**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

**Band:** 74 (1983)

**Heft:** 21

**Artikel:** Le calcul des pertes d'énergie dans les réseaux maillés

**Autor:** Cârin, G.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-904879

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 09.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Le calcul des pertes d'énergie dans les réseaux maillés

Par G. Cârţină

*Par le développement en série Taylor aux environs des valeurs moyennes des puissances et des tensions de chaque nœud du réseau, on obtient des modèles mathématiques des pertes d'énergie très efficaces pour les réseaux maillés. Les modèles présentés traitent de la production d'énergie d'une manière stochastique.*

*Wenn man um die Mittelwerte der Leistungen und Spannungen in jedem Knoten eines Energienetzes die Reihenentwicklung nach Taylor verwendet, erhält man leistungsfähige mathematische Modelle zur Berechnung der Energieverluste in vermaschten Netzen. In den vorgestellten beiden Modellen wird die Energieerzeugung stochastisch behandelt.*

**Adresse de l'auteur**

Dr-Ing. *G. Cârţină*, Faculté d'électrotechnique, Institut polytechnique de Jassy, Jassy, Roumanie.

## 1. Introduction

Dans la mise en projet, dans la mise en œuvre et dans l'exploitation opérationnelle des réseaux électriques, il faut considérer les pertes d'énergie dues au transit des puissances actives et réactives. La minimisation des ces pertes est d'un intérêt économique considérable. Mais le calcul de l'énergie perdue entraîne quelques difficultés si l'on veut tenir compte de la non-simultanéité des charges. L'effort de calcul est grand parce qu'il est nécessaire de calculer un grand nombre de régimes.

Le travail suivant montre que, par l'utilisation des caractéristiques statistiques (la moyenne, la variance et la covariance) pour les tensions $V(t)$ et les puissances $P(t)$, $Q(t)$, considérées comme variables de temps aléatoires, et par le développement en série Taylor des pertes d'énergie, on arrive à des modèles mathématiques qui évitent le calcul successif des régimes et qui s'avèrent efficaces surtout dans les problèmes d'optimisation. Les modèles sont pratiques parce que la détermination des grandeurs statistiques est simple et qu'elle utilise des données qui existent dans la pratique de l'exploitation des réseaux électriques.

Le travail donne les expressions de calcul pour tous les termes des modèles, leurs contributions à la valeur de l'énergie perdue ($\Delta W$) et présente les conditions dans lesquelles on peut faire certaines simplifications du calcul. La comparaison avec d'autres modèles a mis en évidence l'avantage des modèles proposés. Le travail présente aussi les schémas de calcul correspondants.

En énergétique, il existe d'autres exemples où l'utilisation des caractéristiques statistiques peut faciliter la construction du modèle et réduire considérablement le calcul.

## 2. Modélisation mathématique des pertes de puissance et d'énergie

Si dans un réseau maillé avec (n + 1) nœuds (le nœud n + 1 = e = N étant le nœud d'équilibre), les pertes de puissance sont exprimées comme la différence entre les puissances injectées et les puissances consommées, donc comme la somme algébrique des puissances aux nœuds, il en résulte pour les pertes de puissance active l'expression

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n} U_i^2 G_{ii} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} U_i U_k G_{ik} \cos \delta_{ik} - 2 V_e \sum_{i=1}^{n} U_i G_{ie} \cos \delta_i + U_e^2 G_{ee} \qquad (1)$$

où $G_{ik}$ est la composante réelle de l'élément $\underline{Y}_{ik}$,

$$\underline{Y}_{ik} = G_{ik} - jB_{ik},$$
$$i, k = 1, 2, ..., N \ (i \neq k \text{ ou } i = k) \qquad (2)$$

de la matrice des admittances de nœuds

$$[\underline{Y}_{NN}] = \left(\begin{array}{cccc|c} \underline{Y}_{11} & -\underline{Y}_{12} & -\underline{Y}_{13} \cdots & -\underline{Y}_{1n} & -\underline{Y}_{1e} \\ -\underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & -\underline{Y}_{23} \cdots & -\underline{Y}_{2n} & -\underline{Y}_{2e} \\ \multicolumn{5}{c}{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots} \\ -\underline{Y}_{n1} & -\underline{Y}_{n2} & -\underline{Y}_{n3} \cdots & \underline{Y}_{nn} & -\underline{Y}_{ne} \\ \hline -\underline{Y}_{e1} & -\underline{Y}_{e2} & -\underline{Y}_{e3} \cdots & -\underline{Y}_{en} & \underline{Y}_{ee} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} [\underline{Y}_{nn}] & -[\underline{Y}_{ne}] \\ \hline -[\underline{Y}_{en}] & [\underline{Y}_{ee}] \end{array}\right) \qquad (3)$$

Le calcul des pertes de puissance avec la relation (1) suppose la connaissance du régime permanent correspondant (les tensions aux nœuds, $U_i$, i = 1, 2, ..., N). Il peut se faire également à partir de grandeurs indépendantes du réseau, les puissances aux nœuds et la tension dans le nœud d'équilibre [1]:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{U_i U_k} [(P_i P_k + Q_i Q_k) R_{ik} \cos \delta_{ik} + (Q_i P_k - P_i Q_k) R_{ik} \sin \delta_{ik}] + U_e \sum_{i=1}^{n} \frac{C_{ei}}{U_i} (P_i \sin \delta_i - Q_i \cos \delta_i) + G_e U_e^2 \quad (4)$$

où:

$$G_e = \mathrm{Re}[\underline{Y}_e] = \mathrm{Re}\{[\underline{Y}_{ee}] - [\underline{Y}_{en}][\underline{Z}_{nn}][\underline{Y}_{ne}]\} \quad (5)$$

$$C_{ei} = \mathrm{Im} \sum_{k=1}^{n} (\underline{Y}_{ek} \underline{Z}_{ki} - \underline{Y}^*_{ek} \underline{Z}^*_{ki}), i = 1, 2, \ldots, n \quad (6)$$

$$\underline{U}_i = U_i | \underline{\delta_i}, \; i = 1, 2, \ldots, n \quad (7)$$

$$\underline{U}_i = U_e | \underline{0}, \; i = n+1 = e = N \quad (8)$$

$$[\underline{Z}_{nn}] = [\underline{Y}_{nn}]^{-1} \quad (9)$$

$$\delta_{ik} = \delta_i - \delta_k \quad (10)$$

Dans toutes ces relations, le sens positif des puissances est le sens des puissances injectées aux nœuds.

On admet que, pour le réseau considéré, les variations en temps des variables indépendantes qui définissent l'état du réseau (les puissances actives et réactives dans les $n$ nœuds $P_i(t)$ et $Q_i(t)$ et la tension du nœud d'équilibre $U_e(t)$) sont données dans un intervalle $T$ (par exemple un jour). Pour ces variables indépendantes on aura, dans les nœuds du réseau, les variables dépendantes

$$U_i = U_i(t) = U_i\big(P(t), Q(t), U_e(t)\big), \quad (11)$$

$$\sigma_i = \sigma_i(t) = \sigma_i\big(P(t), Q(t), U_e(t)\big), \quad i = 1, 2, \ldots, n \quad (12)$$

En considérant ces variables ($P_i$, $Q_i$, $U_e$, $U_i$, $\sigma_i$) comme des variables aléatoires dans le temps ($X$), on peut les caractériser numériquement par la valeur moyenne ($\bar{X}$) et la variance ($\bar{\sigma}_X^2$) définies, dans le cas des sélections sur les variables aléatoires, par les relations

$$\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} X_i \quad (13)$$

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (X_i - \bar{X})^2 = \overline{(X_i - \bar{X})^2} = \bar{X}^2 - \bar{X}^2 \quad (14)$$

De même,

$$\mathrm{Cov}(X, Y) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = \overline{(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})} = \varrho \sigma_X \sigma_Y \quad (15)$$

s'appelle la covariance (de sélection) des variables aléatoires indépendantes $X$ et $Y$ ($\varrho$ étant le coefficient de corrélation et $\sigma_X$, $\sigma_Y$ les écarts types). La covariance tient compte du rôle que joue la non-simultanéité des charges dans le réseau respectif.

Si, dans un intervalle $T$, l'architecture du réseau ne change pas ou que les modifications sont très petites, on peut accepter pour les pertes de puissance une dépendance soit sous la forme

$$\Delta P = \Delta P\big(U(t), \sigma(t), U_e(t)\big) \quad (16)$$

soit sous la forme

$$\Delta P = \Delta P\big(P(t), Q(t), U_e(t)\big) \quad (17)$$

A partir de ces deux relations, on présente ici deux modèles de calcul des pertes d'énergie.

## 3. Le modèle U-$\delta$

Pour le développement en série Taylor de la fonction objectif $\Delta P(U, \delta, U_e)$ aux environs des valeurs moyennes ($\bar{U}_i, \bar{\delta}_i, \bar{U}_e$, i = 1...n), on obtient en calculant la moyenne

$$\overline{\Delta P}_{U\delta} = \overline{\Delta P(U, \delta, U_e)} = \Delta P(\bar{U}, \bar{\delta}, \bar{U}_e) + 0{,}5 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left[ \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial U_i \partial U_j} \right)_m \mathrm{Cov}(U_i, U_j) + \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial \delta_i \partial \delta_j} \right)_m \mathrm{Cov}(\delta_i, \delta_j) + 2 \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial U_i \partial \delta_j} \right)_m \mathrm{Cov}(U_i, \delta_j) \right] + \sum_{i=1}^{n} \left[ \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial U_i \partial U_e} \right)_m \mathrm{Cov}(U_i, U_e) + \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial \delta_i \partial U_e} \right)_m \mathrm{Cov}(\delta_i, U_e) \right] + 0{,}5 \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial U_e^2} \right) \mathrm{Cov}(U_e, U_e) = \Delta P(\bar{U}, \bar{\delta}, \bar{U}_e) + \mathrm{COR}\, U\delta \quad (18)$$

Dans cette relation $\Delta P(\bar{U}, \bar{\delta}, \bar{U}_e)$ sont les pertes de puissance pour le régime correspondant aux valeurs $\bar{U}_i, \bar{\delta}_i, \bar{U}_e$, i = 1...n, déterminées avec la relation (13), pour tous les régimes de la période $T$. Les dérivées de deuxième ordre sont calculées pour le même régime ($\bar{U}$, $\bar{\delta}$, $\bar{U}_e$) à partir de la relation (1).

Si la tension dans le nœud d'équilibre $U_e$ reste constante et si l'on tient compte de la relation (15), (18) devient

$$\overline{\Delta P}_{U\delta} = \Delta P(\bar{U}, \bar{\delta}, \bar{U}_e) + 0{,}5 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left[ \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial U_i \partial U_j} \right)_m \mathrm{Cov}(U_i, U_j) + \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial \delta_i \partial \delta_j} \right)_m \mathrm{Cov}(\delta_i, \delta_j) + 2 \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial U_i \partial \delta_j} \right)_m \mathrm{Cov}(U_i, \delta_j) \right] \quad (19)$$

Les pertes d'énergie dans le réseau seront calculées avec la relation

$$\Delta W = \sum_{t=1}^{m=T} \Delta P\big(U(t), \delta(t), U_e(t)\big) = \overline{\Delta P}_{U\delta} T \quad (20)$$

L'utilisation des relations (18) et (19) pour le calcul des pertes d'énergie est limitée parce qu'elle nécessite le calcul antérieur d'un grand nombre de régimes. Pourtant il y a des situations (par exemple, les variations des tensions en temps sont connues, ou, au moins, les valeurs des covariances des tensions) où ce modèle peut être utilisé avec de très bons résultats. Si le réseau ne contient pas de transformateurs, les relations de calcul deviennent encore plus simples. La figure 1 donne le schéma de principe pour le calcul des pertes d'énergie avec ce modèle.

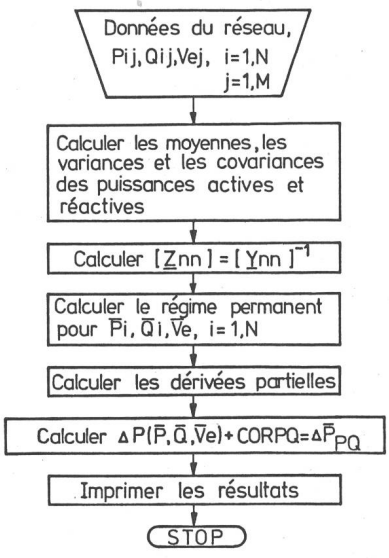


**Fig. 1 Organigramme pour le calcul des pertes de puissance $\Delta P_{V\delta}$**

## 4. Le modèle P-Q

Pour le développement en série Taylor de la fonction $\Delta P(P, Q, U_e)$ aux environs des valeurs moyennes ($\bar{P}_i$, $\bar{Q}_i$, $\bar{U}_e$, i = 1...n), on obtient en calculant la moyenne

$$\overline{\Delta P}_{PQ} = \overline{\Delta P(P,Q,U_e)} = \Delta P(\overline{P},\overline{Q},\overline{U}_e) +$$

$$0{,}5 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left[ \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial P_i \partial P_j} \right)_m \mathrm{Cov}(P_i, P_j) + \right.$$

$$\left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial Q_i \partial Q_j} \right)_m \mathrm{Cov}(Q_i, Q_j) +$$

$$\left. 2 \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial P_i \partial Q_j} \right)_m \mathrm{Cov}(P_i, Q_j) \right] +$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left[ \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial P_i \partial U_e} \right)_m \mathrm{Cov}(P_i, U_e) + \right.$$

$$\left. \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial Q_i \partial U_e} \right)_m \mathrm{Cov}(Q_i, U_e) \right] +$$

$$0{,}5 \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial U_e^2} \right)_m \mathrm{Cov}(U_e, U_e)$$

$$= \Delta P(\overline{P},\overline{Q},\overline{U}_e) + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 +$$

$$a_5 + a_6 = \Delta P(\overline{P},\overline{Q},\overline{U}_e) + \mathrm{COR}\, PQ \quad (21)$$

Dans cette relation $\Delta P(\bar{P}, \bar{Q}, \bar{U}_e)$ sont les pertes de puissance pour le régime correspondant aux puissances moyennes ($\bar{P}_i$, $\bar{Q}_i$, $\bar{U}_e$, i = 1...n). Si la tension du nœud d'équilibre $U_e$ est constante et si l'on tient compte de la relation (15), (21) devient

$$\overline{\Delta P}_{PQ} = \Delta P(\overline{P},\overline{Q},\overline{U}_e) +$$

$$0{,}5 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left[ \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial P_i \partial P_j} \right)_m \mathrm{Cov}(P_i, P_j) + \right.$$

$$\left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial Q_i \partial Q_j} \right)_m \mathrm{Cov}(Q_i, Q_j) +$$

$$\left. 2 \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial P_i \partial Q_j} \right)_m \mathrm{Cov}(P_i, Q_j) \right] \quad (22)$$

Les pertes d'énergie auront pour expression

$$\Delta W = \sum_{t=1}^{m=T} \Delta P(P(t), Q(t), U_e(t)) = \overline{\Delta P}_{PQ}\, T \quad (23)$$

La modélisation des pertes de puissance (resp. d'énergie) avec les relations (21) et (22) est beaucoup plus pratique et plus utile, surtout dans les problèmes d'optimisation, parce que les relations respectives utilisent des grandeurs caractéristiques des variables indépendantes: la moyenne, la variance et les covariances des puissances actives et réactives.

Un problème plus difficile à résoudre lors de l'utilisation du modèle *P-Q* est la détermination des dérivées partielles des pertes de puissance par rapport aux puissances aux nœuds, parce que dans l'équation (4) interviennent, outre les variables $P_i$, $Q_i$, les variables $U_i = U_i(P, Q, U_e)$ et $\delta_i = \delta_i(P, Q, U_e)$, qui ne peuvent pas être facilement explicitées. La voie la plus simple est de négliger dans cette équation la dépendance des tensions ($U_i$) et de leurs arguments ($\delta_i$) par rapport aux puissances actives et réactives et par rapport à la tension du nœud d'équilibre. Comme on va le voir, cette approximation ne touche pratiquement pas l'exactitude du calcul. Dans ce cas, les dérivées partielles auront pour expressions

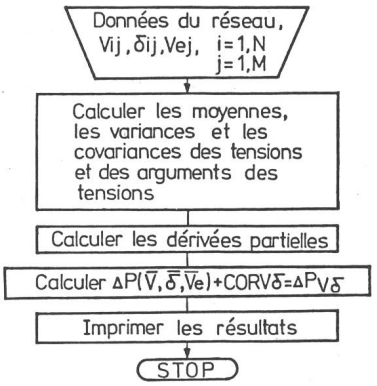


**Fig. 2 Organigramme pour le calcul des pertes de puissance $\Delta P_{PQ}$**

$$\left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial P_i \partial P_j} \right)_m = \left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial Q_i \partial Q_j} \right)_m = 2 \frac{R_{ij}}{\overline{U}_i \overline{U}_j} \cos \overline{\delta}_{ij} \quad (24)$$

$$\left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial P_i \partial Q_j} \right)_m = -2 \frac{R_{ij}}{\overline{U}_i \overline{U}_k} \sin \overline{\delta}_{ij} \quad (25)$$

$$\left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial P_i \partial U_e} \right)_m = \frac{C_{ei}}{\overline{U}_i} \sin \overline{\delta}_i \quad (26)$$

$$\left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial Q_i \partial U_e} \right)_m = -\frac{C_{ei}}{\overline{U}_i} \cos \overline{\delta}_i \quad (27)$$

$$\left( \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial U_e^2} \right)_m = 2 G_e \quad (28)$$

Dans ces relations l'indice *m* signifie que les expressions respectives sont calculées pour le régime caractérisé par les puissances moyennes aux nœuds et la tension moyenne au nœud d'équilibre. Le programme de calcul de principe pour cette méthode est représenté à la figure 2.

## 5. Le test des modèles proposés

Les modèles proposés ont été testés pour différents réseaux, avec un ou plusieurs plans de tension, avec un nombre de nœuds allant de 5 à 50 et des variations de charges plus ou moins conformes. Les calculs ont été faits avec un ordinateur FELIX C-256. Afin de les évaluer, les mêmes problèmes ont été traités par la méthode Newton (le programme FAST, la bibliothèque ELECTRA) appliquée pour chaque régime. A titre d'exemple, les résultats pour un réseau simple à 220 kV sont données (fig. 3). Les variations des charges sont présentées dans le tableau I. Le nœud 5 est le nœud d'équilibre. Dans ce tableau les résultats du calcul des régimes respectifs ($U_i$, $\delta_i$ = 1...4, $\Delta P$) sont donnés. La figure 4 montre l'évolution des pertes de

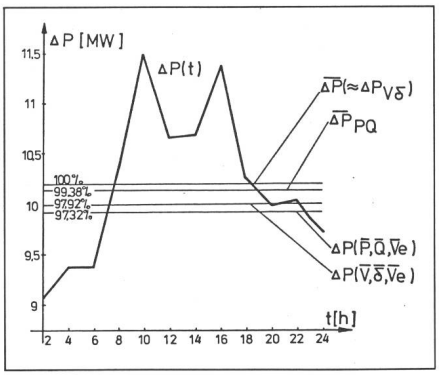


**Fig. 4 Pertes de puissance et leurs valeurs moyennes**

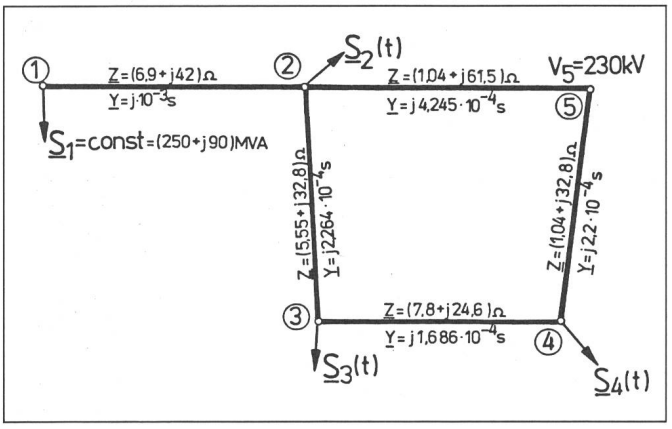


**Fig. 3 Schéma et données du réseau étudié**

Tableau I

| H. | $S_2$ [MVA] | $S_3$ [MVA] | $S_4$ [MVA] | $U_1$ [kV] | $\delta_1$ [°] | $U_2$ [kV] | $\delta_2$ [°] | $U_3$ [kV] | $\delta_3$ [°] | $U_4$ [kV] | $\delta_4$ [°] | $\Delta P$ [MW] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 112+j68 | 77+j25 | 51+j29 | 259,78 | 11,32 | 236,06 | 2,27 | 230,02 | -0,84 | 228,43 | -1,22 | 9,063 |
| 4 | 76+j51 | 77+j25 | 51+j29 | 262,74 | 12,39 | 239,1 | 3,56 | 231,9 | 0,03 | 229,26 | -0,69 | 9,382 |
| 6 | 76+j72 | 77+j27 | 51+j29 | 264,05 | 12,34 | 240,44 | 3,51 | 232,6 | 0,03 | 222,65 | -0,67 | 9,364 |
| 8 | 103+j64 | 132+j73 | 56+j34 | 253,43 | 10,88 | 229,57 | 1,32 | 219,73 | -2,78 | 229,66 | -2,55 | 10,367 |
| 10 | 154+j90 | 153+j88 | 63+j37 | 245,12 | 9,01 | 221,67 | -1,27 | 211,79 | -5,21 | 218,3 | -4,12 | 11,474 |
| 12 | 137+j78 | 137+j77 | 67+j39 | 249,5 | 9,61 | 225,55 | -0,28 | 216,20 | -4,15 | 220,44 | -3,53 | 10,667 |
| 14 | 141+j83 | 137+j73 | 71+j42 | 248,78 | 9,64 | 224,81 | -0,49 | 215,91 | -4,37 | 220,07 | -3,71 | 10,697 |
| 16 | 148+j83 | 162+j81 | 63+j37 | 247,39 | 8,77 | 223,39 | -1,30 | 213,89 | -5,41 | 219,54 | -4,19 | 11,381 |
| 18 | 113+j52 | 131+j69 | 71+j42 | 255,50 | 10,03 | 231,69 | 0,65 | 221,06 | -3,36 | 222,81 | -3,06 | 10,262 |
| 20 | 129+j77 | 122+j62 | 59+j34 | 252,46 | 10,15 | 228,58 | 0,51 | 220,40 | -3,14 | 223,07 | -2,79 | 10,01 |
| 22 | 126+j72 | 125+j61 | 63+j37 | 253,26 | 10,04 | 229,39 | 0,47 | 220,78 | -3,29 | 223,07 | -2,91 | 10,051 |
| 24 | 129+j80 | 110+j58 | 54+j31 | 252,87 | 10,5 | 228,99 | 0,9 | 221,51 | -2,55 | 223,83 | -2,36 | 9,745 |
| $\bar{P}+j\bar{Q}$ | 120,3+j70 | 120+j59,92 | 60+j35 | 254,05 | 10,37 | 230,2 | 0,87 | 221,64 | -2,85 | 223,64 | -2,64 | 9,932 |
| | Moyenne | | | 253,74 | 10,37 | 229,89 | 0,82 | 221,32 | -2,92 | 223,43 | -2,65 | 10,205 |

puissance et les différentes valeurs moyennes. Il en résulte par l'utilisation du modèle $U$-$\delta$

$$\overline{\Delta P}_{U\delta} = \Delta P(\bar{U},\bar{\delta},\bar{U}_e) + \text{CORV}\ \delta$$

$$= 9{,}932 + 0{,}274 = 10{,}204\ \text{MW}$$

tandis que la moyenne des pertes de puissance calculée avec le programme FAST vaut $\Delta P$ = 10,205 MW (tableau I).

L'analyse des résultats obtenus avec le modèle $U$-$\delta$ conduit aux conclusions suivantes:

- Dans le développement en série Taylor des pertes d'énergie, la considération des termes jusqu'au deuxième ordre est largement suffisante.
- Les pertes de puissance $\Delta P(\bar{U},\bar{\delta},\bar{U}_e)$ sont très proches des pertes $\Delta P(\bar{P},\bar{Q},\bar{U}_e)$, la différence étant 0,61% pour le réseau considéré.
- Les valeurs moyennes des tensions et de leurs arguments (tableau I) sont assez proches des valeurs respectives correspondant au régime $(\bar{P},\bar{Q},\bar{U}_e)$.
- La correction COR $U\delta$ ne dépasse pas 3% de $\overline{\Delta P}$. Les termes de deuxième ordre (équ. 18) ont le poids: 40% COR $U\delta$ les premiers deux, 20% COR $U\delta$ le troisième, les autres sont négligeables.
- Les valeurs des coefficients de corrélation ($\varrho_{U_iU_j}$, $\varrho_{\delta_i\delta_j}$) sont assez proches de l'unité.

Avec ces observations, la relation (18) devient

$$\overline{\Delta P}_{\bar{V}\bar{\delta}} = \Delta P(\bar{P},\bar{Q},\bar{U}_e) + 0{,}5 \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left[\left(\frac{\partial^2\Delta P}{\partial U_i \partial U_j}\right)_m \sigma_{Ui}\,\sigma_{Uj} + \left(\frac{\partial^2\Delta P}{\partial\delta_i\partial\delta_j}\right)_m \sigma_{\delta i}\,\sigma_{\delta j}\right] \quad (29)$$

L'utilisation de cette relation est très commode, mais elle demande la connaissance des valeurs des écarts types des tensions et de leurs arguments. L'erreur introduite par la relation (29) est −0,34%.

Le programme de calcul établi pour la vérification du modèle $P$-$Q$ (fig. 2) permet aussi le calcul du régime permanent ($\bar{P}$, $\bar{Q}$, $\bar{U}_e$). Pour les puissances données dans le tableau I, les résultats correspondants sont dans le tableau II. L'analyse de ceux-ci conduit aux observations suivantes:

- Dans le développement en série Taylor des pertes d'énergie, la considération des termes jusqu'au deuxième ordre est suffisante; les erreurs sont en dessous de 1% $\overline{\Delta P}$.
- Le poids du terme COR $PQ$ est petit, en dessous de 10% de $\Delta P$. En approximation on peut accepter

$$\Delta W = \Delta P(\bar{P},\bar{Q},\bar{U}_e)\,T \quad (30)$$

- Les quatre derniers termes de COR $PQ$ (équ. 21) sont < 1% de COR $PQ$

Tableau II

| Nombre de régimes | Heures de calcul | $\overline{\Delta P}$ [MW] | $\Delta P(P, Q, U_e)$ [MW] | $\overline{\Delta P}_{PQ}$ [MW] | $\frac{\overline{\Delta P} - \overline{\Delta P}_{PQ}}{\overline{\Delta P}}$ [%] | $\frac{COR\,PQ}{\overline{\Delta P}}$ [%] | $\frac{a_1}{COR\,PQ}$ [%] | $\frac{a_2}{COR\,PQ}$ [%] | $\frac{a_3}{COR\,PQ}$ [%] | $\frac{a_4, a_5, a_6}{COR\,PQ}$ [%] | Heures de calcul | $\overline{\Delta P}$ [MW] | $\frac{\overline{\Delta P}_4 - \overline{\Delta P}_{24}}{\overline{\Delta P}_{24}}$ [%] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 2, 4, 8, ..., 24 | 10,205 | 9,932 | 10,139 | 0,64 | 2,07 | 67,8 | 32,4 | -0,23 | $\approx 0$ | 2, 4, 6, ..., 24 | 10,205 | 0 |
| 4 | 2, 8, 14, 20 | 10,034 | 9,875 | 9,991 | 0,43 | 1,15 | 63,2 | 36,8 | -0,067 | $\approx 0$ | 2, 8, 14, 20 | 10,034 | 2,1 |
| 4 | 4, 10, 16, 22 | 10,572 | 10,155 | 10,473 | 0,93 | 3,0 | 70,96 | 29,43 | -0,4 | $\approx 0$ | 4, 10, 16, 22 | 10,572 | -2,62 |

(tableau II), ce qui permet de les négliger.

L'utilisation du modèle *P-Q* n'est pas toujours pratique; elle suppose la connaissance exacte de la courbe de charge. Pour augmenter l'efficacité du modèle, il est intéressant d'étudier l'influence d'une réduction du nombre de paliers de la courbe de charge, par exemple toutes les six heures au lieu de chaque heure. Les résultats sont donnés dans les tableaux II et III. Ils mettent en évidence que les grandeurs statistiques utilisées dans les relations (21) et (22) peuvent être déterminées à partir d'un nombre réduit de points des courbes de charge. Pour des réseaux différents, on peut établir les heures de mesure les plus convenables du point de vue exactitude du calcul. Les conclusions pour les autres réseaux étudiés sont similaires.

## 6. Conclusions générales

- Les modèles proposés peuvent être utilisés pour n'importe quel réseau, aussi complexe soit-il, et permettent une réduction substantielle du temps de calcul (de 8–10 fois).
- Le modèle *P-Q* est plus commode du point de vue exploitation opérationnelle.
- Si on connaît les valeurs moyennes $\bar{P}$, $\bar{Q}$ avec une erreur $< 10\%$, les pertes d'énergie peuvent être calculées à partir de la relation (30).
- Les pertes d'énergie peuvent être déterminées en utilisant un nombre réduit de points de la courbe de charge. Si ceux-ci sont correctement choisis, l'erreur ne dépasse pas 10% de $\Delta W$.
- Le modèle *P-Q* peut donc être utilisé pour la minimisation de l'énergie perdue.

### Bibliographie


[1] *E. Potolea:* Calculul regimurilor de funcţionare ale sistemelor electroenergetice, Editura Tehnică, 1977, Bucureşti.

[2] *A. Angot:* Compléments de mathématiques à l'usage des ingénieurs de l'électrotechnique et des télécommunications, Editions de la Revue d'Optique, 1961, Paris.

[3] *A. Arzamascev:* Primenenie metoda glavnîh component dlia modelirovanie nagruzok, Energhetika, 1980, 12, p. 18...23.

[4] *G. Cârţină, G. Hazi:* Modèles mathématiques d'optimisation en électroénergétique utilisant les caractéristiques statistiques des variables aléatoires, International AMSE Conférence, Paris-Sud, 1-3 July 1982, vol. 5a, p. 35...41.

[5] *G. Cârţină:* Sur le système informatique pour l'exploitation optimale des réseaux de distribution, Bull. ASE/UCS 72(1981)1, p. 14...18.

[6] *G. Cârţină:* Modèle mathématique et méthode d'optimisation des productions d'énergie réactive dans un réseau électrique, Bull. ASE/UCS, 73(1982)2, p. 27...31.