.7042	0 41187
1.24795	45.6781	46.0452	0.41186
1.25085	45.4941	46.1952	0.41186
1 25290	45.9343	46.3088	0 41186
1.25490	45.8529	46.4197	0.41186
1.52430	61.2821	63 1313	0.41178
1.55045	62.5686	64.7370	0.41178
1.55930	63.2060	64.2834	0.41178
1.56910	63.3508	64.8904	0.41178

Anlage wie vorhin. Ueberfallhöhe = 2,014. Fuss engl. Versuch 36–43. 62–66. 79–84.

Druckhöhe.	Wassermenge beobachtet	Wassermenge berechnet	Coefficienten von $lh\sqrt{2gh}$
0.63135	17.7725	16.5820	0.41228
0.64250	17.0578	17.0224	0.41226
0.65150	17.4218	17.3809	0.41225
0.65460	17.5540	17.5051	0 41225
0.65590	17.6133	17 5573	0.41225
0.65985	17.7725	17.7157	0.41224
0.77115	22.5270	22.3771	0.41213
0.78725	23.2577	23.0792	0.41211
0.80455	24.0128	23.8436	0.41210
0 87960	27.4984	27 5681	0 41204
0.88865	27.9092	27 6742	0.41204
1.02805	34.8484	34.4283	0 41196
1.03720	35.2933	34.8881	0.41195
1.04495	35 7660	35.2799	0.41195
1.04600	35.7713	35.3330	0.41195
1.05130	36.0716	35.6011	0.41194
1.07115	37.0513	36.6141	0.41194
1.07945	37.4873	37.0396	0.41193

Ueberfall über die ganze Wand. Höhe = 5,048 Fuss. Versuch 44–55.

Druckhöhe.	Wassermenge beobachtet	Wassermenge berechnet	Coefficienten von $lh\sqrt{2gh}$
0.97450	32.3623	32.6205	0.42294
0.97600	32.4356	32.6959	0.42294
0.97620	32 4299	32.7059	0.42294
0 97690	32.4600	32.7411	0.42294
0.97775	32.4916	32.7839	0.42294
0.98190	32 8429	33.1441	0.42294
0 98675	32.9087	33.2375	0.42294
0.99240	33.0688	33.5226	0.42293
0.99265	33.0883	33.5353	0 42293
1.00505	33.8179	34.1664	0.42293
1.00520	33.7273	34.1733	0.42293
1.00600	33.7708	34.2141	0.42293

Die Differenzen übersteigen nirgends die in der Praxis zulässigen Grenzen. Es ist also unsere Formel auch bei diesen sehr grossen Dimensionen mit allem Vertrauen anzuwenden.

Wenn schon die Braschmann'sche Formel die Ausflussmengen der freien Ueberfälle in dünner (und auch dicker) Wand so gut gibt, als wir es für die Praxis brauchen, so hat sie doch einen Mangel, der ihrer Anwendung vielleicht noch entgegenstehen möchte; nach dieser Formel wären die Ausflussmengen unter sonst gleichen Umständen bei allen Ueberfallhöhen dieselben; dass dem nicht so ist, zeigen die Versuche hinlänglich. Es ist aber noch nicht ausgemacht, auf welche Weise diese beiden Grössen zusammenhängen. Die Veränderung der Ueberfallhöhe wird in doppelter Weise zur Veränderung der Wassermenge wirken, durch Veränderung der Depression sowol als der Kontraktion an der Ueberfallschwelle; es wäre eine neue Aufgabe zu bestimmen, wie sich dieser Einfluss vertheilt, und entsprechende Glieder in die neue Formel einzuführen. Das würde jedoch mehr Zeit und Einsicht verlangen, als uns zu Gebote stehen. Wir wollen hier nur noch einige bezügliche Daten den Schriften von Boileau und Lesbros entnehmen, auf die man vielleicht weiter bauen könnte.

Lesbros gibt unter 288. folgende kleine Tabelle an, die er aus seinen und Castel's Versuchen ableitete:

Ueberfall-breite.	Ueberfall-höhe.	Coefficienten von $lh\sqrt{2gh}$ für die Druckhöhen						
		$0^m,09$	$0^m,08$	$0^m,07$	$0^m,06$	$0^m,05$	$0^m,04$	$0^m,03$
0.20 (Anord. 9)	0.540	0.434	0.434	0.435	0.437	0.442	0.449	0.459
0 7373	0.225	0.433	0 434	0.435	0.437	0.440	0.441	0.442
0.7398	0.170	0.428	0 430	0.432	0.433	0.435	0.437	0.439
0.7418	0.093	0.425	0.427	0.429	0.431	0.433	0.436	0.438
0.20 (Anord. 6)	0.000	0.380	0.379	0.375	0.370	0.362	0.352	0.337

Er schliesst daraus, dass die Coefficienten mit der Ueberfallhöhe R wachsen von $R = 0$ bis $R = 0,225$, dass von da an für Druckhöhen über $0^m,05$ die Coefficienten konstant werden, während bei kleinern Druckhöhen das Wachsen viel weiter geht. Dieses Resultat findet Lesbros bestätigt durch Versuche von Dubuat und Bidone. Die grössten Differenzen zwischen den Coefficienten von der Ueberfallhöhe $0^m,093$ bis $0^m,540$ betragen wenig mehr als 2 Prozent, so dass für die Praxis in diesen Grenzen die Ausflussmenge als unabhängig von der Ueberfallhöhe betrachtet werden darf. Für Ueberfallhöhen unter $0^m,093$ sind die Abweichungen grösser; solche kommen jedoch selten vor; für die überfallartigen Ausflussmündungen finden überhaupt andere Verhältnisse statt.

Wir haben aus den Boileau'schen Versuchen folgende kleine Tabelle zusammengestellt:

Ueberfall-breite.	Ueberfall-höhe.	Coefficienten von $lh\sqrt{2gh}$ für die Druckhöhen														
		$0^m,05$	$0^m,06$	$0^m,07$	$0^m,08$	$0^m,09$	$0^m,11$	$0^m,12$	$0^m,13$	$0^m,16$	$0^m,18$	$0^m,21$	$0^m,23$	$0^m,25$	$0^m,35$	$0^m,375$
0.292	0.206	418	416	413												
0.874	0.340	431	429	428	426	425	427		433	440	441	445	447			
0.287	0.411	417	411		410	412		425	431	443						
1.175	0.453					415			421	430						
1.595	0.468				417	431	421									
0.877	0.490			420	421			418								
0.289	0.613	398	395	398	404	407	410					434	434	434		
0.290	0.815	412	413	415	415	414	415	415			426	434	437	439	443	443
0.291	0.918		422	422	421	421		421	423	428	429	423	422	428	442	442
0.291	1.109	406	405	406	407	409			412		417	413	419	423	424	424

Diese Tafel zeigt eine grosse Verwirrung; es ist nicht denkbar, dass wirklich solche Unregelmässigkeiten im Gang der Coefficienten vorkommen; wir sehen daher auch nicht ein, wie aus denselben genaue Schlüsse gezogen werden können, und halten uns daher nur an die einzelnen Gruppen. Diese zeigen, dass wirklich die Coefficienten mit der Druckhöhe wachsen von $R = 0$ bis ungefähr in die Gegend, die Lesbros angibt, vielleicht etwas weiter; dass von dort an die Coefficienten eine gewisse Konstanz behaupten bis auf die Ueberfallhöhe von ungefähr $0^m,50$; dass dann im Weitern die Coefficienten mit wachsender Ueberfallhöhe abnehmen, und zwar wird wol auch diese Abnahme ihre Grenze haben, über deren Lage wir aus Vorliegendem freilich nichts schliessen können. Die grössten Differenzen der Coefficienten in diesem Umfang betragen ungefähr 6 Prozent.

Endlich zeigen die Francis'schen Versuche deutlich die Abnahme der Coefficienten beim Uebergang aus den Ueberfallhöhen von $0^m,613$ zu $1^m,538$ bei Druckhöhen über 180^{mm}; die grössten Differenzen betragen 5 Prozent, was so im Groben mit den Boileau'schen Werthen stimmt.

Von isolirtem Ueberfall in dem Sinne, wie Lesbros es nimmt, liesse sich also gar nicht sprechen; eine Veränderung der Ueberfallhöhe wird wol immer eine Veränderung in der Depression und damit im Ausflusscoefficienten nach sich ziehen; es ist aber möglich, dass von einer Höhe an, die von der von Lesbros gegebenen nicht sehr abweicht, diese Ueberfallhöhe die Kontraktion an der Ueberfallschwelle nicht mehr beeinflusst, und wir könnten dann vielleicht den Ueberfall isolirt nennen, bei welchem eine Veränderung in der Ueberfallhöhe keine Aenderung in der Kontraktion an der Schwelle nach sich zieht.

Braschmann's Formel nimmt an, dass die Coefficienten mit der relativen Ueberfallbreite wachsen; es ist diess, nach Lesbros, nur richtig für relative Ueberfallbreiten grösser als $\frac{1}{10}$, wenn überdiess die absolute Ueberfallbreite grösser als $0^m,08$. Darunter ändern sich die Coefficienten auf unregelmässige Weise mit der absoluten Breite. Es ist auch nicht gemeint, dass darüber diese Coefficienten von der absoluten Breite ganz unabhängig seien; es ist nur der Einfluss derselben für die Praxis zu vernachlässigen.

Wie schon erwähnt, ist auch die Druckhöhe auf unrichtige Weise in die Formel eingeführt; nach Boileau finden die Veränderungen bald im einen, bald im andern Sinn statt, doch so, dass bei gleicher Ueberfallhöhe stets den grössten Druckhöhen die grössten Coefficienten entsprechen bei freiem Ueberfall. Bei Ueberfall unter Wasser sind unter sonst gleichen Verhältnissen die Coefficienten stets stärker als bei freiem; die Coefficienten wachsen beständig mit der Ueberfallhöhe, und nehmen ab mit wachsender Druckhöhe.

Wir lassen zum Schluss noch folgen eine:

Zusammenstellung der Regeln und Formeln zur Wassermessung durch Ueberfälle.

Die Wassermengen freier Ueberfälle in dünner oder dicker Wand, wo die Seitenborden senkrecht zur Ueberfallebene stehen und deren absolute Breite nicht sehr klein (nicht unter $0^m,08$) ist, berechnen sich für alle Druckhöhen und Ueberfallhöhen über $0^m,10$ mit einer für die Praxis hinreichenden Genauigkeit nach der Formel von Braschmann:

$$Q = \left[0{,}3838 + 0{,}0386 \frac{l}{L} + 0{,}00053 \cdot \frac{1}{h}\right] l h \sqrt{2gh}$$

wo l die Breite des Ueberfalles, L die Breite des Reservoirs, h die Druckhöhe über der Ueberfallschwelle.

Für Ueberfälle über die ganze Wand wird sie zu:

$$Q = \left[0{,}4224 + 0{,}00053 \cdot \frac{1}{h}\right] l h \sqrt{2gh}.$$

Die Druckhöhe bestimmt sich entweder durch ein genaues Nivellement, oder indem man kurz vor dem Ueberfall eine oben offene, unten durch einen Pfropf mit kleiner Durchlassöffnung geschlossenen Röhre bis fast auf den Boden in's Oberwasser setzt, wo dann die Höhe der Wassersäule über der Schwelle die Druckhöhe gibt, oder aus den oben angegebenen Boileau'schen Tabellen, wenn man die Strahldicke über dem Ueberfall direkt gemessen hat. Es ist am besten, alle drei Bestimmungsweisen neben einander durchzuführen.

Nach Lesbros gelten für ganz schmale Ueberfälle in dünner Wand nach Anordnung 1 folgende Coefficienten:

Druckhöhen.	Coefficienten.	Druckhöhen.	Coefficienten.
0.01	0.436	0.18	0.434
0.02	0.436	0.20	0.434
0.03	0.436	0.25	0.434
0.04	0.435	0.30	0.433
0.05	0.435	0.35	0.432
0.06	0.435	0.40	0.431
0.07	0.435	0.45	0.430
0.08	0.435	0.50	0.428
0 09	0 435	0.60	0.425
0.10	0.435	0.70	0.423
0.12	0.435	0 80	0.421
0.14	0.434	0 90	0.420
0.16	0.434	1.00	0.419

Für die überfallartigen Ausflussmündungen gibt Boileau die Formel:

$$Q = lh\sqrt{2g(h-e)}$$

wo l die Ueberfallbreite, h die Druckhöhe über der Schwelle, e die mittlere Strahldicke in der Ebene der Mündung.

Speziell für die Anordnungen 4, 5 und 6 gelten nach Lesbros folgende Coefficienten:

Druckhöhen.	Coefficienten.			Druckhöhen.	Coefficienten.		
	4.	5.	6.		4.	5.	6.
0.010	0.384	0.362	0.292	0.080	0.409	0.403	0.379
0.015	0.394	0.371	0.305	0.090	0.409	0.404	0.380
0.020	0.402	0.379	0.318	0.100	0.408	0.405	0.382
0.025	0.407	0.384	0.328	0.110	0.408	0.406	0.382
0.030	0.410	0.388	0.337	0.120	0.408	0.406	0.383
0.035	0.411	0 392	0.345	0 130	0.408	0 407	0 383
0.040	0.411	0.394	0.352	0.140	0.408	0.407	0.383
0.045	0.411	0.396	0.357	0.160	0.407	0.407	0.384
0.050	0 410	0.398	0.362	0.180	0.406	0 408	0.383
0.055	0.410	0.399	0.367	0.200	0 405	0.408	0 383
0.060	0.409	0.400	0.370	0.220	0.405	0.408	0.382
0 065	0.409	0.401	0.373	0 250	0.404	0 407	0.381
0.070	0.409	0.402	0.375	0.300	0.403	0.406	0.378

Für Anordnung 10, 11 und 12 (vide pag. 7) gelten folgende Coefficienten:

Druckhöhen.	Coefficienten.			Druckhöhen.	Coefficienten.		
	10.	11.	12.		10.	11.	12.
0.010	0.446			0.080	0.409	0.339	0 389
0.015	0.441			0.090	0.407	0 338	0.391
0.020	0.437			0.100	0.405	0.337	0.392
0.025	0.433			0.110	0.404	0.336	0.394
0 030	0.430			0.120	0.403	0.335	0.394
0.035	0.427			0.130	0.403	0.334	0.396
0.040	0.424	0.334	0.373	0.140	0.403	0.334	0.396
0.045	0.422	0.337	0.377	0.160	0 403	0 335	0.398
0.050	0.419	0 339	0.380	0.180	0.403	0.337	0.400
0.055	0.417	0.340	0.383	0.200	0.403	0.340	0.403
0.060	0.416	0.340	0.384	0.220	0.403	0.312	0.405
0 065	0.414	0.340	0.386	0.250	0.401	0.347	0.411
0.070	0.412	0.340	0.387	0.300	0.398	0.352	0.419

Diese Tafeln sollen so angewandt werden, dass man sich aus den Werthen, welche dem vorkommenden zunächst liegen, eine Kurve konstruirt, und dann aufsucht, welcher Coefficient als Ordinate der betreffenden Druckhöhe als Abscisse entspreche.

Bei schief gestellten Ueberfällen ist nach Boileau die Ausflussmenge bei scharfer Ueberfallkante 0,942 und 0,911 von derjenigen des Normalüberfalles, wenn der Winkel, den das Wehr mit dem Gerinnboden bildet, respekt. 45° und 26° 35' ist.

Bei solchen Ueberfällen, die aus zwei geraden, unter 45° an die Wände anstossenden Flügeln bestehen, deren gemeinschaftliche Kante durch einen Viertelskreis abgerundet ist und deren Schwelle abgeschrägt, berechnet man die Ausflussmenge wie bei schiefen Ueberfällen und führt als Breite die Summe der beiden geraden Flügel, vermehrt um die halbe Chorde das Abrundungsbogens ein.

Bei einem nach dem Oberwasser zu geneigten Ueberfalle mit scharfer Kante, dessen vertikale Höhe sich zu seiner Basis wie 3 : 1 verhält, beträgt die Ausflussmenge 0,973 der unter gleichen Verhältnissen über einen senkrechten Ueberfall abfliessenden Wassermenge.

Ueberfälle mit ebener Schwelle von $0^m,095$ Dicke geben bei freiem Strahl 0,982 und bei gestörtem Strahl 0,993 der Ausflussmenge des Normaltypus. Ist die Schwelle eben so stark, aber im Halbkreis abgerundet, so beträgt die Ausflussmenge 22 Prozent mehr als bei scharfer Kante, und ist das Ueberfallbrett ausserdem im Verhältniss 3 : 1 geneigt, so fliesst nur ½ Prozent weniger aus als bei senkrechtem Stande.

Für wehrförmig gestaltete Ueberfälle, d. h. für solche wo auf der Oberwasserseite eine unter 45° ansteigende Fläche, auf der Unterwasserseite eine viertelskreisförmige, kropfartige Abrundung vorhanden ist, welche an der Schwelle durch einen Kreisbogen in jene übergeht, gelten bei verschiedenen Druckhöhen folgende Correktionscoefficienten:

Druckhöhe	$0^m,08$ bis $0^m,11$	$0^m,11$ bis $0^m,14$	$0^m,14$ bis $0^m,26$
Coefficient	0,973	1,125	1,171

Francis endlich gibt für wehrförmige Ueberfälle die Formel:

$$Q = 3,01208\, l h^{1,53}$$

welche Formel mit seinen Versuchen ganz gut stimmt.

Es wäre gewiss ein verdienstliches Werk, alle diese Angaben für Anordnungen, welche vom Normalüberfall abweichen, zu prüfen und in brauchbarere und zuverlässigere Form zu bringen.