**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 64 (1973)

**Heft:** 11

**Artikel:** Bestimmung der elektrischen Feldstärke an rotationssymmetrischen Gebilden mittels Widerstandspapiermethode

**Autor:** Krauss, H.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-915559

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 09.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Bestimmung der elektrischen Feldstärke an rotationssymmetrischen Gebilden mittels Widerstandspapiermethode

Von *H. Krauss*

621.317.328

*Die Analogie zwischen dem elektrischen Feld und dem elektrischen Strömungsfeld [1][1]) und die Einfachheit der Messung des elektrischen Strömungsfeldes auf Widerstandspapier [2] werden für die Ausmessung rotationssymmetrischer Felder nutzbar gemacht. Trotz Einsatz modernster Rechenmaschinen [3] bleibt dieses das anschaulichste Verfahren zur Messung ebener und rotationssymmetrischer Felder. Dieses Verfahren wird im folgenden genauer beschrieben. Es ergeben sich dabei sogar eine ganze Reihe von Vorteilen gegenüber dem elektrolytischen Keiltrog.*

*L'analogie entre le champ électrique et le champ de flux électrique [1][1]), ainsi que la simplicité de la mesure de celui-ci sur du papier de résistance [2] sont utilisées pour la détermination de champs à symétrie de rotation. Malgré l'emploi de calculateurs modernes [3], ce procédé demeure le plus expressif pour la mesure de champs plans et à symétrie de rotation. Dans ce qui suit, ce procédé est décrit d'une façon précise. Il en résulte même toute une série d'avantages par rapport à la cuve électrolytique.*

## 1. Einführung

Die Kenntnis der elektrischen Feldstärke in Hochspannungsgeräten und in deren Umgebung ist eine der wichtigsten Voraussetzungen für materialgerechtes Konstruieren. Die verschiedenen Berechnungs- und Messverfahren elektrischer Felder in Hochspannungsanlagen müssen immer wieder hinsichtlich ihres Leistungsvermögens und ihrer Zugänglichkeit gegenübergestellt werden. Das Internationale Symposium Hochspannungstechnik 1972 [4][1]) zeigte eindeutig die Entwicklung in Richtung Berechnung mit Hilfe von leistungsfähigen Digitalrechnern. Trotzdem wird das Ausmessen elektrischer Felder am einfachsten Analogiemodell, nämlich auf Widerstandspapier, wegen seines didaktischen Wertes und der einfachen Durchführbarkeit auch in Zukunft seine Existenzberechtigung haben. Dabei scheint es nicht allgemein bekannt zu sein, dass sich durch Stufung des Widerstandspapieres auch Felduntersuchungen an rotationssymmetrischen Gebilden durchführen lassen, obwohl an verschiedenen Stellen der Literatur bereits darüber berichtet wurde [5; 6; 7].

## 2. Modelltheorie

Da für die direkte Feldmessung in Hochspannungsanlagen immer noch genügend kleine (annähernd punktförmige) Messsonden fehlen, bedient man sich gerne eines Analogiemodells.

Die wichtigsten Forderungen an das Analogiemodell sind erstens, dass es leicht – möglichst im Konstruktionsbüro – herstellbar ist und zweitens, dass es mit einfachen, handelsüblichen Messgeräten und niedrigen, ungefährlichen Spannungen ausgemessen werden kann. Das am bequemsten messbare Analogon des quasistationären elektrischen Feldes (hier kurz als elektrisches Feld bezeichnet) ist das elektrische Strömungsfeld. Das elektrische Strömungsfeld bildet sich, wenn der *Raum* zwischen spannungsführenden Metallteilen (allgemein als «Elektroden» bezeichnet) mit einem leitfähigen Medium ausgefüllt ist. Um dem elektrischen Feld analoge Verhältnisse zu erhalten, muss der spezifische Widerstand des umgebenden Raumes um einige Zehnerpotenzen höher sein, als der der Elektroden. Man spricht deshalb auch von «halbleitendem» Medium oder «Halbleitern». In der Praxis handelt es sich i. a. um schwach leitende Flüssigkeiten («Elektrolyten») oder schwach leitfähiges Papier («Widerstands-», «Halbleiter-» oder «Russpapier»).

Für die Potentialverteilung im elektrischen Strömungsfeld gelten dieselben Gesetze wie für die Potentialverteilung im quasistationären, raumladungsfreien elektrischen Feld. Das Grundgesetz ist in der Laplaceschen Differentialgleichung mathematisch darstellbar:

Wenn $\varphi$ die Bezeichnung für das elektrische Potential und $x$, $y$ und $z$ die Koordinaten des Raumes sind, so gehorchen beide Felder der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \qquad (1)$$

Die elektrische Feldstärke $\boldsymbol{E}$ ist als Potentialänderung längs eines räumlichen Wegelements $\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ definiert:

$$\boldsymbol{E} = -\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\boldsymbol{s}} \qquad (2)$$

Der einzige Unterschied ist, dass sich die Feldstärke im elektrischen Feld aus der Beziehung

$$E = \frac{D}{\varepsilon} \qquad (3)$$

im elektrischen Strömungsfeld aus der Beziehung

$$E = \frac{S}{\varkappa} \qquad (4)$$

errechnet.

Dabei sind

$D$ dielektrische Verschiebung in As/cm²
$\varepsilon$ Dielektrizitätskonstante in F/cm = As/Vcm (auch als «dielektrische Leitfähigkeit» zu bezeichnen)
$S$ Stromdichte in A/cm²
$\varkappa$ spezifische Leitfähigkeit in 1/Ωcm = A/Vcm

Aus diesen Analogien ergibt sich, dass verschiedene Dielektrizitätskonstanten $\varepsilon$ im elektrischen Feld durch verschiedene Leitfähigkeiten $\varkappa$ im elektrischen Strömungsfeld zu ersetzen sind:

$$\varkappa_1 : \varkappa_2 = \varepsilon_1 : \varepsilon_2 \qquad (5)$$

Die Feldlinien im elektrischen Feld entsprechen den Strömungslinien im elektrischen Strömungsfeld. Die Linien glei-

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

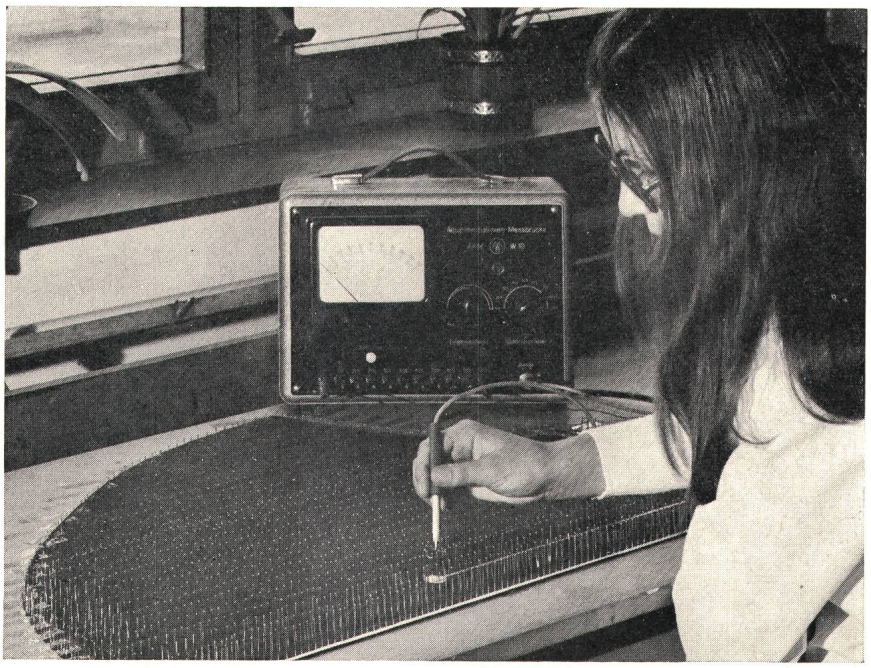


Fig. 1
**Feldbildausmessung mit Äquipotentiallinien-Messbrücke**

chen Potentials werden in beiden Feldern als Äquipotentiallinien bezeichnet und bilden mit den Feld- bzw. Strömungslinien ein Netz orthogonaler Trajektorien.

### 3. Praktische Anwendungen

Praktische Anwendungen dieser Analogiebeziehungen sind die Ausmessung *ebener* Felder auf Widerstandspapier und die Ausmessung *räumlicher* Felder im elektrolytischen Trog. Diese Verfahren werden als bekannt vorausgesetzt. Da im elektrolytischen Trog üblicherweise auch nur ebene und rotationssymmetrische Felder ausgemessen werden, dabei aber schon erhebliche Schwierigkeiten bei der Modellherstellung und der Nachbildung verschiedener Dielektrizitätskonstanten auftreten, versuchte man, das Messverfahren auf Widerstandspapier, das bisher nur zur Aufnahme *ebener* Feldbilder geeignet war, auch für die Ausmessung *rotationssymmetrischer* Felder gangbar zu machen.

### 4. Messung rotationssymmetrischer Felder auf Widerstandspapier

Wie beim elektrolytischen Keiltrog geht man von dem Grundgesetz aus, dass das Feld um einen Rotationskörper (der als Keil mit 360° Keilwinkel aufgefasst werden kann), unabhängig vom Keilwinkel ist. Während sich beim elektrolytischen Trog Keilwinkel zwischen 10° und 20° als günstig erwiesen haben, kommt man bei der Widerstandspapiermethode mit Keilwinkeln von weniger als 1° aus. Dadurch erhält man ein sehr flaches, nahezu ebenes Modell, in das die Äquipotentiallinien direkt eingezeichnet werden können, und das wie eine Zeichnung aufbewahrt, bei Bedarf nachgemessen und zur Optimierung geringfügig verändert werden kann. Alle diese Arbeiten können im Konstruktionsbüro ohne Inanspruchnahme der Werkstatt ausgeführt werden. Dadurch lässt sich die Konstruktion eines Hochspannungsgerätes – sowohl in der Gesamtkonzeption als auch im Detail – von Anfang an optimieren.

Die Ausmessung rotationssymmetrischer Felder nach dieser Methode mit handelsüblichen Messgeräten ist kaum schwieriger als die von ebenen Feldern auf Widerstandspapier (Fig. 1). Es muss lediglich auf gleichmässig hohen Anpressdruck der Meßsonde auf die Papierlagen geachtet werden.

### 5. Modellaufbau

Die Konturen der spannungführenden Elektroden und der gegebenenfalls vorkommenden verschiedenen Dielektrika erhält man aus der Konstruktionszeichnung. An den Stellen grosser Dielektrizitätskonstanten werden Keile mit grossen Keilwinkeln, an den Stellen kleiner Dielektrizitätskonstanten Keile mit kleinen Keilwinkeln aufgelegt, wobei die Keilspitze immer in der Rotationsachse liegen muss. Während beim Keiltrog durch den schräggestellten Boden und die Flüssigkeitsoberfläche ein kontinuierlicher (stufenloser) Keil gebildet wird, kann der Keil aus Widerstandspapier nur stufenförmig nachgebildet werden. Der Keilwinkel ergibt sich aus der Beziehung (Fig. 2):

$$\tan \alpha = \frac{d}{s} \qquad (6)$$

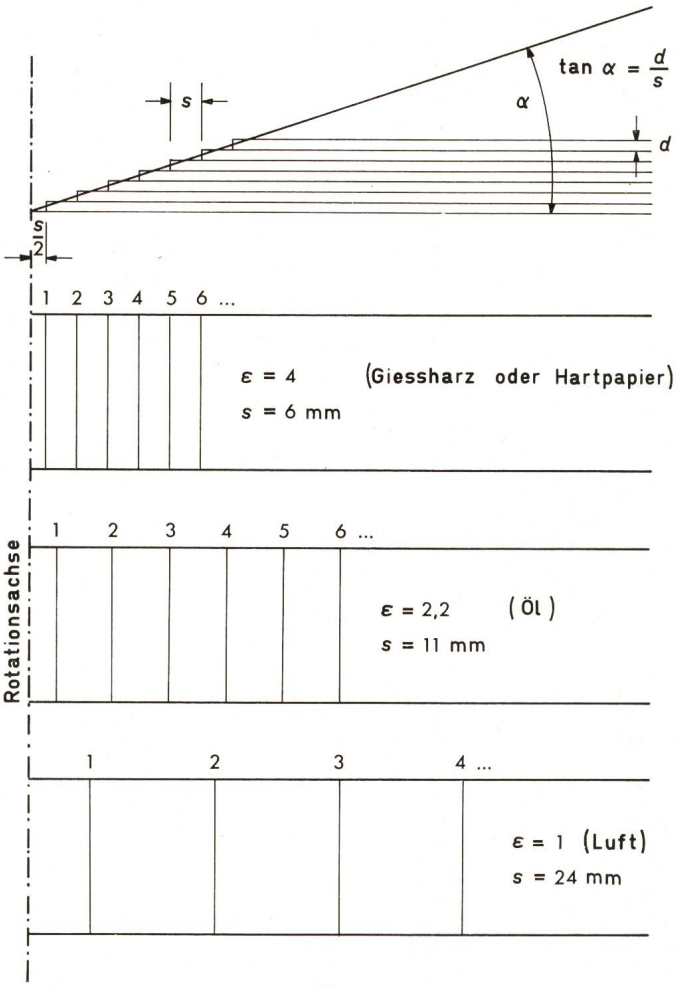



Fig. 2
**Prinzip des Keilaufbaus**
Nachbildung verschiedener Dielektrizitätskonstanten durch verschiedene Keilwinkel

Da die Dicke des Papiers $d$ konstant ist, wird der Keilwinkel nur durch den Stufenabstand $s$ beeinflusst. Im Medium mit höchstem $\varepsilon$ (= grösstem Keilwinkel) muss also die Stufung am engsten sein. Als feinste Stufung $s_1$ haben sich ca. 6 mm bewährt. Die Stufenabstände verhalten sich umgekehrt wie die Dielektrizitätskonstanten, folglich ergeben sich die übrigen Stufenabstände $s_n$ aus der Beziehung:

$$s_n = s_1 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_n} \tag{7}$$

Da hier verschiedene $\varepsilon$ nicht durch Schichtenzahl, sondern durch Stufenabstand nachgebildet werden, lassen sich – im Gegensatz zum ebenen Feldbild – hier auch nichtganzzahlige $\varepsilon$ nachbilden.

Die Modellgrösse ergibt sich aus der geforderten Genauigkeit. Dabei ist zu berücksichtigen, dass am abgeschnittenen Papierrand eine Spiegelung der Elektrodenanordnung mit gleichem Vorzeichen, am metallisierten geerdeten Rand eine Spiegelung mit umgekehrtem Vorzeichen auftritt.

Auf einem entsprechend grossen (Reiss-) Brett zeichnet man auf weisses Papier zuerst die Rotationsachse und ausgehend von dieser die Stufeneinteilungen für die im Modell vorkommenden Dielektrizitätskonstanten, z. B.

| | |
|---|---|
| $\varepsilon$ Luft | = 1 |
| $\varepsilon$ Öl | = 2,2 |
| $\varepsilon$ Hartpapier oder Giessharz | = 4 |

Für das Medium mit höchstem $\varepsilon$ ($\varepsilon_1 = 4$) wird die kleinste Stufung $s_1 = 6$ mm gewählt. Damit wird die Stufung in Öl $s_2 = 11$ mm und in Luft $s_3 = 24$ mm. Um eine möglichst genaue Annäherung des gewünschten Keils zu erhalten, beginnt die erste Widerstandspapierschicht jeweils bei $s/2$ (Fig. 2). Zur Erhöhung der Genauigkeit hat es sich bewährt, die Elektrodenanordnungen in der untersten und der obersten Schicht mit Leitsilber aufzutragen. Man beginnt also wie bei einem ebenen Feldbild mit einer Schicht, auf die die Elektrodenkonturen – am einfachsten durch Durchpausen der Konstruktionszeichnung – übertragen werden. Darauf werden dann die verschiedenen Keile aufgebaut, wobei der innere (achsennahe) Rand jeder Schicht durch die vorher am Rand des weissen Papieres aufgetragene Stufeneinteilung, die übrigen Konturen durch die Konstruktionszeichnung bestimmt werden (Fig. 3). Auf der obersten Schicht werden noch einmal die Elektrodenkonturen mit Leitsilber aufgetragen. Da der Widerstand senkrecht zur Schichtrichtung wesentlich grösser ist als in Schichtrichtung, senkrecht übereinander liegende Punkte aber gleiches Potential haben sollen, müssen die Schichten an den

a) Stufenrändern
b) Dielektrikumkonturen und
c) Elektrodenkonturen

elektrisch parallelgeschaltet werden, ohne dass das Feld dadurch verändert werden darf. Das bedeutet: möglichst enge punktförmige Durchverbindung sämtlicher Papierschichten durch Metallstifte (Nadeln oder Nägel). Am besten eignen sich kurze Stecknadeln mit langer konischer Spitze, da durch sie die Papierschichten nicht durchgestanzt, sondern zusätzlich aufeinandergepresst wer-

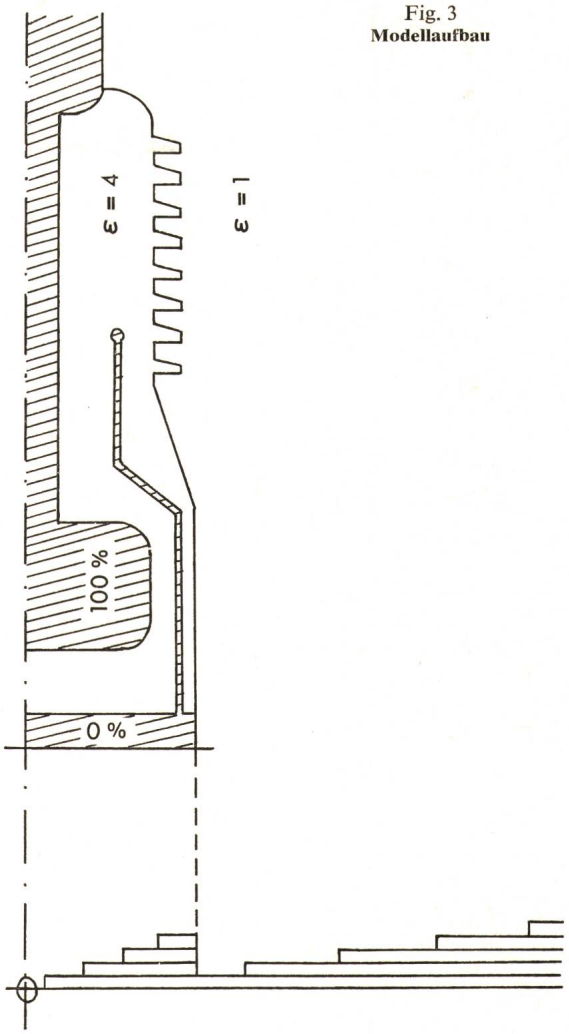



Fig. 3
**Modellaufbau**

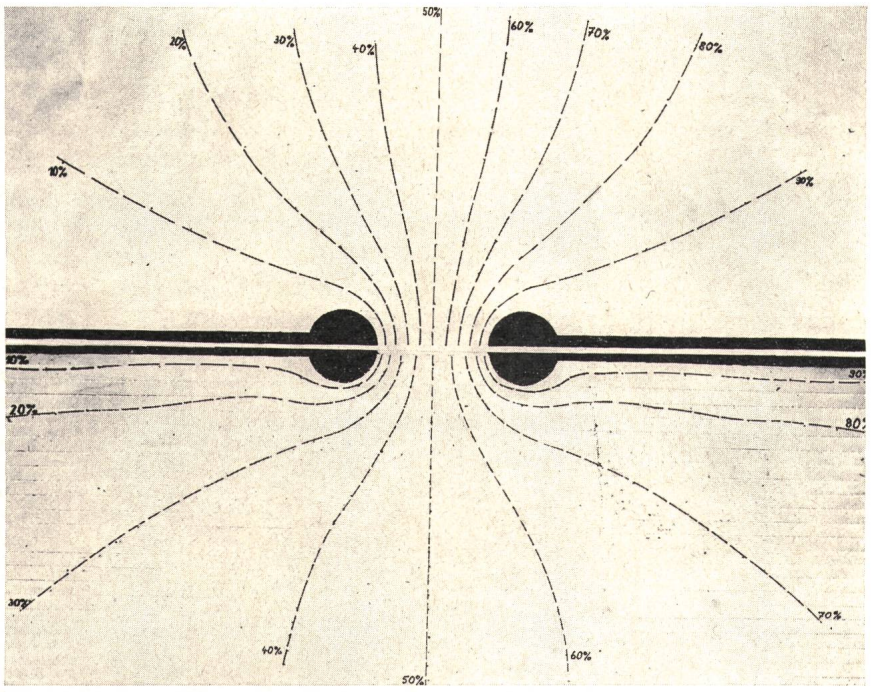



Fig. 4
**Vergleich eines ebenen mit einem rotationssymmetrischen Feld**
*Oben:* Feld zwischen 2 parallelen Zylindern
*Unten:* Feld zwischen 2 Kugeln

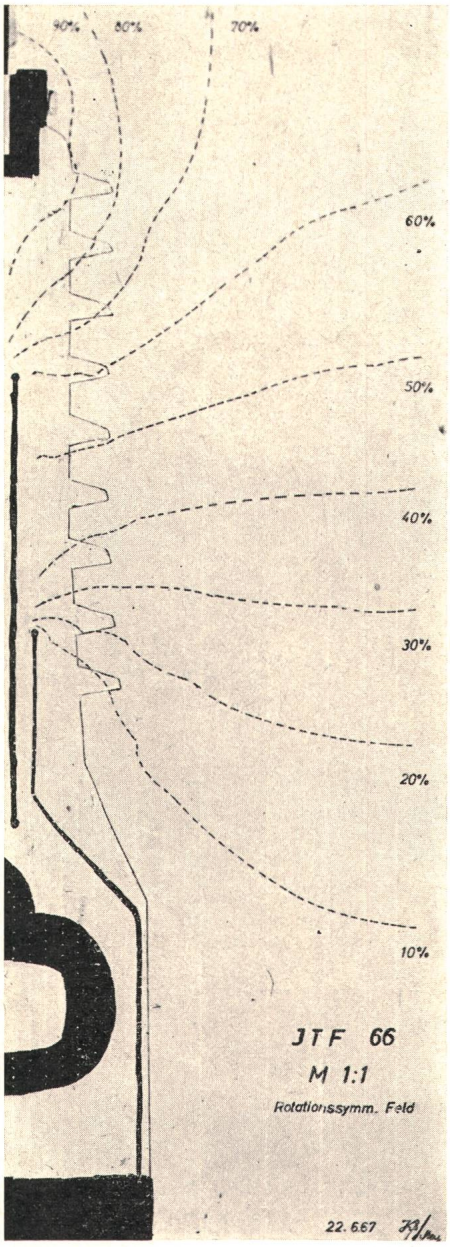



Fig. 5
**Feldbild eines schlanken Rotationskörpers**
60-kV-Giessharz-Stromwandler für Freiluftbetrieb

den. In der Praxis genügt ein Nadelabstand von 5...10 mm, wobei an Stellen hoher Feldstärke der engere Abstand zu wählen ist.

Das Anschliessen der Elektroden an die Äquipotentiallinien-Messbrücke und das Ausmessen selbst erfolgt wie beim ebenen Feldbild. Vorteilhaft wirkt es sich aus, dass die eingeschlagenen Nadeln als (besonders genaue) Messpunkte mitverwendet werden können.

### 6. Praktische Erfahrungen

Zuerst wurden nach dieser Methode einige Grundsatzuntersuchungen durchgeführt. Einfache Zylinderanordnungen im Axialschnitt wurden ausgemessen und mit der Rechnung verglichen (Tabelle I). Dabei stellte sich heraus, dass bei richtiger, im Vorstehenden beschriebener Ausführung die Abweichung der gemessenen von den berechneten Feldlinien $< 3$ mm bleibt. Bezogen auf den Elektrodenabstand von 200 mm entspricht das einer Abweichung $< 1{,}5\,\%$. Die daraus ermittelten Feldstärken weichen allerdings bis zu 8 % von der errechneten Feldstärke ab, was durch Erhöhung der Fehler bei der Differenzbildung von zwei fehlerbehafteten Zahlen bedingt ist. Die früher bei graphithaltigen, relativ niederohmigen Papieren beobachteten ungleichmässigen Papierleitfähigkeiten sind bei den heutigen hochohmigen Russpapieren mit Flächenwiderständen von 10 kΩ pro Quadrat ohne messbaren Einfluss auf die Genauigkeit.

Bei diesem Verfahren wurde auch der vom elektrolytischen Trog bekannte Effekt festgestellt, dass die den Elektroden benachbarten Äquipotentiallinien etwas zu nahe an die Elektroden heranrücken. Dieser Fehler lässt sich durch Extrapolieren des gesamten Feldstärkeverlaufs längs einer interessierenden Feldlinie bis zur Elektrodenoberfläche verringern. Berücksichtigt man diesen Fehler nicht, so liegt man in jedem Fall auf der sicheren Seite, weil in Wirklichkeit keine so hohe Feldstärke auftritt, wie aus dem Feldbild gemessen. Für die Praxis ist eine Genauigkeit von 10 % völlig ausreichend. Würde man dieselbe Anordnung als ebenes Feldproblem behandeln, ergäben sich Fehler bis zu 55 %.

Durch Eichung der Anzeigeempfindlichkeit der Messbrücke lassen sich auch Feldlinien zwischen den 10-%-Feldlinien (für die nur der Nullabgleich vorgesehen ist) ermitteln. Durch Ausschnittvergrösserung und Metallisieren der Rand-Äquipotentiallinien lässt sich die Genauigkeit in Zonen starker Feldkonzentration weiter steigern.

Nach diesem Verfahren lässt sich sehr leicht der Unterschied zwischen einem ebenen und einem rotationssymmetrischen Feldbild ermitteln. Das wurde z. B. an dem Feldbild von zwei Kugeln mit Zuleitungen (Fig. 4, unten) durchgeführt. Durch Entfernen des Keils bis auf die unterste Schicht erhält man das Feld von 2 parallelen Zylindern (mit Zuleitungen) (Fig. 4, oben).

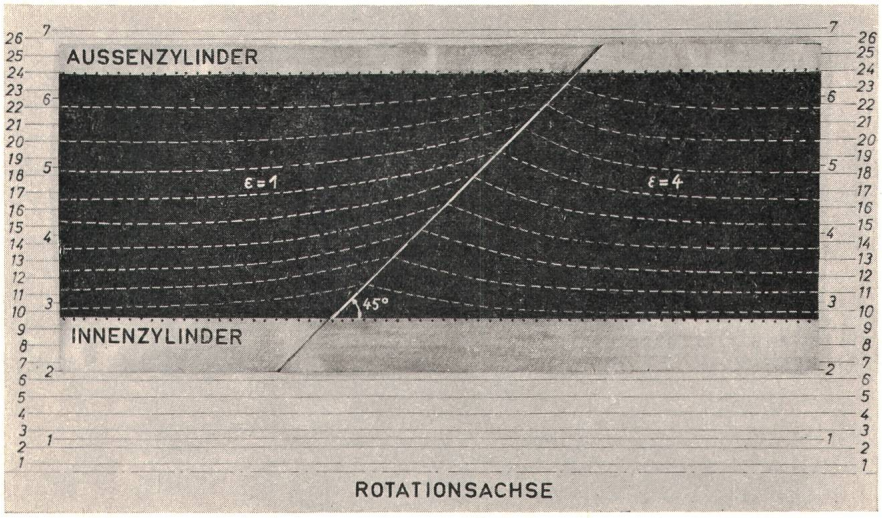
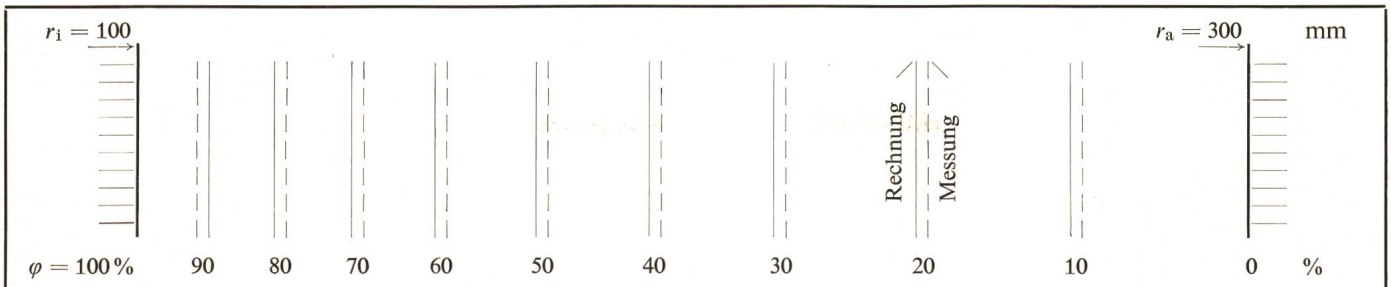



Fig. 6
**Feldbild eines Rotationskörpers mit zwei Isolierstoffen verschiedener Dielektrizitätskonstanten**
($\varepsilon = 1$ und $\varepsilon = 4$)
Aussendurchmesser = 280
Innendurchmesser = 110

*Vergleich: Messung – Rechnung*

an koaxialer Zylinderanordnung $r_i = 100$, $r_a = 300$ mm. Stufenabstand $s = 20$ mm. Stufenzahl $= \frac{r_a - r_i}{s} = 10$

Tabelle I




| Potential % | Radien Rechnung mm | Radien Messung mm | Radien Abweichung % | Abstände Rechnung mm | Abstände Messung mm | Feldstärke bez. auf 100 kV Rechnung kV/cm | Feldstärke bez. auf 100 kV Messung kV/cm | Feldstärke bez. auf 100 kV Abweichung % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 100 | 100 | — | | | | | |
| | | | | 11 | 10,3 | 9,09 | 9,7 | + 6,7 |
| 90 | 111 | 110,3 | − 0,63 | | | | | |
| | | | | 13 | 14 | 7,69 | 7,14 | − 7,2 |
| 80 | 124 | 124,3 | + 0,24 | | | | | |
| | | | | 15 | 15 | 6,67 | 6,67 | 0 |
| 70 | 139 | 139,3 | + 0,22 | | | | | |
| | | | | 16 | 16,7 | 6,25 | 6,0 | − 4,0 |
| 60 | 155 | 156 | + 0,65 | | | | | |
| | | | | 18 | 19 | 5,55 | 5,26 | − 5,2 |
| 50 | 173 | 175 | + 1,16 | | | | | |
| | | | | 20 | 20 | 5,0 | 5,0 | 0 |
| 40 | 193 | 195 | + 1,04 | | | | | |
| | | | | 22 | 23 | 4,55 | 4,35 | − 4,4 |
| 30 | 215 | 218 | + 1,40 | | | | | |
| | | | | 25 | 25 | 4,0 | 4,0 | 0 |
| 20 | 240 | 243 | + 1,25 | | | | | |
| | | | | 29 | 27 | 3,45 | 3,7 | + 7,3 |
| 10 | 269 | 270 | + 0,37 | | | | | |
| | | | | 31 | 30 | 3,23 | 3,33 | + 3,1 |
| 0 | 300 | 300 | – | | | | | |

Das Verfahren hat sich bei der Entwicklung zahlreicher Hochspannungsgeräte bewährt. Als Beispiel sei das Feld eines schlanken, rotationssymmetrischen Gebildes (60-kV-Stromwandler, Fig. 5) und der kegelförmigen Grenzfläche zwischen verschiedenen Dielektrika in einer Koaxialanordnung gezeigt (Fig. 6).

Interessiert nur die Feldstärke im achsennahen Bereich, z. B. an der Oberfläche eines schlanken Rotationskörpers bei grossem Wandabstand, so kann die Papierstufung nach aussen hin abgebrochen und die Wand so weit herangerückt werden, dass der Widerstand des entstehenden Rechteckquerschnitts $R_R$ gleich wird dem Widerstand des eigentlich trapezförmigen Querschnitts durch den Keil $R_T$ (Fig. 7). Damit ist eine wesentliche Arbeits- und Papierersparnis möglich.

## Literatur


[1] *R. Strigel:* Ausmessung von elektrischen Feldern. Karlsruhe, Verlag G. Braun, 1949.

[2] *W. Claussnitzer* und *H. Heumann:* Ausmessung elektrischer Felder mit halbleitenden Schichten. VDE-Fachberichte 14(1950)-, S. 160...164.

[3] *K. Knörrich* und *A. Koller:* Digitale Berechnung von ebenen und rotationssymmetrischen Potentialfeldern mit beliebigen Randbedingungen. ETZ-Report 5, 1971.

[4] Internationales Symposium Hochspannungstechnik (ISH). ETZ-A 93(1972)6.

[5] *L. Hoefnagel:* The electrolytic laminated paper model in the design of high-voltage apparatus. Electro-Techniek 42(1964)12, p. 267...271.

[6] *F. H. Kreuger:* Determination of fieldstrength in an electrolytic analogue. Electro-Techniek 42(1964)12, p. 272...275.

[7] *D. Kind:* Einführung in die Hochspannungs-Versuchstechnik. Braunschweig, Vieweg-Verlag, 1972.



**Adresse des Autors:**

*H. Krauss,* dipl. Ingenieur, Messwandler-Bau GmbH., Nürnberger Strasse 199, D-86 Bamberg.

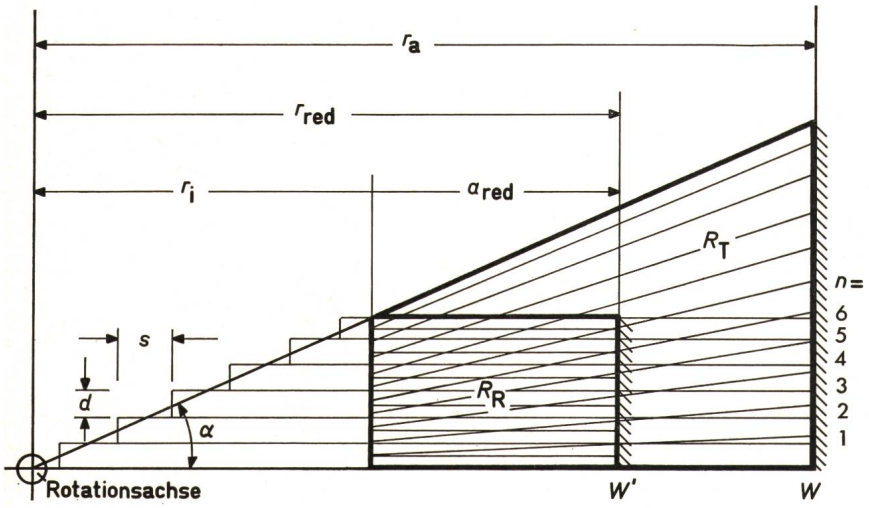




Fig. 7
**Feldbildvereinfachung**

$r_i$ interessierender Bereich

$r_a$ wirklicher Wandabstand von der Rotationsachse

$r_{red}$ reduzierter Wandabstand

$R_T$ wirklicher Widerstand des Trapezquerschnitts, der zwischen Wand $W$ und interessierendem Bereich liegt

$$R_T = \frac{1}{\tan \alpha} \ln \frac{r_a}{r_i} = \frac{s}{d} \ln \frac{r_a}{r_i}$$

$R_R$ = Widerstand eines reduzierten Rechteckquerschnitts zwischen herangerückter Wand $W'$ und interessierendem Bereich

$$R_R = \frac{r_{red} - r_i}{n\,d} = \frac{a_{red}}{n\,d}$$

$n$ Stufenzahl

Aus $R_R = R_T$ folgt

$$a_{red} = n\,s \ln \frac{r_a}{r_i}$$