Moteur Asynchrone à Rotor d'Acier Massif : Etude théorique et applications pratiques

Autor(en): **Jufer, M. / Brandt, C.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association Suisse des Electriciens, de l'Association des Entreprises électriques suisses**

Band (Jahr): **67 (1976)**

Heft 12

PDF erstellt am: **03.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-915172

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

BULLETIN

des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
de l'Association Suisse des Electriciens

des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke
de l'Union des Centrales Suisses d'Electricité

Elektrotechnik – Electrotechnique

Moteur Asynchrone à Rotor d'Acier Massif

Etude théorique et applications pratiques

Par M. Jufer et C. Brandt

621.313.333

Le moteur asynchrone à rotor d'acier massif présente des avantages mécaniques et thermiques sur le moteur à rotor à cage. En revanche, son rendement est nettement moins favorable. Par suite de ces caractéristiques, le moteur massif est particulièrement intéressant pour les régimes de démarrages.

Dans la première partie de l'étude, on exposera brièvement la méthode de calcul d'une machine infiniment longue. On fera ensuite intervenir les effets de bords. En première étape, la caractéristique magnétique sera admise à perméabilité constante. En seconde étape, une méthode d'itération, basée sur une approximation simple, permettra de tenir compte de la saturation du fer rotorique.

Der Asynchronmotor mit massivem Stahlrotor besitzt gegenüber dem Käfigankermotor mechanische und thermische Vorteile. Dagegen ist sein Wirkungsgrad bedeutend weniger günstig. Auf Grund seiner Eigenschaften ist der Motor mit massivem Rotor speziell für den Anlaufbetrieb interessant.

Im ersten Teil wird die Rechenmethode für eine unendlich lange Maschine kurz erläutert. Darnach werden die Randeinflüsse berücksichtigt. In einer ersten Stufe wird für die magnetische Charakteristik eine konstante Permeabilität angenommen. Anschliessend kann die Sättigung des Rotoreisens mittels eines Iterationsverfahrens, das auf einer einfachen Approximation beruht, berücksichtigt werden.

1. Moteur «infini»

L'ensemble de l'étude sera basé sur les hypothèses suivantes, dont le caractère restrictif est soit peu important, soit facile à détourner:

- l'entrefer est constant,
- le stator est idéal et génère un potentiel magnétique sinusoïdal tournant,
- l'effet de la courbure est négligeable,
- le rotor présente une résistivité uniforme.

Le moteur «infini» à perméabilité constante est caractérisé par les deux hypothèses supplémentaires suivantes:

- la machine est infiniment longue selon l'axe de coordonnée x,
- le rotor présente une perméabilité constante, sans hystérèse.

Compte tenu des hypothèses et du système de coordonnées défini par la fig. 1, le stator génère à la surface de l'alésage un potentiel magnétique scalaire de la forme suivante[1]):

$$\theta_s = \hat{\theta}_s \sin\left(\omega t - \frac{\pi y}{\tau}\right)$$

[1]) Pour les symboles, voir la liste en annexe 4.
[2]) Voir la bibliographie à la fin de l'article.

Sous forme complexe associée, on peut écrire

$$\underline{\theta}_s = \hat{\theta}_s \exp j(\omega t - \pi y/\tau)$$

Partant du potentiel vecteur $\vec{V}$ ($\vec{B} = \text{rot}\,\vec{V}$) et des hypothèses, on peut associer au rotor une équation de Poisson [1...3][2]):

$$\vec{\Delta}\,\vec{V} = \frac{\mu}{\varrho}\,\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}$$

Dans l'entrefer, cette expression se simplifie en équation de Laplace:

$$\vec{\Delta}\,\vec{V} = 0$$

Pour une machine infiniment longue, seule une composante selon x apparaît. Elle n'est alors pas fonction de la variable x. L'expression du Laplacien vecteur se simplifie comme suit:

$$\vec{\Delta}\,\vec{V} = \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2}\right)\vec{i}$$

Compte tenu des conditions aux limites fixées par le potentiel magnétique scalaire à la surface du stator, le potentiel vecteur peut se décomposer comme suit:

$$\underline{V}_{\delta x} = \underline{V}_{\delta x}(z) \exp j(\omega t - \pi y/\tau) = \underline{V}_{\delta x}(z) \cdot \underline{\Omega}$$

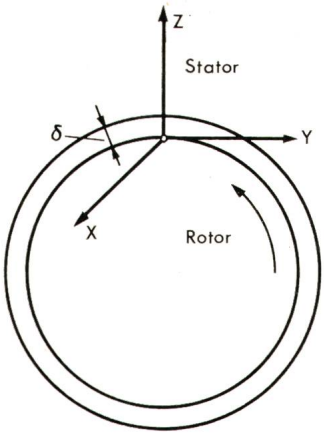

Fig. 1
Système de coordonnées

Après intégration, on obtient (voir annexe 1)

$$\underline{V}_{\delta x}(z) = \underline{D}_1 \, e^{\pi z/\tau} + \underline{D}_2 \, e^{-\pi z/\tau}$$

De la même manière, l'équation de Poisson peut être intégrée au rotor. La résolution devra alors être associée à un référentiel tournant rotorique:

$$\underline{V}_{rx} = \underline{V}_{rx}(z) \exp j(s\omega t - \pi y'/\tau) = \underline{V}_{rx}(z) \cdot \underline{\Omega}'$$

$$\vec{\Delta} \, \vec{\underline{V}}_r = j \, s \, \omega \, \frac{\mu}{\varrho} \, \vec{\underline{V}}_r$$

$$\underline{V}_{rx}(z) = \underline{R} \, e^{\underline{\xi} z} \; ; \quad \underline{\xi} = \sqrt{\frac{\pi^2}{\tau^2} + j s \omega \frac{\mu}{\varrho}}$$

Les constantes d'intégration $\underline{R}$, $\underline{D}_1$, $\underline{D}_2$ sont obtenues par l'expression de la continuité du potentiel vecteur et de la composante tangentielle du champ magnétique lors d'un changement de milieu (annexe 1).

Partant des champs électrique (composante x) et magnétique tangentiel (composante y), le vecteur de Poynting peut être obtenu en surface du stator ($\underline{P}_s'$) et en surface du rotor ($\underline{P}_r'$, référentiel tournant).

$$\vec{P}' = \vec{E} \wedge \vec{H} = (E_x \, H_y) \, \vec{k} \text{ et } \underline{P}_z' = \frac{1}{2} \, \underline{E}_x \, \underline{H}_y^*$$

Tout calcul fait, on obtient

$$\underline{P}_s' = -\frac{\omega \pi}{2 \tau} \, \hat{\theta}_s \, (\underline{D}_1 \, e^{\pi\delta/\tau} + \underline{D}_2 \, e^{-\pi\delta/\tau})$$

$$\underline{P}_r' = -\frac{1}{2} \, j \, s \, \frac{\omega}{\mu} \, |\underline{R}|^2 \, \underline{\xi}^*$$

En multipliant par la surface active correspondante, on obtient respectivement

$\underline{P}_s = \underline{P}_s' \, \pi d \, l$	puissance complexe d'entrefer
$\underline{P}_r = \underline{P}_r' \, \pi d \, l$	puissance rotorique
$\mathrm{Re}\,[\underline{P}_s] = P_\delta$	puissance active d'entrefer
$\mathrm{Re}\,[\underline{P}_r] = P_{rr}$	pertes Joule rotoriques
$P_\delta - P_r$	puissance mécanique

On peut définir une impédance apparente totale d'entrefer permettant le calcul du courant (fig. 2):

$$\underline{Z}_{\delta+r} = \frac{\underline{P}_s}{m \, I^2_{éq}} \quad \text{avec } I_{éq} = \frac{\hat{\theta}_s}{0{,}45 \, m \, k_b \, N/p}$$

Les caractéristiques de ce moteur infini constituent une référence permettant de mettre en évidence les effets des phénomènes parasites tels qu'effet de bords et saturation.

2. Moteur de longueur finie

Les courants induits au rotor qui, pour un moteur de longueur infinie, ne circulent qu'axialement, se referment transversalement dans les zones d'extrémités pour une machine réelle. Ces courants transversaux entraînent une majoration de l'impédance apparente du rotor d'autant plus importante que le rapport τ/l est grand.

La méthode proposée ci-après consiste à associer une machine de longueur infinie à la machine réelle et à moduler axialement le potentiel magnétique scalaire statorique. Ce dernier prend alors la forme

$$\underline{\theta}_s = \hat{\theta}_s \, \underline{\Omega} \, F(x)$$

La méthode diffère de celles proposées par [1] et [4], par la prise en considération des zones frontales de fermeture des courants. Il en résulte une modification importante de l'impédance apparente.

2.1 Fonction de modulation

La fonction de modulation adoptée doit conduire à la même distribution de l'induction normale (z) que pour le moteur réel. Elle est définie au niveau de l'alésage statorique ($z = \delta$). Pour rendre possible la résolution analytique des équations de Poisson et Laplace, cette fonction doit être périodique, de façon à être décomposable en série de Fourier. On aura donc, en choisissant l'origine au centre de la machine:

$$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos \frac{n \pi x}{l}$$

La distribution de l'induction peut être approchée par trois fonctions distinctes (annexe 2):

- une droite horizontale au centre du rotor,
- une portion de cosinusoïde dans les zones d'extrémités,
- une exponentielle au-delà (fig. 3).

Définissons l comme étant la longueur au niveau du stator correspondant à la ligne de champ extrême aboutissant à la partie frontale du rotor. Dans ce dernier, on peut admettre qu'il n'existe pas de lignes de courant axiales ou radiales au-delà de ce niveau. Un résultat identique est obtenu par un

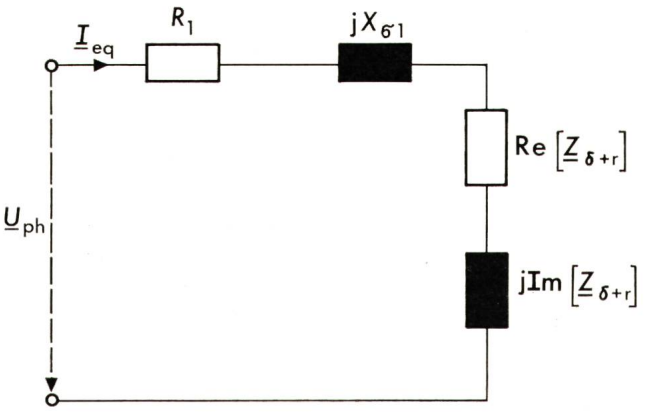

Fig. 2 Schéma équivalent

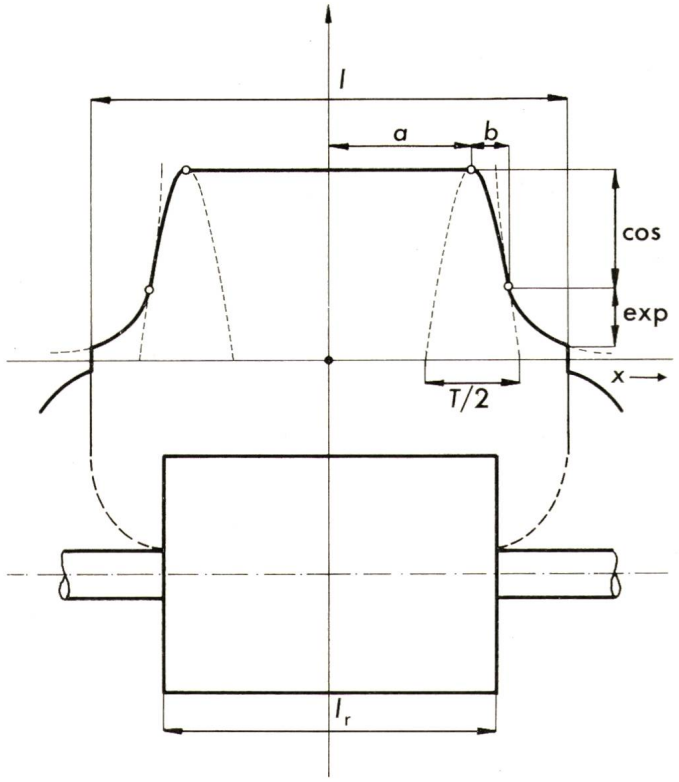

Fig. 3 Fonction de modulation F(x)

changement de signe de la fonction de modulation du potentiel scalaire en ce point. Relativement au moteur réel, le modèle adopté pour la résolution ne diffère que par la valeur de l'entrefer au-delà du stator.

2.2 Potentiel vecteur

Compte tenu des nouvelles hypothèses, le potentiel vecteur possède deux composantes, selon x et y. Par continuité avec le stator, le terme selon x de ce vecteur peut être décomposé comme suit dans l'entrefer:

$$\underline{V}_{\delta x} = \underline{V}_{\delta x}(z) \cdot \mathrm{F}(x)\, \underline{\Omega}$$

Par résolution des équations de Laplace et Poisson, il est possible d'obtenir les expressions dans l'entrefer et au rotor:

$$\underline{V}_{\delta x} = \sum_{n=1}^{\infty} (\underline{D}_{1n}\, e^{\lambda_n z} + \underline{D}_{2n}\, e^{-\lambda_n z})\, b_n \cos \frac{n\pi x}{l}\, \underline{\Omega}$$

$$\underline{V}_{rx} = \sum_{n=1}^{\infty} \underline{R}_n\, e^{\underline{\xi}_n z}\, b_n \cos \frac{n\pi x}{l}\, \underline{\Omega}'$$

La composante selon y peut être obtenue par l'expression de la divergence (div $\vec{V} = 0$), d'où

$$\underline{V}_{\delta y} = j\, \frac{\tau}{l} \sum_{n=1}^{\infty} (\underline{D}_{1n}\, e^{\lambda_n z} + \underline{D}_{2n}\, e^{-\lambda_n z})\, n\, b_n \sin \frac{n\pi x}{l}\, \underline{\Omega}$$

$$\underline{V}_{ry} = j\, \frac{\tau}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{R}_n\, e^{\underline{\xi}_n z}\, n\, b_n \sin \frac{n\pi x}{l}\, \underline{\Omega}'$$

avec

$$\lambda_n = \sqrt{\pi^2/\tau^2 + (n\pi/l)^2}\ ; \qquad \underline{\xi}_n = \sqrt{\lambda_n^2 + j\, s\, \omega\, \frac{\mu}{\varrho}}$$

A nouveau, les constantes d'intégration $\underline{R}_n$, $\underline{D}_{1n}$, $\underline{D}_{2n}$ peuvent être obtenues par continuité du potentiel vecteur et du champ magnétique tangentiel aux changements de milieu (annexe 3).

Le vecteur de Poynting permet de calculer les puissances au niveau du stator ou du rotor. En surface du stator, on obtient pour $z = \delta$

$$\underline{P}_s = \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}l}^{\frac{1}{2}l} (\underline{E}_{\delta x} \cdot \underline{H}_{\delta y}^* - \underline{E}_{\delta y} \cdot \underline{H}_{\delta x}^*)\, dx$$

Tout calcul fait, on obtient

$$\underline{P}_s = -\frac{\omega \pi p\, \hat{\theta}_s l}{2} \sum_{1}^{\infty} (\underline{D}_{1n}\, e^{\lambda_n \delta} + \underline{D}_{2n}\, e^{-\lambda_n \delta})\, b_n^2\, n^2 \left(\frac{\tau^2}{l^2} + \frac{1}{n^2}\right)$$

On peut, dès lors, exprimer la puissance mécanique, le couple, les pertes rotoriques et l'impédance équivalente de la même façon que pour le cas infini.

3. Saturation du fer rotor

L'influence de l'hystérèse et de la saturation du fer rotorique ne peut pas être introduite de façon analytique dans la résolution des équations de Maxwell et Poisson. En revanche, une solution analytique ou numérique peut être obtenue dans le cas simplifié d'un demi-espace infini saturable soumis à une excitation sinusoïdale pulsante [1; 5; 6; 7]. Le modèle proposé dans le cas particulier consiste à établir un parallèle entre le problème réel et le cas simplifié. Il est basé sur les hypothèses suivantes:

– Pour un état de saturation (champ magnétique ou induction) donné en surface du rotor, la perméabilité est admise constante et telle qu'elle conduise à des pertes égales à celles du cas simplifié.

– Le facteur de puissance apparent du rotor est le même que celui du cas simplifié.

Partant du vecteur de Poynting moyen $\underline{P}_r'$ en surface du rotor, on peut poser dans un cas réel:

$$\mathrm{Re}\,[\underline{P}_r'] = k_r\, \hat{H}_0^2 \sqrt{\omega\, \mu_m\, \varrho}$$

$$\mu_m = \hat{B}_0/\hat{H}_0 \text{ (en surface)}$$

Le facteur k_r est une fonction de l'état de saturation. De la même façon, pour le cas à perméabilité constante, on peut écrire

$$\mathrm{Re}\,[\underline{P}_c'] = k_c\, \hat{H}_0^2 \sqrt{\omega\, \mu\, \varrho}$$

Pour que les pertes spécifiques soient égales, il est nécessaire de remplacer la perméabilité apparente par une perméabilité équivalente $\mu_{éq}$ telle que

$$k_r\, \hat{H}_0^2 \sqrt{\omega\, \mu_m\, \varrho} = k_c\, \hat{H}_0^2 \sqrt{\omega\, \mu_{éq}\, \varrho}$$

D'où

$$\mu_{éq} = \mu_m\, (k_r/k_c)^2$$

Le facteur k_c qui vaut $\sqrt{2}/4$, et la fonction k_r ont été tirés de la référence [1].

On peut, dès lors, déterminer les grandeurs électromagnétiques correspondant à la perméabilité équivalente à l'aide d'une méthode itérative.

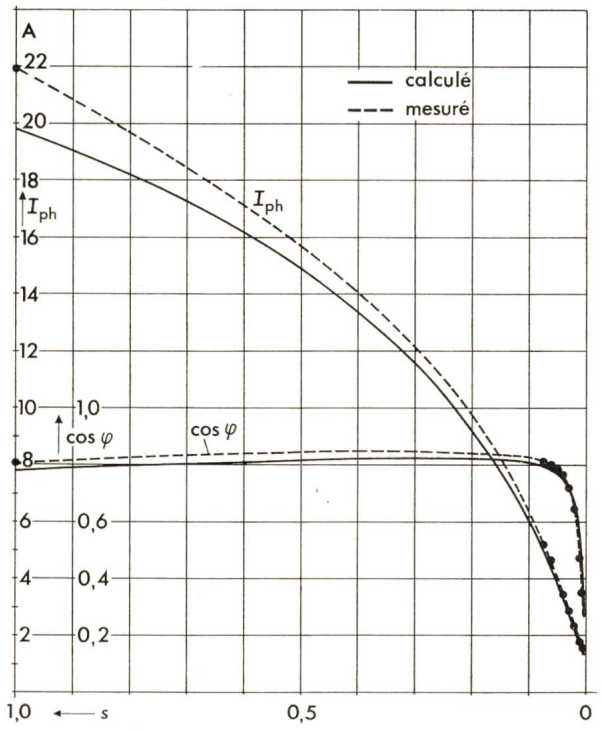

Fig. 4 **Moteur «longueur infinie» avec saturation: courant de phase I_{ph} et cos φ en fonction du glissement s**

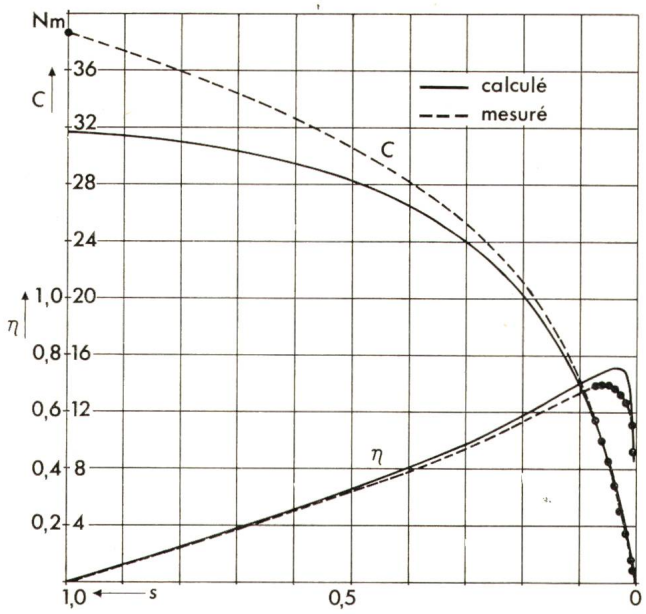

Fig. 5 **Moteur «longueur infinie» avec saturation: couple C et rendement η en fonction du glissement s**

4. Résultats et mesures

Une comparaison calcul-mesures a été effectuée dans le cas d'un moteur asynchrone triphasé de puissance nominale 4 kW, 380 V, 2 pôles, 50 Hz. Pour les résultats qui suivent, les pertes Joule, fer et mécaniques ont été déterminées de façon conventionnelle au niveau calcul. De plus, les pertes supplémentaires ont été calculées en détail en recourant aux références [8] et [9].

Une comparaison de la méthode «longueur infinie» peut être réalisée en construisant un rotor massif muni de deux anneaux de cuivre, brasés sur les parties frontales. Les courants de fermeture circulent alors dans ces anneaux, hors de la partie fer active. Les courants dans cette dernière, par ce procédé, ne circulent qu'axialement, conformément aux hypothèses régissant le cas infini. En comparant les résultats théoriques et expérimentaux correspondants (fig. 4 et 5), on constate une bonne concordance pour le courant, le couple et le cosφ dans le domaine des faibles glissements. Au début du démarrage, les champs magnétiques élevés créés par les courants à haute intensité circulant dans les anneaux perturbent la répartition de l'induction. Il n'est pas tenu compte de cet effet dans le modèle mathématique définissant le cas «infini». L'écart calcul-mesures augmente donc avec le glissement.

On remarque d'autre part que, si les valeurs du rendement calculées et mesurées sont proches, le maximum n'est pas atteint pour le même glissement.

Pour effectuer une même comparaison dans le cas d'un moteur de longueur limitée, le rotor est formé d'un cylindre d'acier de même longueur que l'empilage statorique. Dans le cas particulier, le rapport longueur/diamètre vaut 1,117 et le rapport longueur/pas polaire 0,7036. Les fig. 6 et 7 représentent le courant de phase et le cosφ, respectivement le couple et

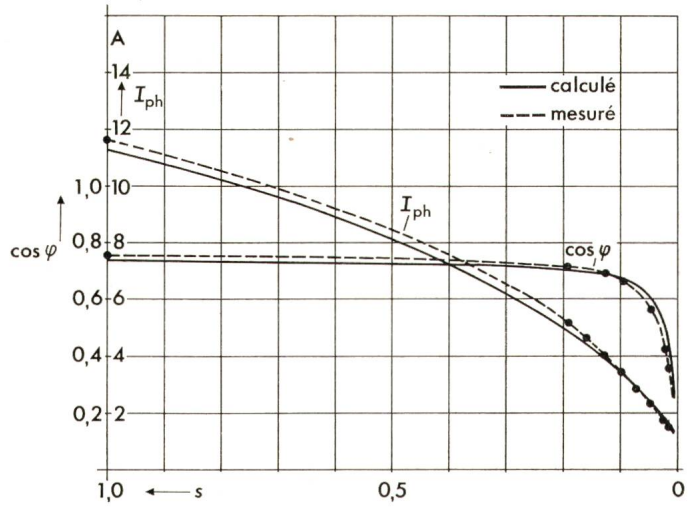

Fig. 6 **Moteur avec effets de bords et saturation: courant de phase I_{ph} et cos φ en fonction du glissement s**

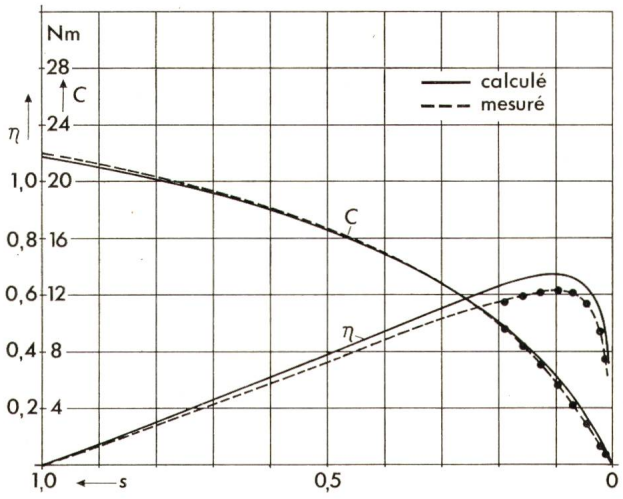

Fig. 7 **Moteur avec effets de bords et saturation: couple C et rendement η en fonction du glissement s**

le rendement en fonction du glissement. Les résultats théoriques sont concordants avec les valeurs expérimentales sur toute la plage des glissements. L'écart maximum sur le courant n'excède pas 6,5 %. De plus, le maximum des courbes de rendements théorique et mesuré est atteint pour le même glissement.

Il a paru intéressant de représenter (fig. 8 et 9) les couples et courants de phase calculés de plusieures façons, pour montrer l'influence des différents phénomènes. L'écart entre les courbes a et b correspond à l'effet de bords, alors que la différence entre b et c illustre la saturation du fer rotor. On remarque en outre qu'une fonction trop simpliste (en créneau, courbes d) donne des résultats totalement erronés.

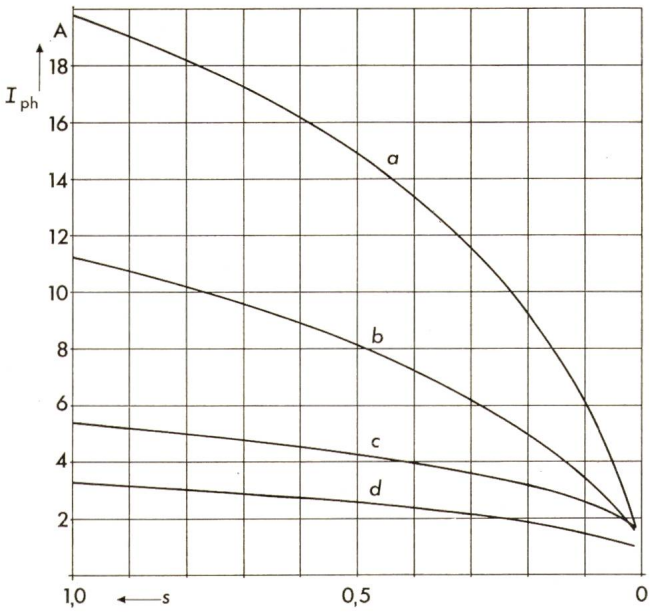

Fig. 8 Courant de phase calculé I_{ph}. Illustration des phénomènes «effets de bords» et «saturation».

a longueur infinie + saturation
b effets de bords + saturation
c effets de bords, sans saturation
d effets de bords + saturation; fonction de modulation en créneaux de période $2l_r$ [4]

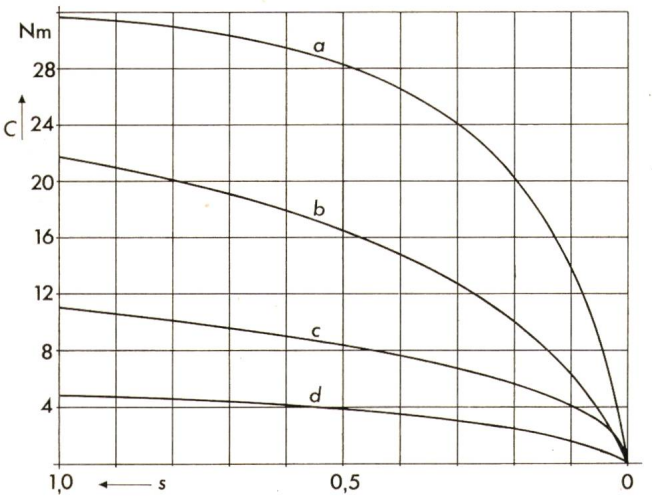

Fig. 9 Couple calculé C. Illustration des phénomènes «effets de bords» et «saturation».

a longueur infinie + saturation
b effets de bords + saturation
c effets de bords, sans saturation
d effets de bords + saturation; fonction de modulation en créneaux [4]

5. Possibilités d'application

A priori, un moteur massif présente de très bonnes qualités de démarrage. En effet, le courant à l'enclenchement est acceptable, le facteur de puissance bon et les qualités thermiques et mécaniques du rotor excellentes. En revanche, le rendement est médiocre. Des améliorations peuvent être apportées par des rainures axiales ou circulaires, mais au détriment du prix.

On peut voir des débouchés intéressants de ce type de moteurs dans deux voies différentes:

– les moteurs à très hautes vitesses pour des usinages spéciaux, entraînements de centrifugeuses, etc. Dans ce cas, les qualités mécaniques sont déterminantes pour des puissances relativement importantes;

– les moteurs pour lesquels le démarrage représente une fraction importante du temps de fonctionnement, p.ex. les moteurs assurant des fonctions de réglage (réglage de niveau, de position), des moteurs d'aiguillage, de pompes de châteaux d'eau, etc.

6. Conclusions

Les divers modèles mathématiques présentés conduisent à de bons résultats, avec des temps de calcul très faibles. La prise en considération de la saturation rotorique, bien que grossière, constitue un apport indispensable. D'autre part, la fonction de modulation permettant d'introduire les effets de bords doit être choisie judicieusement. Une fonction en créneaux, proposée par certains auteurs [1; 4], provoque des écarts considérables par rapport à la réalité. Ceci est dû essentiellement au fait qu'une partie des courants transversaux se referme dans les zones frontales du rotor.

Le moteur asynchrone à rotor massif reste caractérisé par un rendement faible. Il peut cependant être amélioré par la réalisation de rainures axiales ou circulaires. Par sa simplicité, son coût et sa robustesse, constatons finalement que la technique rotor massif devrait être plus souvent utilisée lors d'emplois essentiellement en régime de démarrage.

Annexes

1. Longueur infinie – Détermination des constantes d'intégration

Conditions aux limites lors d'un changement de milieu: continuité du potentiel vecteur et continuité de la composante tangentielle du champ magnétique.

Ceci se traduit par les trois équations suivantes:

$$\underline{H}_{\delta y}(z=\delta) = \underline{H}_{sy}(z=\delta) \rightarrow \frac{\pi}{\tau\mu_0}(\underline{D}_1\, e^{\pi\delta/\tau} - \underline{D}_2\, e^{-\pi\delta/\tau}) \cdot \underline{\Omega} = j\frac{\pi}{\tau}\hat{\theta}_s\,\underline{\Omega}$$

$$\underline{V}_{\delta x}(z=0) = \underline{V}_{rx}(z=0) \rightarrow (\underline{D}_1 + \underline{D}_2)\cdot\underline{\Omega} = \underline{R}\,\underline{\Omega}'$$

$$\underline{H}_{\delta y}(z=0) = \underline{H}_{ry}(z=0) \rightarrow \frac{\pi}{\tau\mu_0}(\underline{D}_1 - \underline{D}_2)\cdot\underline{\Omega} = \frac{\xi}{\mu}\,\underline{R}\,\underline{\Omega}'$$

D'où:

$$\underline{D}_1 = \frac{1}{2}\, j\,\mu_0\,\hat{\theta}_s\,(1+\underline{\gamma})\left(\mathrm{ch}\,\frac{\pi\delta}{\tau} + \underline{\gamma}\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\delta}{\tau}\right)^{-1}$$

$$\underline{D}_2 = -\frac{1}{2}\, j\,\mu_0\,\hat{\theta}_s\,(1-\underline{\gamma})\left(\mathrm{ch}\,\frac{\pi\delta}{\tau} + \underline{\gamma}\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\delta}{\tau}\right)^{-1}$$

$$\underline{R} = j\,\mu_0\,\hat{\theta}_s\,\underline{\gamma}\left(\mathrm{ch}\,\frac{\pi\delta}{\tau} + \underline{\gamma}\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\delta}{\tau}\right)^{-1} \quad \text{avec } \underline{\gamma} = \frac{\pi\mu}{\xi\tau\mu_0}$$

2. *Longueur finie – Fonction de modulation*

Cette fonction se divise comme suit (fig. 3):

$$0 \leqq x \leqq a \qquad F(x) = 1$$
$$a < x \leqq a+b \qquad F(x) = \cos\left[2\pi T^{-1}(a-x)\right]$$
$$(a+b) < x \leqq l/2 \qquad F(x) = \cos\frac{2\pi b}{T}\exp\left[\frac{2\pi}{T}\,\mathrm{tg}\,\frac{2\pi b}{T}(a+b-x)\right]$$

Cette fonction, paire et périodique, se décompose en série de Fourier comprenant les termes suivants:

$$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \cos\frac{n\pi x}{l}$$

3. *Longueur finie – Constantes d'intégration*

En appliquant les mêmes conditions aux limites que dans l'annexe 1, on obtient

$$\underline{D}_{1n} = \frac{1}{2}\,j\,\mu_0\,\hat{\theta}_s \cdot \frac{\pi}{\tau\lambda_n}(1+\underline{\gamma}_n)\,(\mathrm{ch}\,\lambda_n\delta + \underline{\gamma}_n \mathrm{sh}\lambda_n\delta)^{-1}$$

$$\underline{D}_{2n} = -\frac{1}{2}\,j\,\mu_0\,\hat{\theta}_s \cdot \frac{\pi}{\tau\lambda_n}(1-\underline{\gamma}_n)\,(\mathrm{ch}\,\lambda_n\delta + \underline{\gamma}_n \mathrm{sh}\lambda_n\delta)^{-1}$$

$$\underline{R}_n = j\,\mu_0\,\hat{\theta}_s \cdot \frac{\pi}{\tau\lambda_n} \cdot \underline{\gamma}_n\,(\mathrm{ch}\,\lambda_n\delta + \underline{\gamma}_n \mathrm{sh}\lambda_n\delta)^{-1} \qquad \text{avec } \underline{\gamma}_n = \frac{\lambda_n\mu}{\underline{\xi}_n\mu_0}$$

4. *Liste des Symboles*

a, b	grandeurs géométriques intervenant dans la fonction de modulation F (x) (fig. 3)
b_n	coefficient de la décomposition en série de Fourier de F (x)
B	induction magnétique
C	couple moteur
d	diamètre d'alésage
D_1, D_2	constantes d'intégration cas «longueur infinie»
D_{1n}, D_{2n}	constantes d'intégration cas «longueur finie»
$\vec{E}$	vecteur champ électrique
f	fréquence d'alimentation
F (x)	fonction de modulation
$\vec{H}$	vecteur champ magnétique
$\hat{H}_0$	valeur de crête du champ magnétique en surface
I_{eq}	courant équivalent ayant créé la FMM statorique
I_{ph}	courant de phase du moteur
k_b	facteur de bobinage
k_c, k_r	facteurs intervenant dans le calcul de la perméabilité équivalente
l	demi-période de la fonction de modulation
l_r	longueur active du moteur
m	nombre de phases
n	indice de sommation
N	nombre de spires en série par phase
p	nombre de paires de pôles
$\vec{P}$	vecteur de Poynting
P_s, P_δ, P_r	puissance respectivement du stator, d'entrefer, du rotor
R	constante d'intégration cas «longueur infinie»
$\lvert R \rvert$	module de R
R_n	constante d'intégration cas «longueur finie»
s	glissement
t	temps
T	période de la partie cosinusoïdale de la fonction de modulation
U_{ph}	tension de phase du moteur
$\vec{V}$	potentiel vecteur
x, y, z	coordonnées cartésiennes
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	vecteur unitaire dans la direction x, y, z
$Z_{\delta+r}$	impédance apparente totale d'entrefer
γ	$\pi\mu/\xi\tau\mu_0$
γ_n	$\lambda_n\mu/\xi_n\mu_0$
δ	entrefer
$\vec{\Delta}$	Laplacien vecteur
η	rendement du moteur
θ_s	FMM statorique
$\hat{\theta}_s$	valeur de crête de la FMM statorique
λ_n	$\sqrt{\pi^2/\tau^2 + (n\pi/l)^2}$
μ, μ_m, μ_{eq}	perméabilités
μ_0	perméabilité du vide
ξ	$\sqrt{\pi^2/\tau^2 + js\omega\,\mu/\varrho}$
ξ_n	$\sqrt{\lambda_n^2 + js\omega\,\mu/\varrho}$
ϱ	résistivité
τ	pas polaire
ω	$2\pi f$: pulsation
Ω	$\exp j\,(\omega t - \pi y/\tau)$
Ω'	$\exp j\,(s\omega t - \pi y'/\tau)$

Opérateurs: $\underline{z}$ nombre complexe
$\underline{z}^*$ conjugué complexe
Λ produit vectoriel

Indices: x, y, z dans la direction de x, y ou z
s stator
δ entrefer
r rotor

Bibliographie

[1] *M. Jufer:* Démarrage asynchrone des machines synchrones à pôles saillants massifs. Thèse de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne, 1968.

[2] *M. Jufer* et *N. Wavre:* Le moteur linéaire. Développement théorique et applications. Bull. ASE 63(1972)15, p. 844...856.

[3] *N. Kesavamurthy* and *P. K. Rajagopalan:* The polyphase induction machine with solid iron rotor. Trans. AIEE Part III Power Apparatus and Systems 78(1959), p. 1092...1098.

[4] *G. Angst:* Polyphase induction motor with solid rotor. Effects of saturation and finite length. Trans. AIEE Part III Power Apparatus and Systems 80(1962)58, p. 902...910.

[5] *P. D. Agrawal:* Eddy-current losses in solid and laminated iron. Trans. AIEE Part I Communications and Electronics 78(1959), p. 169...181.

[6] *N. Kesavamurthy* and *P. K. Rajagopalan:* An analytical method taking account of saturation and hysteresis for evaluating alternating field. Proc. IEE Part C Monographs 108(1961), N° 485 U.

[7] *N. Kesavamurthy* and *P. K. Rajagopalan:* Eddy currents in solid iron due to alternating magnetic flux. Proc. IEE Part C Monographs 106 (1959)10, p. 207...213.

[8] *R. Richter:* Elektrische Maschinen Band I/IV. 2. und 3. Auflage, Basel/Stuttgart, Birkhäuser Verlag, 1954/1967.

[9] *R. Rüdenberg:* Zusätzliche Verluste in Synchronmaschinen und ihre Messung. ETZ 45(1924)3, S. 37...41, Nr. 4, S. 59...63 + Nr. 5, S. 84...85.

Adresse des auteurs

Marcel Jufer, Ing. EPUL, Dr. ès sciences techniques, Professeur EPFL, et *Claude Brandt,* Ing. EPFL, Collaborateur scientifique, Laboratoire d'électromécanique EPFL, 22, Chemin de Bellerive, 1007 Lausanne.