Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 72 (1981)

Heft: 9

Artikel: Begriffe und Methoden der Signalbeschreibung und Signalverarbeitung

Autor: Weiler, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-905100

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BULLETIN

des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
de l'Association Suisse des Electriciens

des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke
de l'Union des Centrales Suisses d'Electricité

Elektrotechnik und Elektronik
Electrotechnique et électronique

Elektronische Messverfahren in der elektrischen Energietechnik

Die folgenden Aufsätze entsprechen den Vorträgen der Informationstagung «Elektronische Messverfahren in der elektrischen Energietechnik», die am 12. März 1981 vom SEV gemeinsam mit der Schweiz. Gesellschaft für Automatik (SGA) durchgeführt worden ist.

Begriffe und Methoden der Signalbeschreibung und Signalverarbeitung

Von J. Weiler

621.391;

Die modernen Methoden der elektronischen Signalverarbeitung öffnen ständig neue Möglichkeiten zur Erfassung der interessierenden Grössen in der elektrischen Energietechnik. Ihr korrekter Einsatz erfordert aber vom Anwender vertiefte Kenntnisse in der Signalanalyse und in den Methoden der digitalen Signalverarbeitung.

Les progrès réalisés les dernières années dans la technique de mesure électronique ouvrent de vastes perspectives pour le remplacement et l'évolution des procédés de mesure classiques de la technique énergétique. L'utilisation correcte de la nouvelle technique requiert impérativement une connaissance approfondie de l'analyse des signaux et des méthodes de traitement des signaux numériques.

1. Einleitung

Klassische Zeigerinstrumente für die verschiedenen Messgrössen haben einen hohen Stand technischer Perfektion in bezug auf Genauigkeit und Zuverlässigkeit erreicht. Trotzdem lässt sich in den letzten Jahren ein zunehmender Trend in Richtung des Einsatzes elektronischer Messgeräte, häufig mit Digitalanzeige oder optoelektronischer Analoganzeige, feststellen. Die Gründe hiefür sind vielfältiger Natur. In erster Linie sind wahrscheinlich folgende Gesichtspunkte massgeblich:

– Bei Zeigerinstrumenten liegen die hauptsächlichen Fehlerquellen in der eigentlichen Anzeige, d. h. im Zusammenspiel zwischen elektrischem Moment (proportional zur Messgrösse) und der mechanischen Zeigerbewegung. Elektronische Anzeigen sind vom Prinzip her, da sie nur auf logischen Entscheiden basieren, weitgehend fehlerfrei. Die eventuellen Messfehler werden in erster Linie in der vorgängigen analogen Signalverarbeitung erzeugt.

– Eine Weiterverarbeitung der häufig zahlreichen Messdaten mit dem Computer ist nur möglich, wenn diesem die Werte in einer angepassten Form übermittelt werden. Sehr oft übernimmt der Rechner dabei in der Datenverarbeitungshierarchie höhergelagerte Aufgaben. Die eigentliche Messwertbestimmung (z. B. Effektivwert, Wirkleistung) erfolgt dezentral in spezialisierten Geräten.

– Bestimmte Messwerte lassen sich mit konventionellen Mitteln nicht oder nur sehr umständlich erfassen. Hier sind elektronische Hilfsmittel der einzige Lösungsweg.

Ein weiterer Grund für Probleme ist darin zu suchen, dass in immer stärkerem Masse die Kurvenform vor allem des Stromes von der idealen Sinusform abweicht. Nichtlineare Verbraucher wie z. B. Stromrichterantriebe und Haushaltgeräte mit Phasenanschnitt sind hierfür die hauptsächlichen Verursacher. Die Quantifizierung der dadurch hervorgerufenen Effekte setzt voraus, dass die Einflüsse derartig verzerrter Kurvenformen durch aussagekräftige einfache Beschreibungswerte angegeben werden können.

2. Beschreibung kontinuierlicher Signale

Die in der elektrischen Energietechnik auftretenden Kurvenformen sind meistens periodischer Natur mit einer Periodendauer T_1, d. h., es gilt $f(t) = f(t \pm mT_1)$; m ganzzahlig (Fig. 1). Streng trifft diese Annahme natürlich nicht zu, meistens kann jedoch angenommen werden, dass sich die Kurvenform, verglichen mit T_1, nur langsam verändert. Zwei Beschreibungsgrössen werden vor allem für die Charakterisierung derartiger Vorgänge verwendet: Effektivwert und Spektraldarstellung.

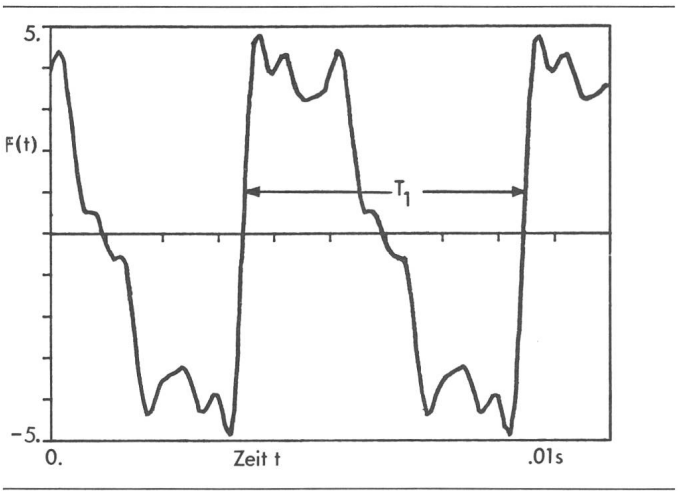

Fig. 1 Nichtsinusförmiger Vorgang: Zeitverlauf

a) Effektivwert

Der Effektivwert F folgt aus der Definitionsgleichung

$$F = \sqrt{\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} f^2(t)\,\mathrm{d}t} \tag{1}$$

Begrifflich beinhaltet der Effektivwert die mögliche Leistung der Zeitfunktion $f(t)$ an einem ohmschen Widerstand R. Ist $f(t)$ z.B. ein Strom $i(t)$, so gilt für die mittlere Leistung P

$$P = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} Ri^2(t)\,\mathrm{d}t = RI^2 \tag{2}$$

Die korrekte Bestimmung des Effektivwertes für eine beliebige Kurvenform setzt also in der Messeinrichtung eine reale Quadrierung und Mittelwertbildung, gefolgt von einer rein numerischen Radizierung, voraus. Dies ist der Grund, weshalb konventionelle Vielfachinstrumente («Gleichrichterinstrumente»), welche aufgrund einer Betragsmittelwertbildung auf den Effektivwert schliessen, nur für eine ganz bestimmte Kurvenform (üblicherweise Sinusform) verwendbar sind. Es gilt, mit k = konstant,

$$\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} |f(t)|\,\mathrm{d}t \neq k\sqrt{\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} f^2(t)\,\mathrm{d}t} \tag{3}$$

Auch die meisten Digitalvoltmeter verwenden auf dem AC-Bereich ein Gleichrichterverfahren mit der entsprechenden Fehlanzeige bei nichtsinusförmigen Messgrössen. Hier kann die paradoxe Situation entstehen, dass von vier abgelesenen Ziffern nur die ersten zwei korrekt sind oder eventuell sogar nur die erste.

b) Spektralanalyse

Mit der Spektralanalyse bestimmt man die Frequenzkomponenten, welche in einer Zeitfunktion enthalten sind: Jede periodische Funktion $f(t)$ lässt sich in eine Summe sinusförmiger Elementarkomponenten zerlegen, deren Frequenz ein ganzzahliges Vielfaches der Grundfrequenz $f = 1/T_1$ ist gemäss

$$f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n) \tag{4}$$

$$\underline{C}_n = A_n - \mathrm{j}B_n = \frac{2}{T_1}\int_0^{T_1} f(t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}n\omega_1 t}\,\mathrm{d}t \tag{5}$$

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \tag{6}$$

$$\varphi_n = \arctan B_n/A_n \tag{7}$$

Eine eventuelle Gleichkomponente C_0 lässt sich bestimmen aus

$$C_0 = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} f(t)\,\mathrm{d}t \tag{8}$$

Damit lässt sich eine beliebige periodische Zeitfunktion vollständig äquivalent durch ihr Linienspektrum darstellen (Fig. 2). Der Vorteil dieser Darstellung liegt darin, dass der Einfluss jeder Frequenzkomponente für sich allein betrachtet werden kann, da bei linearen Systemen Superposition erlaubt ist. Hierfür können die klassischen Mittel der komplexen Rechnung verwendet werden. Häufig ist jedoch allein das Spektrum bereits eine aussagekräftige Darstellung, aus der ohne Rechnen wichtige Schlussfolgerungen gezogen werden können.

Aus der Gleichheit von Zeitfunktion und spektraler Darstellung folgt eine weitere wichtige Schlussfolgerung: Da beides äquivalente Darstellungen sind, muss auch die ohmsche Leistung bzw. der damit verknüpfte quadratische Mittelwert aufgrund des Energieerhaltungssatzes erhalten bleiben. In beiden Darstellungen von Figur 3 muss die mittlere, im Widerstand R umgesetzte Leistung die gleiche sein, d.h.

$$RI^2 = \sum RI_n^2 \rightarrow I = \sqrt{\sum I_n^2} \tag{9}$$

Der quadratische Mittelwert einer zusammengesetzten Funktion bestimmt sich also aus der Summe der quadratischen Mittelwerte der einzelnen Komponenten.

Eine weitere, wenn auch weniger häufig verwendete Darstellungsart für die Eigenschaften von Signalen ist das Histogramm $p(a)$: Es beschreibt, während welchem Bruchteil

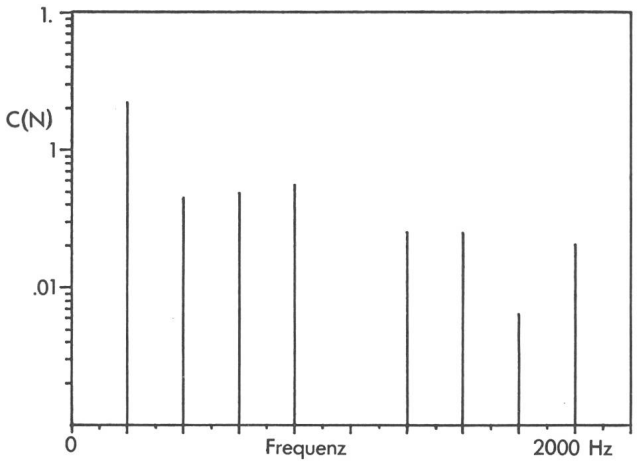

Fig. 2 Linienspektrum eines nichtsinusförmigen Vorganges gemäss Figur 1

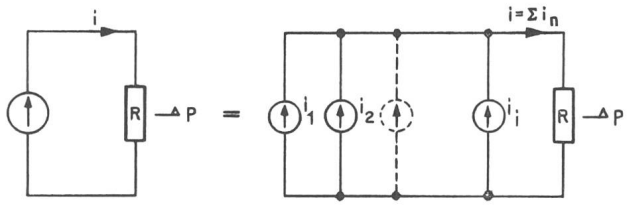

Fig. 3 Zur Bestimmung des Gesamteffektivwertes eines nichtsinusförmigen Stromes aus seinen spektralen Komponenten

$\sum \Delta t_i(a)$, bezogen auf die gesamte Messzeit T, das Signal in einem Intervall $\pm \Delta a/2$ um die Amplitude a vorhanden ist (Fig. 4).

$$p(a) = \frac{\sum \Delta t_i(a)}{\Delta a\, T} \tag{10}$$

Aus dieser Darstellung lassen sich sofort der lineare (C_0) und der quadratische (F^2) Mittelwert bestimmen, gemäss

$$C_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} a\, p(a)\, \mathrm{d}a \tag{11}$$

$$F^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} a^2\, p(a)\, \mathrm{d}a \tag{12}$$

3. Diskrete Signale

Häufig wird aus gerätespezifischen Gründen nicht mit den bisher betrachteten analogen (kontinuierlichen) Signalen gearbeitet, sondern nur mit davon zu diskreten Zeitpunkten $k\Delta t$ gewonnenen Mustern (Samples) (Fig. 5 oben). Dieses Abtasten hat, auch unter idealen Voraussetzungen, tiefgreifende Änderungen im Spektrum zur Folge: Aus dem Originallinienspektrum (Fig. 5 unten) entsteht ein um die Abtastfrequenz $f_S = 1/\Delta t$ und ihre ganzzahligen Vielfachen periodisch fortgesetztes Spektrum, das bereits im Basisband (ausgehend von $f = 0$) die gesamte Information enthält. Bei den üblicherweise mit zunehmender Frequenz abnehmenden Amplituden C und einer ausreichend hohen Abtastfrequenz f_S entstehen dadurch keine Probleme. Wählt man jedoch f_S zu klein, so können von den um f_S entstehenden Spektrallinien Komponenten in das Basisband zurückgespiegelt werden (Fig. 6) und dort Komponenten vortäuschen, welche in der Realität gar nicht vorhanden sind. Dieser «Aliasing» genannte Effekt muss wegen der damit verbundenen Fehler auf ein tolerierbares Mass reduziert werden. Dies kann entweder durch eine ausreichend hohe Abtastfrequenz f_S (grösser als zweimal die höchste im Originalsignal vorhandene Frequenz) oder durch eine Begrenzung des Originalspektrums auf eine Maximalfrequenz kleiner als $f_S/2$ mittels Anti-Aliasing-Filtern erreicht werden.

Für die Weiterverarbeitung mit Digitalrechnern müssen die abgetasteten Werte anschliessend noch in eine rechnerkonforme Zahl (üblicherweise Binärzahl) mit einer endlichen Anzahl Stellen verwandelt werden. Diese Umwandlung von analog auf digital geschieht in AD-Wandlern, deren wichtigste Prinzipien die «Rampenwandlung» und die «sukzessive Approximation» sind.

Beim Rampenwandler (Fig. 7) wird das zu messende Signal U_x mit einer linear ansteigenden Referenzspannung $U_r = kt$ verglichen. Im Zeitpunkt t_1 sind U_r und U_x gleich, so dass gilt $U_x = kt_1$. Die Amplitudenmessung wird also auf eine Zeitmessung reduziert, welche durch Auszählen der von einer Uhr (Clock) im Abstand Δt gelieferten Impulse vollzogen werden kann. Es folgt also

$$t_1 \approx n\Delta t \qquad U_x \approx k\Delta t \cdot n \tag{13}$$

Die kleinste unterscheidbare Änderung q von U_x beträgt $q = k\Delta t$ und erreicht, je nach zulässiger Messzeit t_1, Werte von etwa $^1/_{1000}$ bis zu $^1/_{65\,000}$ der gesamten Meßspanne. Die hiefür nötigen Konversionszeiten liegen in der Grössenordnung ms.

Wesentlich anders ist das Verfahren bei der sukzessiven Approximation: Nach der Bestimmung des Vorzeichens wird festgelegt, ob U_x in der oberen oder in der unteren Hälfte der

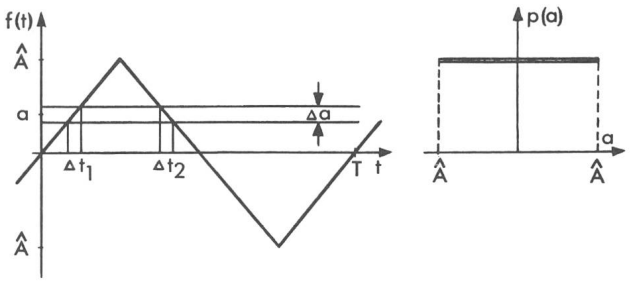

Fig. 4 Histogramm: Prinzip und Ergebnis am Beispiel einer dreieckförmigen Grösse
Alle Werte treten bei diesem Beispiel während einer gleichlangen Zeit auf

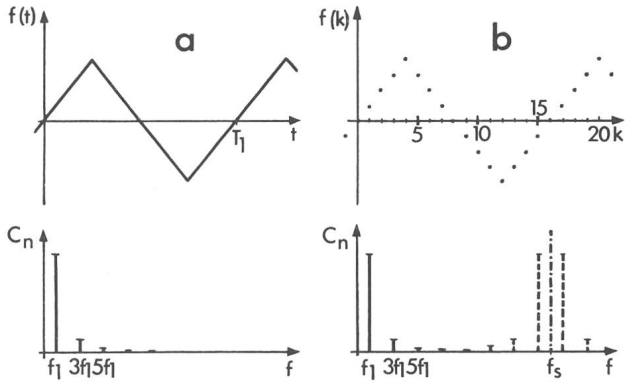

Fig. 5 Analoges (a) und zeitdiskretes (b) Signal: Zeitverlauf und Spektren

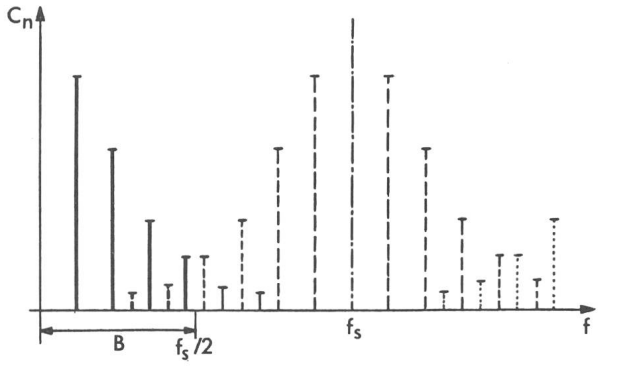

Fig. 6 Aliasing-Effekt bei zu geringer Abtastrate
Ausgezogen: Originalfrequenzband.
Gestrichelt: durch Abtastung erzeugte, zum Teil in den Originalfrequenzbereich zurückgefaltete Frequenzlinien.
B: Basisband, welches die gesamte Information enthält

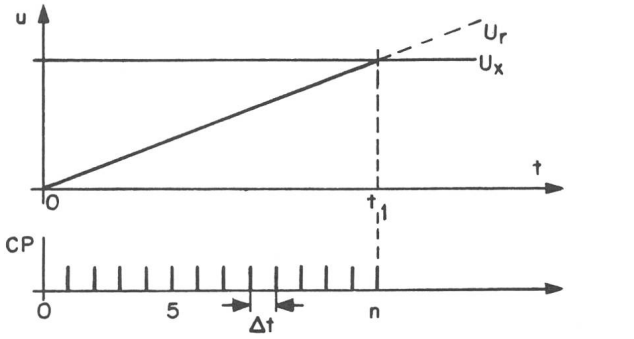

Fig. 7 Prinzip des Rampenwandlers

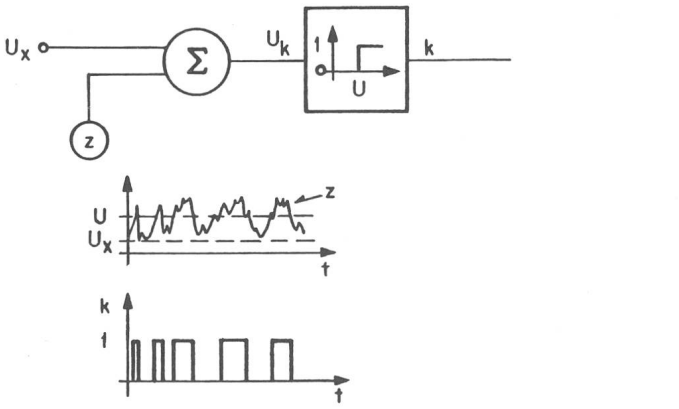

Fig. 8 Prinzip des stochastisch-ergodischen Konverters

Meßspanne U liegt, entsprechend erhält die höchstwertige Ziffer (most significant bit, MSB) den Zahlenwert 1 oder 0 zugewiesen (der reale Wert von 1 ist dabei $U/2$). In der nächsten Stufe wird das Halbintervall, in dem U_x liegt, wiederum in zwei Hälften unterteilt (jede besitzt dann den Wert $U/4$), der Ort von U_x bestimmt und daraus der zweiten Ziffer der Wert 1 oder 0 zugewiesen. Auf diese Art wird fortlaufend der genaue Wert von U_x in Schritten von $U/2^i$ approximiert, bis nach n Schritten die gewünschte n-stellige Zahl (n bit und Vorzeichenbit) erreicht ist. Die Quantisierung q beträgt also hier

$$q = U/2^n \tag{14}$$

AD-Wandler nach diesem Verfahren können wesentlich schneller arbeiten als Rampenwandler. Die erreichbaren Konversionszeiten betragen je nach Auflösung einige 100 ns bis einige µs.

Durch die Quantisierung wird ein prinzipieller Fehler eingeführt, da ein Analogwert A_0 durch eine endliche Zahl Z dargestellt wird, wobei gilt:

$$Z - \frac{q}{2} \leq A_0 \leq Z + \frac{q}{2}$$

Diese Unsicherheit entspricht einem dem Analogwert überlagerten Rauschen mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(a) = 1/q$ in einem Intervall $-q/2 < a < q/2$ (Quantisierungsrauschen).

Der Vollständigkeit halber sei noch ein dritter Wandlertyp, der stochastisch-ergodische oder 1-bit-Wandler erwähnt, der im Detail in [1] beschrieben ist. Wie der Name andeutet, steht am Ausgang dieses Wandlers nur 1 bit zur Verfügung. Die Information über die Grösse der zu messenden Spannung U_x liegt nun darin, wie oft dieses bit den Wert logisch 1 während einer bestimmten langen Messzeit annimmt. Die Vorgänge in diesem Wandler kann man sich anhand eines vereinfachten Modells vorstellen (Fig. 8): Am Ausgang eines Komparators k tritt immer dann eine 1 auf, wenn das Eingangssignal U_k den Wert U (die Meßspanne) überschreitet. U_k selber bestehe aus der Addition der Meßspannung U_x und einer Rauschspannung, welche eine Gleichverteilung $p(a) = 1/U$ aufweist. Man ersieht unschwer, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer «1» am Ausgang $P(k = 1)$ mit zunehmendem U_x zunimmt gemäss

$$P(k = 1) = \overline{U}_x/U \tag{15}$$

Je länger die Beobachtungszeit ist, um so genauer trifft diese Beziehung, welche streng nur für ∞ lange Messzeit gilt, zu.

Diese Methode kann z.B. verwendet werden, um die Auflösung eines AD-Wandlers zu vergrössern. Dem Meßsignal wird dazu ein gleichverteiltes Rauschen entsprechend einem Quantisierungsintervall q überlagert und der Mittelwert aus vielen Messungen genommen. Ihren Haupteinsatz findet die Methode jedoch in allen Fällen, wo eine Multiplikation notwendig ist. Jede der beiden zu multiplizierenden Grössen x und y wird über einen unabhängigen Konverter in ein 1-bit-Signal X bzw. Y umgeformt, welche anschliessend über ein UND-Tor verknüpft werden. Am Ausgang T dieses Tores tritt nur dann eine logische «1» auf, wenn beide Eingänge «1» sind. Die Wahrscheinlichkeit, dass $T = 1$ ist, entspricht somit der Verbundwahrscheinlichkeit, dass X und Y gleich 1 sind. Da beide Wahrscheinlichkeiten statistisch unabhängig sind und jede für sich proportional zur jeweiligen Eingangsgrösse ist, gilt dann:

$$P(T = 1) = \overline{x \cdot y} \tag{16}$$

Die Produktmittelwertbildung, wie sie z.B. bei der Effektivwertbildung oder der Leistungsbestimmung notwendig ist, wird damit apparativ stark vereinfacht, da anstelle eines digitalen Multiplikators nur ein einfaches UND-Tor, gefolgt von einer Mittelwertbildung, treten kann. Erkauft wird dieser Vorteil allerdings mit einer relativ langen Messzeit (bestimmt durch die Mitteilungszeit für den Erwartungswert von T) in der Grössenordnung Sekunden für netzfrequente Signale.

Die volle Wirkkette für eine digitale Signalverarbeitung lässt sich gemäss Figur 9 angeben. Am Ausgang steht, je nach Verwendungszweck, die gewünschte Information in digitaler Form oder, nach Digital-Analog-Rückwandlung und Begrenzung auf das Basisband, in analoger Form zur Verfügung.

4. Digitale Signalverarbeitung

Da bei der digitalen Datenverarbeitung nur diskrete Werte $f(k\Delta t) = f(k)$ der Zeitfunktion zur Verfügung stehen, müssen die für kontinuierliche Signale angegebenen Bestimmungsgleichungen sinngemäss umgeschrieben werden.

a) Effektivwert

Für den Effektivwert muss gemäss der Grundgleichung die Summe der Quadrate der einzelnen Stützwerte bestimmt werden. Mit dt = Abtastintervall Δt und N Stützwerten entsprechend $T = N \cdot \Delta t$ folgt

$$F = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f^2(k)} \tag{17}$$

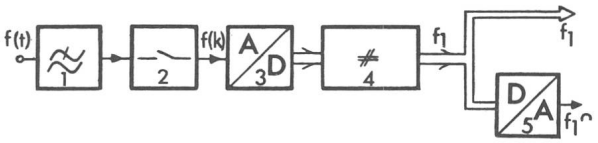

Fig. 9 Wirkkette für eine digitale Signalverarbeitung

$f(t)$ Analoges Eingangssignal
$f(k)$ Bandbegrenztes zeitdiskretes Signal
f_1 Verarbeitetes digitales Signal
$f_{1\cap}$ Analoge Version des verarbeiteten Signals

1 Filter
2 Sampler
3 AD-Wandler
4 Digitale Verarbeitungseinheit
5 Ausgangs-DA-Wandler (inkl. Tiefpassfilter)

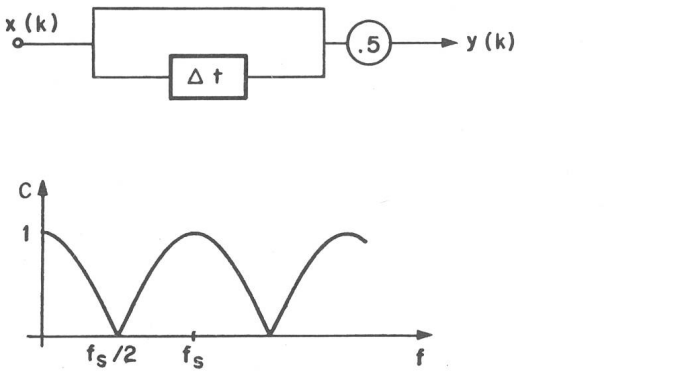

Fig. 10 Digitales Tiefpassfilter erster Ordnung und zugehöriger Frequenzgang

Hier wurde eine Annahme implizit getroffen, welche charakteristisch für die digitale Verarbeitung periodischer Signale ist: Die Abtastung von $f(t)$ geschieht so, dass einerseits die Bedingung $f_S < 2 f_{max}$ erfüllt ist; anderseits wird die Anzahl Stützwerte N so gewählt, dass $N\Delta t$ gleich der Periode T_1 des Signals wird. Die Einhaltung dieser letzten Bedingung ist von hervorragender Wichtigkeit für die Zuverlässigkeit und Genauigkeit der erhaltenen Information.

Eine andere, häufig verwendete Methode benutzt nicht eine Mittelung über ganze Perioden, sondern das digitale Pendant zu einem einfachen Tiefpass erster Ordnung, um eine Annäherung an den Mittelwert zu erzielen.

Eine mögliche Realisation, welche sich gut auch für eine softwaremässige Implementierung eignet, ist in Figur 10 wiedergegeben. Es gilt

$$y(k) = 0{,}5\left[x(k) + x(k-1)\right] \tag{18}$$

d.h., der Ausgangswert bestimmt sich aus dem linearen Mittelwert des neuen und des vorhergehenden Eingangswertes. Der Frequenzgang $G(f)$, welcher zu dieser Struktur gehört, ist ebenfalls in Figur 10 wiedergegeben. Besonders auffällig ist, dass sich auch der Frequenzgang der Filterkurve periodisch um die Abtastfrequenz fortsetzt, ein Charakteristikum aller Digitalfilter.

Ausgehend von dieser einfachen Struktur können auch komplexere Filter (höherer Ordnung) entworfen werden. All diesen Filtern ist gemeinsam, dass die aktuelle Ausgangsgrösse aus einer linearen Kombination gewichteter Anteile früherer Ausgangsgrössen mit früheren und der aktuellen Eingangsgrösse bestehen. Für die Detailprobleme beim Entwurf und der Realisation digitaler Filter sei auf die spezialisierte Literatur (z.B. [2; 3]) hingewiesen.

b) Leistungsmessung

Analog zur Bestimmung des Effektivwertes lässt sich auch die Wirkleistung P einfach aus den einzelnen Stützwerten $u(k)$ und $i(k)$ bestimmen gemäss

$$P = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} u(k)\cdot i(k) \tag{19}$$

Das vorhin Gesagte bezüglich Berücksichtigung der Periodizität und der Grenzfrequenz f_{max} von u bzw. i gilt bei der Wirkleistungsmessung, bei welcher in den meisten Fällen eine hohe Genauigkeit angestrebt wird, in voller Schärfe. Auch die Auflösung der AD-Wandler muss bei konventionellen Verfahren ausreichend hoch (üblicherweise mindestens 10...12 bit) gewählt werden, da bei der Summation der einzelnen Produktwerte die Quantisierungsfehler und Rundungsfehler stark ins Gewicht fallen. Während für einphasige Anwendungen und bei Berücksichtigung von Oberschwingungen bis zur Ordnungszahl 20 (= 1 kHz) noch mit Mikrorechnern für die Produktbildung und die Summation gearbeitet werden kann, reicht die zur Verfügung stehende Rechenzeit bei mehrphasigen Anwendungen nicht mehr aus. Hier muss u. U. auf diskret aufgebaute digitale Multiplikatoren zurückgegriffen werden, insbesondere falls pro Netzperiode ein neuer Wert der Wirkleistung berechnet werden soll [1; 4; 5].

c) Spektralanalyse

Die Bestimmung der Fourierkoeffizienten der nichtsinusförmigen Netzgrössen ist eine der Hauptanwendungen der digitalen Signalverarbeitung. Ausgehend von der Definitionsgleichung (1) lässt sich mit der gleichen Nomenklatur wie in Gleichung (17) der Ausdruck für die diskrete Fourierzerlegung herleiten zu

$$\underline{C}_n = \frac{2}{N}\sum_{k=0}^{N-1} f(k)\, e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \tag{20}$$

Aus programmiertechnischen Gründen (Fast Fourier Transform) wird für N eine ganze Zweierpotenz, also z.B. 256, 512, 1024... gewählt. Zu Gleichung (20) sind einige Erläuterungen notwendig.

1. Für jede Spektrallinie muss ständig der ganze Vorrat an Stützwerten zur Verfügung stehen, so dass entsprechend grosse Speicherplätze notwendig sind. Dies bietet jedoch keine Probleme.
2. Die Information über die Abtastfrequenz f_S fehlt, so dass für skalierte Ergebnisse dieser Wert zusätzlich eingegeben werden muss.
3. Wegen der Periodizität des erhaltenen Spektrums um die Ordnungszahl $n = N$ ist es nur sinnvoll, das Basisband bis $N/2$ auszuwerten.
4. Die Information über die Grundperiodendauer ist nicht explizit vorhanden. Sie wird ersetzt durch die gesamte Anzahl Stützwerte N, welche einem zeitlichen Ausschnitt $N\Delta t = T_w$ (Fensterlänge) entspricht. Diese Pseudogrundperiode wird auch für die Skalierung der Frequenzachse verwendet.

Damit ergeben sich für ein gegebenes abgespeichertes Signal maximal $N/2$ Frequenzlinien, welche im Abstand $1/T_w = 1/N\Delta t$ liegen und somit den Frequenzbereich $0 < f < f_S/2$ abdecken. Wegen der auch bei guten Anti-Alias-Filtern unvermeidbaren Rückfaltung wird meistens nicht der ganze theoretisch nutzbare Frequenzbereich ausgegeben, sondern nur rund 80 % davon.

Aus der Bemerkung 4 folgt für die Analyse periodischer Signale eine weitere zwingende Vorschrift, welche leider in vielen Geräten nicht eingehalten wird: Der abgespeicherte Signalausschnitt muss exakt eine ganze Anzahl Perioden des zu analysierenden Signals enthalten. Nur dann werden auch im berechneten Spektrum die tatsächlichen Oberschwingungen bestimmt. Dies kann erreicht werden, indem man die Abtastfrequenz über einen Frequenzvervielfacher aus der Grundfrequenz ableitet. Abweichungen hiervon bringen zusätzliche, nicht ganzzahlige (und real auch nicht existierende) Frequenzlinien hervor.

Die Vorteile von korrekt eingesetzten Fast-Fourier-Analysatoren sind so, dass sie praktisch überall die klassischen Filteranalysatoren für den Bereich der Netzfrequenz verdrängen.

5. Ausblick

Im vorliegenden Bericht wurden die nicht weniger wichtigen Probleme der analogen Vorverarbeitung der Signale vor ihrer Übergabe an die eigentliche digitale Signalverarbeitung nach Figur 9 nicht behandelt. Es muss jedoch immer berücksichtigt werden, dass ein digitales Gerät nicht besser sein kann als eben dieser Teil. Eine Diskussion dieses Problems findet sich z.B. in [6]. Die Ausführungen sollten jedoch zeigen, dass die modernen elektronischen Methoden der Signalverarbeitung und insbesondere die digitalen Verfahren Wesentliches zur Lösung komplexer messtechnischer Probleme beitragen können. In noch stärkerem Masse als bei den klassischen analogen Instrumenten ist es jedoch notwendig, sich vor dem Einsatz der Geräte mit ihrem Funktionsprinzip zu befassen, damit Fehler durch ungeeigneten Einsatz an sich guter Geräte vermieden werden.

Literatur

[1] *W. Wehrmann:* Einführung in die stochastisch-ergodische Impulstechnik. München/Wien, Verlag R. Oldenbourg, 1973.

[2] *A. V. Oppenheim* and *R. W. Schafer:* Digital signal processing. Englewood/Cliffs, N.J., Prentice Hall, 1975.

[3] *M. Kunt:* Traitement numérique des signaux. St. Saphorin, Editions Giorgi, 1981.

[4] *W. Wullschleger:* Energie und Leistungsmessung mit elektronischen Verfahren. Bull. SEV/VSE 72(1981)9. S. 460...463.

[5] *U. Kästli:* Digitale Messdatenerfassung in Drehstromsystemen. Bull. SEV/VSE 72(1981)9. S. 464...466.

[6] *R. Zwicky:* Analogtechnik im Zeitalter des Mikroprozessors. SGA Zeitschrift 1(1981)1, S. 16...19.

Adresse des Autors

Dr. *J. Weiler*, Institut für Automatik und Industrielle Elektronik, ETH-Zentrum, ETL H22, 8092 Zürich.