Signalflussdiagramm zur Analyse der Ausgleichsvorgänge in Gleichstrom-Nebenschlussmaschinen

Autor(en): **Palit, B.B.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins : gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV) und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)**

Band (Jahr): **63 (1972)**

Heft 26

PDF erstellt am: **29.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-915782

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Signalflussdiagramm zur Analyse der Ausgleichsvorgänge in Gleichstrom-Nebenschlussmaschinen

Von *B. B. Palit*

621.313.223(084.21)

Zwei Ausgleichsvorgänge in einer Gleichstrom-Nebenschlussmaschine werden in dieser Arbeit untersucht, und zwar nach der Methode des Signalflussdiagramms. Zuerst werden die Spannung des Anker- und Erregerkreises sowie das elektromagnetisch entwickelte Drehmoment durch die Differentialgleichungen ausgedrückt. Die Laplace-Transformation formt diese Differentialgleichungen unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen in die entsprechenden algebraischen Gleichungen um. Die letzteren werden dann durch ein Signalflussdiagramm graphisch dargestellt. Die gesuchte Ausgangsgrösse wird mit Hilfe der Übertragungsfunktion des Flussdiagramms zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangsknoten ermittelt. Das Verfahren des Signalflussdiagramms ist besonders nützlich beim Vorliegen von mehreren Eingangssignalen bzw. Rückkopplungen in der Maschine.

Deux phénomènes transitoires dans une machine à courant continu à excitation shunt sont étudiés, en appliquant la méthode du graphe de fluence de signaux. La tension dans les circuits d'induit et d'excitation, ainsi que le couple développé électromagnétiquement, sont tout d'abord exprimés par des équations différentielles. Compte tenu des conditions initiales, la transformation de Laplace convertit ces équations différentielles en équations algébriques, qui sont ensuite représentées par un graphe de fluence de signaux. La grandeur de sortie cherchée est déterminée à l'aide de la fonction de transfert du graphe de fluence, entre les nœuds d'entrée et de sortie. Ce procédé est particulièrement utile quand on a affaire à plusieurs signaux d'entrée ou à des réactions dans la machine.

1. Einleitung

Das von *S. J. Mason* [1; 2; 3][1]) eingeführte Signalflussdiagramm ermöglicht eine ausführliche Darstellung eines Systems im Hinblick auf den Fluss der Signale von einem zum anderen Punkt. In anderen Worten stellt ein Signalflussdiagramm die Beziehungen zwischen den Signalen eines linearen algebraischen Gleichungssystems graphisch dar.

Ursprünglich wurden die Signalflussdiagramme nur an die elektronischen Systeme angewendet. In den letzten Jahren ist die Anwendung des Signalflussdiagramms auf die statistischen, mechanischen, pneumatischen, regelungstechnischen und aerodynamischen Systeme sowie auf die Systeme der Wärmeübertragung und Mikrowellen ausgedehnt worden. Bei der Analyse von elektrischen Maschinen kann das Verfahren des Signalflussdiagramms auch einen wertvollen Dienst leisten, sofern die zu lösenden Probleme linear sind. Im allgemeinen sind jedoch die charakteristischen Gleichungen der Gleichstrommaschinen allein wegen der stromabhängigen Induktivitäten nicht linear. Für das Verständnis eines Ausgleichsvorganges ist aber das Vorliegen einer allgemeinen und geschlossenen Lösung wichtig. Die für die Herleitung der Lösungen notwendige Linearisierung der charakteristischen Gleichungen kann mit einigen vernünftigen Voraussetzungen erreicht werden. Je nach der Richtigkeit der Voraussetzungen werden die Lösungen genügend genaue Resultate für die Praxis liefern.

2. Ausgleichsvorgänge in einer Gleichstrom-Nebenschlussmaschine

Im folgenden seien zwei Ausgleichsvorgänge in einer nebenschlusserregten Gleichstrommaschine untersucht. Dabei wird die Gleichstrommaschine zuerst als Generator und dann als Motor behandelt. Die Hilfswicklungen wie die Wendepol- und die Kompensationswicklung werden weder in den Schaltungen gezeigt noch in den Gleichungen separat in Erwägung gezogen. Die Auswirkungen dieser Wicklungen können analytisch stets durch den Gesamtwiderstand und die effektive Selbstinduktivität des Ankerkreises berücksichtigt werden. Weiterhin wird die Ankerrückwirkung vernachlässigt, weil der Ankerstrom in den betrachteten Ausgleichsvorgängen auf keinen allzu grossen Wert ansteigt.

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

2.1 Transienter Selbsterregungsvorgang eines Generators im Leerlauf

Der Anker des Generators dreht sich mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit Ω. Die Nebenschlusserregerwicklung f wird plötzlich dem Ankerkreis a zugeschaltet (Fig. 1). Der zeitliche Verlauf des Erregerstromes i_f sowie der Ankerklemmenspannung u_a werden gesucht. Die Induktivitäten werden als konstant angenommen.

2.1.1 Spannungsgleichungen. Gemäss Fig. 1 und 2 lassen sich die folgenden Spannungsgleichungen mit p' als Differentialoperator wie folgt aufstellen:

$$u_a = (R_f + L_f p')\, i_f \tag{1}$$

$$u_a = U_R + \Omega M_{af} i_f - (R_a + L_a p')\, i_a = \\ = U_R + \Omega M_{af} i_f - (R_a + L_a p')\, i_f \tag{2}$$

$$U_{a1} = R_f I_{f1} \tag{3}$$

Die Laplace-Transformation der Gl. (1) führt unter Anwendung des Laplace-Operators p zu:

$$\tilde{u}_a = R_f \tilde{i}_f + L_f p \tilde{i}_f - L_f I_{f0} \tag{4}$$

wobei die mit einer Tilde überstrichenen Grössen Bildfunktionen bedeuten.

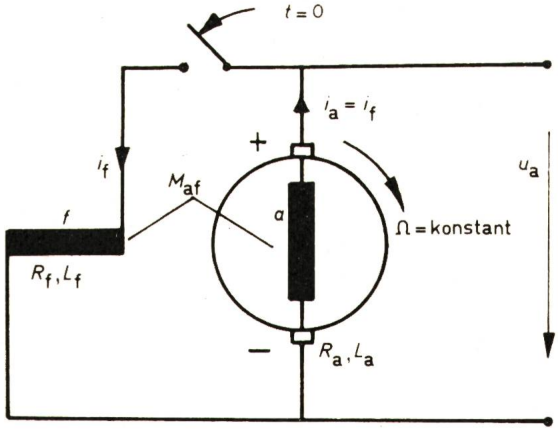


Fig. 1
Elektrisches Schaltbild eines Gleichstrom-Nebenschlussgenerators bei offenem Erreger- und Lastkreis
Bezeichnungen siehe im Text

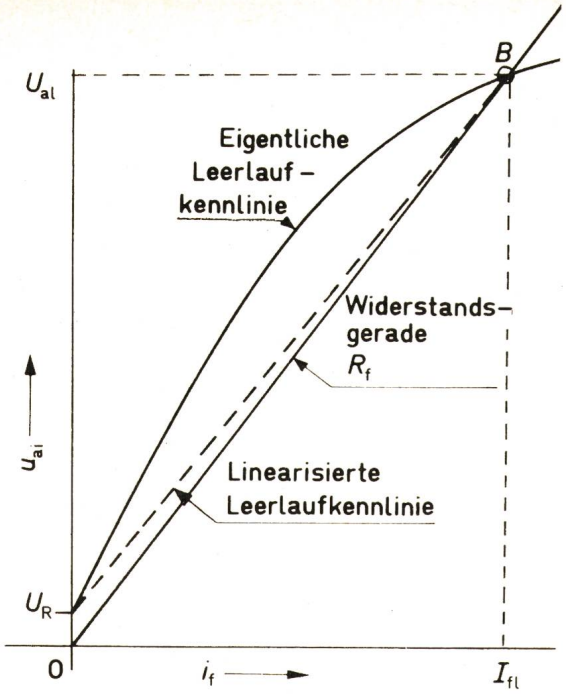


Fig. 2
Eigentliche und idealisierte lineare Leerlaufkennlinie des Nebenschlussgenerators

u_{ai} induzierte Spannung im Anker
U_{al} Leerlaufankerspannung
I_{fl} Leerlauferregerstrom
i_f Erregerstrom
U_R Remanenzspannung
R_f Ohmscher Widerstand des Erregerkreises

Vor Beginn des Vorganges, d. h. bei $t < 0$ ist $I_{f0} = 0$.

Unter Berücksichtigung dieser Anfangsbedingung reduziert sich Gl. (4) zu:

$$\tilde{u}_a = R_f \tilde{i}_f + L_f p i_f \tag{5}$$

Die Laplace-Transformation der Gl. (2) unter Einführung von Gl. (5) ergibt folgende Gleichung im Bildbereich:

$$\frac{U_R}{p} + (\Omega M_{af} - R_a - R_f)\tilde{i}_f - (L_a + L_f) p \tilde{i}_f = 0 \tag{6}$$

Gl. (6) kann nun durch ein Signalflussdiagramm dargestellt werden. Zur Aufzeichnung des Signalflussdiagramms muss aber Gl. (6) noch etwas umgeformt werden. Der Term der gesuchten Grösse i_f, multipliziert mit der höchsten Potenz von p, muss auf die linke Seite der Gleichung gebracht werden. Gemäss diesem Vorgehen lässt sich das Signalflussdiagramm in sehr allgemein nützlicher Form aufzeichnen [4]. Demnach gilt:

$$p\tilde{i}_f = \frac{U_R}{p} \cdot \frac{1}{L_a + L_f} + \frac{\Omega M_{af} - R_a - R_f}{L_a + L_f} \tilde{i}_f \tag{7}$$

2.1.2 Signalflussdiagramm und seine Eigenschaften. Das Signalflussdiagramm gemäss Gl. (5) und (7) ist in Fig. 3 aufgezeichnet. Anhand dieser Figur sei im folgenden das Wesen des Signalflussdiagramms kurz erläutert.

Das Signalflussdiagramm eines Systems ist sozusagen ein Netzwerk mit Knoten (b, c, d, e, g) und gerichteten Zweigen (bc, cd, de, ce, dc, dg). Die Knoten stellen sowohl die abhängigen als auch die unabhängigen Variablen oder Signale $\frac{U_R}{p}$, $p\tilde{i}_f$, $\tilde{i}_f$ und $\tilde{u}_a$, alle im Bildbereich, dar. Die Zweige stellen hingegen die Übertragungsfunktionen $\frac{1}{L_a + L_f}$, $\frac{1}{p}$, R_f, L_f, $\frac{\Omega M_{af} - R_a - R_f}{L_a + L_f}$ und 1 zwischen den Knoten dar. Im allgemeinen werden die Knoten von links nach rechts in der Reihenfolge von Ursachen und Folgen geordnet. Die Signale werden daher in den Zweigen nur in Pfeilrichtung übertragen. Ein Signal, welches längs eines Zweiges fliesst, wird mit der Übertragungsfunktion multipliziert. Zweige, die in einen Knoten münden, werden Eingangszweige, solche, die von einem Knoten wegführen, Ausgangszweige genannt [5]. Der Wert des durch einen Knoten symbolisierten Signals ist gleich der Summe aller Signale seiner Eingangszweige. Der Wert eines Knotens wird über alle seine Ausgangszweige übertragen. Jedes Signalflussdiagramm muss mindestens ein Eingangs- und ein Ausgangssignal haben. Der Knoten des Eingangssignals wird als Eingangsknoten bezeichnet. Die dem Eingangsknoten zugehörigen Zweige sind alle Ausgangszweige. Ähnlicherweise wird der Knoten des Ausgangssignals als Ausgangsknoten genannt. Die dem Ausgangsknoten zugehörigen Zweige sind alle Eingangszweige. In Fig. 3 ist $\frac{U_R}{p}$ ein Eingangssignal oder Eingangsgrösse und $\tilde{i}_f$ sowie $\tilde{u}_a$ sind zwei Ausgangssignale oder Ausgangsgrössen.

Ein Pfad ist ein Weg, der durch die Zusammenlegung einer Reihe von nacheinanderfolgenden gleichgerichteten Zweigen gestaltet wird. bcd ist beispielsweise ein Pfad. Der offene Pfad ist der Weg, der vom Eingangs- zum Ausgangsknoten zurückgelegt wird, ohne dabei irgendein Knoten mehr als einmal begangen zu sein. Der Weg $bcdg$ dient als ein Beispiel des offenen Pfades. Die Übertragungsfunktion eines Pfades ist das Produkt der Übertragungsfunktionen der einzelnen Zweige, welche selbst den Pfad definiert haben. Die Übertragungsfunktion des Pfades bcd ist nämlich $\frac{1}{p(L_a + L_f)}$. Ähnlich lässt sich die Übertragungsfunktion einer Rückkopplungsschleife durch das Produkt der Übertragungsfunktionen der einzelnen Zweige der Schleife bestimmen. Hat man die Übertragungsfunktionen aller Zweige, Pfade und Rückkopplungsschleifen zur Verfügung, so kann die Gesamtübertragungsfunktion des Signalflussdiagramms zwischen einem Eingangs- und einem Ausgangssignal gemäss Masonscher Formel, deren Beweis in [3] enthalten ist, bestimmt werden, wonach

$$T_{ij} = \frac{\text{Ausgangssignal}}{\text{Eingangssignal}} = \frac{\Sigma_k P_k \Delta_k}{\Delta} \tag{8}$$

Dabei gelten [6]:

T_{ij} Gesuchte Übertragungsfunktion zwischen dem Eingangsknoten i und dem Ausgangsknoten j

Δ Determinante des Signalflussdiagramms

$\Delta = 1 -$ (Summe der Übertragungsfunktionen der einzelnen Rückkopplungsschleifen) + (Summe der Produkte aus den Übertragungsfunktionen von zwei gegenseitig nichtberührenden Rückkopplungsschleifen in allen möglichen Kombinationen) – (Summe der Produkte aus den Übertragungsfunktionen von drei gegenseitig nichtberührenden Rückkopplungsschleifen in allen möglichen Kombinationen) + ...

P_k Übertragungsfunktion des k-ten offenen Pfades, der den Knoten i mit dem Knoten j in Richtung der Pfeile verbindet

Δ_k Unterdeterminante von Δ für den k-ten offenen Pfad = Der Wert von Δ für den Teil des Diagramms, das den k-ten offenen Pfad nicht berührt.

Es sei an dieser Stelle bemerkt, dass sich zwei Schleifen oder zwei Teile des Signalflussdiagramms gegenseitig nicht berühren, wenn sie keine gemeinsamen Knoten haben.

2.1.3 Verlauf des Erregerstromes. Aus Fig. 3 ist ersichtlich, dass es nur eine einzige Rückkopplungsschleife gibt. Die Übertragungsfunktion dieser Schleife, cdc, ist:

$$L_1 = \frac{\Omega M_{af} - R - R_f}{p(L_a + L_f)} \tag{9}$$

Die Determinante des Flussdiagramms ist:

$$\Delta = 1 - L_1 = \frac{p(L_a + L_f) - \Omega M_{af} + R_a + R_f}{p(L_a + L_f)} \tag{10}$$

Die Anzahl der offenen Pfade von der Eingangsgrösse U_R/p (Knoten b) zur Ausgangsgrösse $\tilde{i}_f$ (Knoten g) ist gleich eins, d. i. der Pfad $bcdg$. Dieser offene Pfad berührt aber die einzige Rückkopplungsschleife cdc. Infolgedessen ist die Unterdeterminante dieses offenen Pfades

$$\Delta_1 = 1 \tag{11}$$

Die Übertragungsfunktion des offenen Pfades

$$P_1 = \frac{1}{p(L_a + L_f)} \tag{12}$$

Die Übertragungsfunktion zwischen den Knoten b und g gemäss Gl. (8) lautet dann nach Einsetzen der Gl. (10), (11) und (12) wie folgt:

$$T_{bg} = \frac{\tilde{i}_f}{\frac{U_R}{p}} = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{P_1}{\Delta} = \frac{1}{p(L_a + L_f) - \Omega M_{af} + R_a + R_f} \tag{13}$$

Aus Gl. (13) kann nun der transiente Erregerstromverlauf beim Selbsterregungsvorgang ermittelt werden. Zur Vereinfachung des Ausdruckes des Erregerstromes sei an dieser Stelle die Zeitkonstante τ_s des Selbsterregungskreises eingeführt.

$$\tau_s = \frac{L_a + L_f}{R_a + R_f - \Omega M_{af}} \tag{14}$$

Die Bildfunktion $\tilde{i}_f$ lautet dann nach Einsetzen der Gl. (14) in Gl. (13) wie folgt:

$$\tilde{i}_f = \frac{U_R}{R_a + R_f - \Omega M_{af}} \cdot \frac{1}{p(p\tau_s + 1)} \tag{15}$$

Die Rücktransformation [7] der Gl. (15) in den Zeitbereich mit gleichzeitiger Einführung des stationären Leerlauferregerstromes

$$I_{f1} = \frac{U_R}{R_a + R_f - \Omega M_{af}} \tag{16}$$

ergibt

$$i_f = I_{f1}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_s}}\right) \tag{17}$$

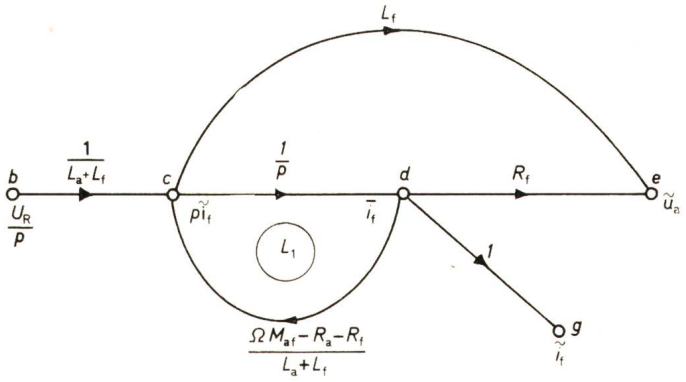


Fig. 3
Signalflussdiagramm eines Gleichstrom-Nebenschlussgenerators beim Selbsterregungsvorgang im Leerlauf
Bezeichnungen siehe im Text

Grenzwerte:

Bei $t = 0$: $i_f(0)$ = Erregerstrom vor dem Einschalten $= 0$ (18)

$t \to \infty$: $i_f(\infty)$ = stationärer Leerlauferregerstrom $= I_{f1}$

Der Erregerstrom steigt exponentiell von Null mit der Zeitkonstante τ_s des Selbsterregungskreises an und erreicht im Dauerzustand den stationären Leerlauferregerstrom I_{f1} (Fig. 2).

2.1.4 Verlauf der Ankerklemmenspannung. Aus Fig. 3 ist zu erkennen, dass die Anzahl der offenen Pfade vom Eingangssignal U_R/p bis zum Ausgangssignal $\tilde{u}_a$ gleich zwei ist. Diese sind: $bcde$ und bce. Da die beiden offenen Pfade die einzige Rückkopplungsschleife cdc berühren, gelten für die Unterdeterminanten der beiden offenen Pfade:

$$\Delta_1 = 1 \qquad \Delta_2 = 1 \tag{19}$$

Die Übergangsfunktionen der beiden offenen Pfade sind die folgenden:

$$P_1 = \frac{R_f}{p(L_a + L_f)} \qquad P_2 = \frac{L_f}{L_a + L_f} \tag{20}$$

Die Übertragungsfunktion zwischen dem Eingangsknoten b und dem Ausgangsknoten e lautet gemäss Masonscher Formel und unter Berücksichtigung der Gl. (19) und (20) wie folgt:

$$T_{be} = \frac{\tilde{u}_a}{\frac{U_R}{p}} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{R_f + L_f p}{p(L_a + L_f) - \Omega M_{af} + R_a + R_f} \tag{21}$$

Die Bildfunktion $\tilde{u}_a$ aus Gl. (21) lautet nun unter Einführung der Gl. (14) und (16) und nach einigen Vereinfachungen wie folgt:

$$\tilde{u}_a = \frac{R_f I_{f1}}{p(1 + p\tau_s)} + \frac{L_f I_{f1}}{1 + p\tau_s} \tag{22}$$

Die Rücktransformation [7] der Gl. (22) in den Zeitbereich führt zu:

$$u_a = R_f I_{f1}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_s}}\right) + \frac{L_f}{L_a + L_f} U_R e^{-\frac{t}{\tau_s}} \tag{23}$$

Grenzwerte:

Bei $t = 0$: $u_a(0) = \frac{L_f}{L_a + L_f} U_R$

$t \to \infty$: $u_a(\infty)$ = stationäre Leerlaufspannung entsprechend dem Betriebspunkt B (Fig. 2) $= R_f I_{f1} = U_{a1}$ (24)

Aus Gl. (24) geht hervor, dass nach dem Einschalten des Schalters im Erregerkreis die Klemmenspannung von der Remanenzspannung U_R sofort auf $\frac{L_f}{L_a + L_f} U_R$ absinkt und dann auf die stationäre Leerlaufspannung U_{a1} exponentiell ansteigt.

2.2 Plötzliche mechanische Belastung eines leerlaufenden Motors

Ein nebenschlusserregter Gleichstrommotor, der an einem Netz mit konstanter Spannung U angeschlossen ist, befindet sich im Leerlauf. Es wird angenommen, dass die Leerlaufverluste nur aus den Reibungsverlusten bestehen. Das entsprechende Reibungsdrehmoment M_{dr} wird im betrachteten Dreh-

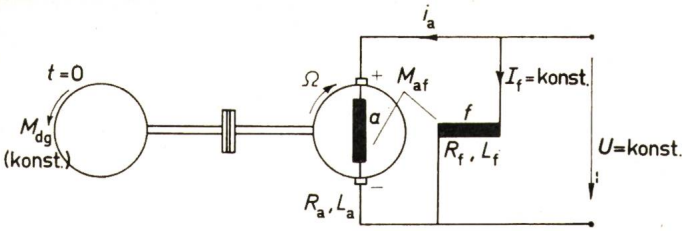


Fig. 4
Elektrisches Schaltbild eines nebenschlusserregten Gleichstrommotors bei schematischer Darstellung der mechanischen Belastung
Bezeichnungen siehe im Text

zahlbereich als konstant vorausgesetzt. Der Motor wird plötzlich belastet. Die mechanische Belastung wird durch ein konstantes Gegendrehmoment M_{dg} gekennzeichnet, das betragsmässig dem Nenndrehmoment entspricht. Der transiente Drehzahl- und Ankerstromverlauf wird gesucht.

2.2.1 Spannungs- und Drehmomentgleichungen. Unter Voraussetzung der konstanten Induktivitäten lauten die Spannungsgleichungen gemäss Fig. 4 und die Drehmomentgleichungen wie folgt:

$$U = \Omega M_{af} I_f + (R_a + L_a p') i_a \tag{25}$$
$$U = R_f I_f \tag{26}$$
$$M_{de} = Jp'\Omega + M_{dg} + M_{dr} \tag{27}$$
$$M_{de} = M_{af} I_f i_a \tag{28}$$
$$M_{dr} = M_{af} I_f I_{a0} \tag{29}$$

M_{de} ist das elektromagnetisch entwickelte Drehmoment. Gl. (28) wird in Gl. (27) eingesetzt. Man erhält:

$$M_{af} I_f i_a = Jp'\Omega + M_{dg} + M_{dr} \tag{30}$$

Die Laplace-Transformation der Gl. (25) und (30) ergibt unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen folgende Gleichungen im Bildbereich:

$$\frac{U}{p} = \tilde{\Omega} M_{af} I_f + (R_a + L_a p)\tilde{i}_a - L_a I_{a0} \tag{31}$$

$$M_{af} I_f \tilde{i}_a = Jp\tilde{\Omega} - J\Omega_0 + \frac{M_{dg} + M_{dr}}{p} \tag{32}$$

Gl. (31) und (32) können zur Aufzeichnung des Signalflussdiagramms ähnlich wie Gl. (7) gestaltet werden. Aus Gl. (32) folgt:

$$p\tilde{\Omega} = \Omega_0 + \frac{M_{af} I_f}{J}\tilde{i}_a - \frac{1}{J}\cdot\frac{M_{dg} + M_{dr}}{p} \tag{33}$$

Aus Gl. (31) folgt:

$$p\tilde{i}_a = \frac{1}{L_a}\cdot\frac{U}{p} + I_{a0} - \frac{R_a}{L_a}\tilde{i}_a - \frac{M_{af} I_f}{L_a}\tilde{\Omega} \tag{34}$$

2.2.2 Signalflussdiagramm und seine Determinante. Das Signalflussdiagramm entsprechend Gl. (33) und (34) ist in Fig. 5 dargestellt. Auf dem Signalflussdiagramm ist ersichtlich, dass es vier Eingangssignale und zwei Ausgangssignale gibt. Die Eingangssignale $\frac{U}{p}$, I_{a0}, Ω_0 und $\frac{M_{dg} + M_{dr}}{p}$ sind den Eingangsknoten b, r, x und q zugeordnet. Die Ausgangssignale $\tilde{\Omega}$ und $\tilde{i}_a$ sind dagegen den Ausgangsknoten h und y zugeordnet. Es gibt zwei Rückkopplungsschleifen: cdc und $cdegc$. Die Übertragungsfunktionen dieser Schleifen sind wie folgt:

$$L_1 = -\frac{R_a}{L_a p}$$
$$L_2 = -\frac{M_{af}^2 I_f^2}{JL_a p^2} \tag{35}$$

Diese beiden Rückkopplungsschleifen berühren sich am Zweig cd. Daher gibt es also keinen Term mit $L_1 L_2$ im Ausdruck der Determinante des Signalflussdiagramms. Die Determinante lautet folgendermassen:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2) = 1 + \frac{R_a}{L_a p} + \frac{M_{af}^2 I_f^2}{JL_a p^2} \tag{36}$$

2.2.3 Verlauf der Drehzahl. Alle vier Eingangssignale beeinflussen den Verlauf der Drehzahl. Um $\tilde{\Omega}$ zu bestimmen, muss man also die einzelnen Übertragungsfunktionen zwischen den Eingangsknoten b, r, x und q und dem Ausgangsknoten h ermitteln. Jedes Eingangssignal hat nur einen einzigen offenen Pfad. Die offenen Pfade von Knoten b und r berühren die beiden Schleifen. Die offenen Pfade von Knoten x und q berühren hingegen nur die grössere Schleife, deren Übertragungsfunktion L_2 ist. Mit den Bezeichnungen $\tilde{\Omega}_1$, $\tilde{\Omega}_2$, $\tilde{\Omega}_3$ und $\tilde{\Omega}_4$ als die einzelnen Beiträge der vier Eingangssignale zur Drehzahl im Bildbereich lauten die Übertragungsfunktionen zwischen den Eingangs- und Ausgangsknoten unter Anwendung von Gl. (35) und (36) wie folgt:

$$T_{bh} = \frac{\tilde{\Omega}_1}{\frac{U}{p}} = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{P_1}{\Delta} = \frac{\frac{M_{af} I_f}{JL_a p^2}}{1 + \frac{R_a}{L_a p} + \frac{M_{af}^2 I_f^2}{JL_a p^2}}$$

$$T_{rh} = \frac{\tilde{\Omega}_2}{I_{a0}} = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{P_1}{\Delta} = \frac{\frac{M_{af} I_f}{Jp^2}}{1 + \frac{R_a}{L_a p} + \frac{M_{af}^2 I_f^2}{JL_a p^2}} \tag{37}$$

$$T_{xh} = \frac{\tilde{\Omega}_3}{\Omega_0} = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{P_1 (1 - L_1)}{\Delta} = \frac{\frac{1}{p}\left(1 + \frac{R_a}{L_a p}\right)}{1 + \frac{R_a}{L_a p} + \frac{M_{af}^2 I_f^2}{JL_a p^2}}$$

$$T_{qh} = \frac{\tilde{\Omega}_4}{\frac{M_{dg} + M_{dr}}{p}} = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{P_1 (1 - L_1)}{\Delta} = \frac{-\frac{1}{Jp}\left(1 + \frac{R_a}{L_a p}\right)}{1 + \frac{R_a}{L_a p} + \frac{M_{af}^2 I_f^2}{JL_a p^2}}$$

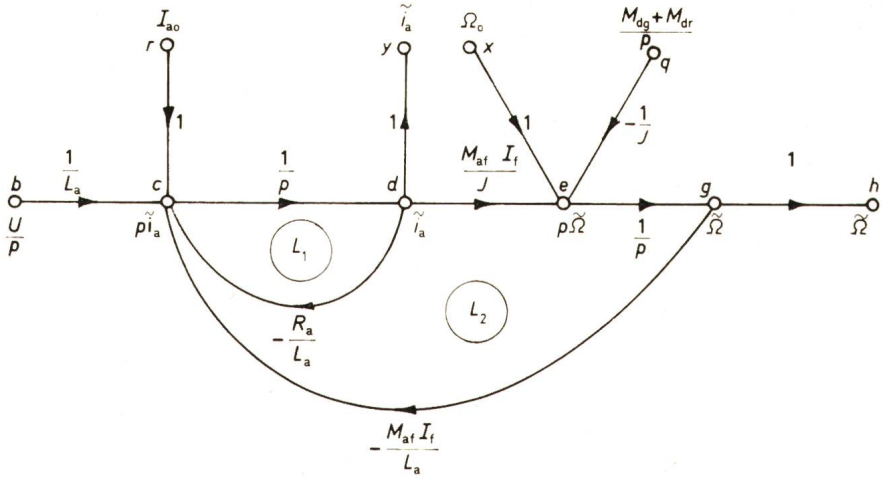
Man erhält die Bildfunktion $\tilde{\Omega}$ durch die Überlagerung der vier Signale $\tilde{\Omega}_1$, $\tilde{\Omega}_2$, $\tilde{\Omega}_3$ und $\tilde{\Omega}_4$. Somit folgt aus Gl. (37):

$$\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}_1 + \tilde{\Omega}_2 + \tilde{\Omega}_3 + \tilde{\Omega}_4 = \tag{38}$$
$$= T_{bh}\frac{U}{p} + T_{rh} I_{a0} + T_{xh}\Omega_0 + T_{qh}\frac{M_{dg} + M_{dr}}{p} = \frac{M_{af} I_f U + M_{af} I_f I_{a0} L_a p + J\Omega_0 p(R_a + L_a p) - (M_{dg} + M_{dr})(R_a + L_a p)}{p(JL_a p^2 + JR_a p + M_{af}^2 I_f^2)}$$

Zur Vereinfachung des Ausdruckes in Gl. (38) werden folgende Abkürzungen eingesetzt. Die mechanische Zeitkonstante τ_m wird definiert durch:

$$\tau_m = \frac{JR_a}{M_{af}^2 I_f^2} \tag{39}$$

Fig. 5
Signalflussdiagramm eines leerlaufenden Gleichstrom-Nebenschlussmotors bei plötzlicher mechanischer Belastung
Bezeichnungen siehe im Text



Die Zeitkonstante des Ankerkreises ist:

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a} \tag{40}$$

Es wird angenommen, dass die induzierte Spannung im Anker beim Leerlauf der Netzspannung gleich ist. Das heisst:

$$\Omega_0 M_{af} I_f = U \tag{41}$$

Unter Benützung der Gl. (39) und (40) reduziert sich der Nenner zu folgender Form:

$$\text{Nenner} = \frac{JR_a p}{\tau_m}(1 + \tau_m p + \tau_a \tau_m p^2)$$

Da in der Praxis $\tau_a \ll \tau_m$ ist, kann der Nenner annähernd wie folgt erweitert werden:

$$\text{Nenner} \approx \frac{JR_a p}{\tau_m}(1 + \tau_a p)\ (1 + \tau_m p)$$

Unter Benützung des erweiterten Nenners und der Gl. (29), (39) und (40) im Zähler kann nun Gl. (38) für die Rücktransformation bereitgestellt werden.

$$\tilde{\Omega} = \Omega_0 \frac{1}{p(1+\tau_a p)(1+\tau_m p)} + \frac{M_{dr}\tau_a\tau_m}{J} \cdot \frac{1}{(1+\tau_a p)(1+\tau_m p)} + \Omega_0 \tau_m \frac{1}{1+\tau_m p} - \frac{(M_{dg}+M_{dr})\tau_m}{J} \cdot \frac{1}{p(1+\tau_m p)} \tag{42}$$

Die Rücktransformation [7] der Gl. (42) liefert die folgende Zeitfunktion der Ankerdrehzahl n, wobei die Terme mit gleicher Exponentialfunktion zusammengefasst sind:

$$n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\left[\Omega_0 - \frac{(M_{dg}+M_{dr})\tau_m}{J} + \left\{\frac{\Omega_0\tau_a}{\tau_m-\tau_a} - \frac{M_{dr}\tau_a\tau_m}{J(\tau_m-\tau_a}\right\} e^{-\frac{t}{\tau_a}} + \right.$$
$$\left. + \left\{\Omega_0 - \frac{\Omega_0\tau_m}{\tau_m-\tau_a} + \frac{M_{dr}\tau_a\tau_m}{J(\tau_m-\tau_a)} + \frac{(M_{dg}+M_{dr})\tau_m}{J}\right\} e^{-\frac{t}{\tau_m}}\right] \tag{43}$$

Wird die Bedingung $\tau_m \gg \tau_a$ angewendet, so reduziert sich Gl. (43) folgendermassen:

$$n = \frac{1}{2\pi}\left[\Omega_0 - \frac{(M_{dg}+M_{dr})\tau_m}{J} - \frac{M_{dr}\tau_a}{J} e^{-\frac{t}{\tau_a}} + \right.$$
$$\left. + \frac{(M_{dg}+M_{dr})\tau_m + M_{dr}\tau_a}{J} e^{-\frac{t}{\tau_m}}\right] \tag{44}$$

Grenzwerte:

$$\text{Bei } t = 0: \quad n(0) = \text{Leerlaufdrehzahl} = \frac{\Omega_0}{2\pi} = n_0 \tag{45}$$

$$t \to \infty: \quad n(\infty) = \text{stationäre Drehzahl unter Nennbelastung}$$
$$= \frac{1}{2\pi}\left[\Omega_0 - \frac{(M_{dg}+M_{dr})\tau_m}{J}\right]$$

Die Ankerdrehzahl sinkt exponentiell, praktisch mit der Zeitkonstante τ_m, von der Leerlaufdrehzahl n_0 auf die um $\frac{(M_{dg}+M_{dr})\tau_m}{2\pi J}$ verminderte Drehzahl ab.

2.2.4 Verlauf des Ankerstromes. Ähnlich wie bei der Drehzahl muss auch in diesem Fall die Übertragungsfunktion zwischen den Eingangsknoten b, r, x und q und dem Ausgangsknoten y bestimmt werden. Aus jedem der vier Eingangsknoten führt jeweils nur ein einziger offener Pfad zum Ausgangsknoten. Es gilt deshalb $\Sigma P_k = P_1$. Alle vier offenen Pfade berühren die beiden Rückkopplungsschleifen. Somit ist die Unterdeterminante Δ_1 in allen Fällen gleich eins. Gleicherweise wie im vorhergehenden Abschnitt werden die Beiträge der vier Eingangssignale zum Ankerstrom im Bildbereich wie folgt bezeichnet: $\tilde{i}_{a1}$, $\tilde{i}_{a2}$, $\tilde{i}_{a3}$ und $\tilde{i}_{a4}$. Die Übertragungsfunktionen zwischen den Eingangsknoten und dem Ausgangsknoten lauten nach Masonscher Formel folgendermassen:

$$T_{by} = \frac{\tilde{i}_{a1}}{\frac{U}{p}} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{P_1}{\Delta} = \frac{\frac{1}{L_a p}}{1 + \frac{R_a}{L_a p} + \frac{M_{af}^2 I_f^2}{JL_a p^2}}$$

$$T_{ry} = \frac{\tilde{i}_{a2}}{I_{a0}} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} - \frac{P_1}{\Delta} = \frac{\frac{1}{p}}{1 + \frac{R_a}{L_a p} + \frac{M_{af}^2 I_f^2}{JL_a p^2}}$$

$$T_{xy} = \frac{\tilde{i}_{a3}}{\Omega_0} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{P_1}{\Delta} = \frac{-\frac{M_{af}I_f}{L_a p^2}}{1 + \frac{R_a}{L_a p} + \frac{M_{af}^2 I_f^2}{JL_a p^2}} \tag{46}$$

$$T_{qy} = \frac{\tilde{i}_{a4}}{\frac{M_{dg}+M_{dr}}{p}} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{P_1}{\Delta} = \frac{\frac{M_{af}I_f}{JL_a p^2}}{1 + \frac{R_a}{L_a p} + \frac{M_{af}^2 I_f^2}{JL_a p^2}}$$

Das Signal $\tilde{i}_a$ ist die Summe der Signale $\tilde{i}_{a1}$, $\tilde{i}_{a2}$, $\tilde{i}_{a3}$ und $\tilde{i}_{a4}$. Aus Gl. (46) folgt dann für den Ankerstrom im Bildbereich:

$$\tilde{i}_a = \tilde{i}_{a1} + \tilde{i}_{a2} + \tilde{i}_{a3} + \tilde{i}_{a4} =$$

$$= T_{by}\frac{U}{p} + T_{ry} I_{a0} + T_{xy}\,\Omega_0 + T_{qy}\frac{M_{dg} + M_{dr}}{p} =$$

$$= \frac{JL_a I_{a0} p^2 + M_{af} I_f (M_{dg} + M_{dr})}{p(JL_a p^2 + JR_a p + M_{af}^2 I_f^2)} \tag{47}$$

Nach Einsetzen der Zeitkonstante τ_m aus Gl. (39) und τ_a aus Gl. (40) und unter Benützung des erweiterten Nenners vom vorhergehenden Abschnitt kann Gl. (47) wie folgt in rücktransformierbarer Form ausgedrückt werden:

$$\tilde{i}_a = I_{a0}\tau_a\tau_m \frac{p}{(1+\tau_a p)(1+\tau_m p)} + \frac{M_{dg}+M_{dr}}{M_{af} I_f} \cdot \frac{1}{p(1+\tau_a p)(1+\tau_m p)} \tag{48}$$

Die Rücktransformation [7] liefert folgende Zeitfunktion für i_a:

$$i_a = I_{a0}\,\tau_a\,\tau_m \left[\frac{\tau_m e^{-\frac{t}{\tau_a}} - \tau_a e^{-\frac{t}{\tau_m}}}{\tau_a\,\tau_m(\tau_m - \tau_a)}\right] + \frac{M_{dg} + M_{dr}}{M_{af} I_f}\left[1 + \frac{\tau_a e^{-\frac{t}{\tau_a}} - \tau_m e^{-\frac{t}{\tau_m}}}{\tau_m - \tau_a}\right] \tag{49}$$

Durch Einsetzen der Gl. (29) und Anwendung der Bedingung $\tau_m \gg \tau_a$ kann Gl. (49) wie folgt vereinfacht ausgedrückt werden:

$$i_a = I_{a0} + I_{a0}\left(e^{-\frac{t}{\tau_a}} - e^{-\frac{t}{\tau_m}}\right) + \frac{M_{dg}}{M_{af} I_f}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}}\right) \tag{50}$$

Grenzwerte:

Bei $t = 0$: $i_a(0)$ = Leerlaufankerstrom = I_{a0}

$t \to \infty$: $i_a(\infty)$ = stationärer Ankerstrom unter Nennbelastung

$$= I_{a0} + \frac{M_{dg}}{M_{af} I_f} \tag{51}$$

Der Ankerstrom steigt exponentiell, praktisch mit der Zeitkonstante τ_m, vom Leerlauf auf den Nennbelastungsstrom an.

3. Schlussfolgerung

Das Verfahren des Signalflussdiagramms erlaubt die elektrische Maschine als ein lineares Netzwerk zu behandeln. Ein physikalisches Problem, welches sich mit simultanen linearen Gleichungen ausdrücken lässt, kann stets durch ein Signalflussdiagramm dargestellt und direkt anhand des Diagramms gelöst werden. In diesem Sinne ist das Signalflussdiagramm ein graphischer Ersatz für die Kramersche Regel [8], die für die Lösung von simultanen algebraischen Gleichungen angewendet wird. Da die Methode des Signalflussdiagramms eine graphische Methode ist, stellt sie einerseits die gegenseitigen Beziehungen zwischen den Variablen und den Parametern eines Maschinensystems übersichtlich dar, und andererseits führt sie zu schnellen und zuverlässigen Lösungen der physikalischen Probleme. Die graphischen Lösungen haben im allgemeinen einen grossen didaktischen Wert, weil das Verhalten der physikalischen Systeme sehr oft durch graphische Methoden besser erklärt werden kann.

Literatur

[1] *S. J. Mason:* Feedback theory — some properties of signal flow graphs. Proc. IRE 41(1953)9, p. 1144...1156.

[2] *S. J. Mason:* Feedback theory — further properties of signal flow graphs. Proc. IRE 44(1956)7, p. 920...926.

[3] *S. J. Mason* and *H. J. Zimmermann:* Electronic circuits, signals and systems. New York/London, John Wiley, 1960.

[4] *J. R. Ward* and *R. D. Strum:* The signal flow graph in linear system analysis. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1968.

[5] *H. Schwarz:* Mehrfachregelungen: Grundlagen einer Systemtheorie. 1. Band. Berlin/Heidelberg/New York, Springer-Verlag, 1967.

[6] *B. C. Kuo:* Automatic control systems. Second edition. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1967.

[7] *G. Doetsch:* Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation. Zweite Auflage. München, R. Oldenbourg, 1961.

[8] *L. A. Pipes:* Applied mathematics for engineers and physicists. Second edition. New York/Toronto/London, McGraw-Hill, 1958.

Adresse des Autors:

Dr.-Ing. *B. B. Palit,* Institut für Elektrische Maschinen der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, Sonneggstrasse 3, 8006 Zürich.