Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 63 (1972)

Heft: 15

Artikel: Le moteur linéaire : développement théorique et applications

Autor: Jufer, M. / Wavre, N.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-915717

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Le moteur linéaire

Développement théorique et applications

Par *M. Jufer* et *N. Wavre*, Lausanne

621.313.282

Une méthode de calcul tenant compte simultanément des effets pelliculaire, de bord et d'extrémité est la condition nécessaire pour parvenir à un dimensionnement optimum des moteurs linéaires. La méthode décrite remplit complètement ces conditions. Divers exemples de son application montrent les propriétés spécifiques de ce moteur et permettent d'envisager des solutions pour l'amélioration du rendement.

La comparaison calcul–mesure pour divers prototypes originaux permet de vérifier la validité de la méthode.

Eine notwendige Voraussetzung, um zu einer optimalen Dimensionierung für Linearmotoren zu gelangen, ist eine Rechenmethode, welche gleichzeitig die Einflüsse der Stromverdrängung und diejenigen der endlichen Breite und Länge des Motors miteinander in Beziehung bringt. Die beschriebene Methode erfüllt alle diese Bedingungen vollständig. Verschiedene Beispiele ihrer Anwendung zeigen die spezifischen Eigenschaften dieses Motors und gestatten, Lösungen zur Verbesserung des Wirkungsgrades in Betracht zu ziehen.

Der Vergleich Rechnung – Messung für verschiedene Prototypen gestattet, die Gültigkeit der Methode nachzuprüfen.

Liste des symboles

a	$\frac{1}{2}\varepsilon + \delta$	m
B	induction magnétique	T
C_n, K_n	coefficients de modulation	
D, D_n	constante d'intégration	
E	champ électrique	V/m
F	poussée	N
f	fréquence	Hz
h	hauteur (selon x)	m
i, I	courant	A
J	densité de courant	A/m²
k_b	facteur de bobinage	
l	longueur	m
l'	½ période de modulation	m
m	nombre de phases	
n	nombre entier	
N	nombre de spires en série par phase	
p	nombre de paires de pôles	
P	puissance	W
$\vec{P}'$	vecteur de Poynting	W/m²
R	résistance — constante d'intégration	Ω
s	glissement	
t	temps	s
v	vitesse	m/s
V	potentiel vecteur	Vs/m
x, y, z	coordonnées cartésiennes	m
Z	impédance	Ω
α, β	constantes	
δ	entrefer	m
$\vec{\Delta}$	Laplacien vecteur	
ε	épaisseur de l'induit	m
Γ	fonction de modulation	
θ	potentiel magnétique	A
λ_n	$(\pi^2/\tau^2 + \pi^2 \cdot n^2/h_r^2)^{1/2}$	m⁻¹
λ'_n	$n\,\pi/l' + \pi/\tau$	m⁻¹
μ_0	perméabilité du vide	Vs/Am
μ	perméabilité de l'induit	Vs/Am
ξ	$(\pi^2/\tau^2 + \mathrm{j}\, s\,\omega\,\mu\,/\,\varrho)^{1/2}$	m⁻¹
ξ_n	$(\lambda_n^2 + \mathrm{j}\, s\,\omega\,\mu\,/\,\varrho)^{1/2}$	m⁻¹
ξ'_n	$(\lambda'^2_n + \mathrm{j}\, s_n\,\omega\,\mu\,/\,\varrho)^{1/2}$	m⁻¹
ϱ	résistivité	Ωm
τ	pas polaire	m
ω	pulsation	s⁻¹
Ω	$e^{\mathrm{j}\left(\frac{\pi y}{\tau} + \omega t\right)}$	
Ω'	$e^{\mathrm{j}\left(\frac{\pi y}{\tau} + s\omega t\right)}$	

Indices

a	actif
n	d'ordre n
p	d'ordre p
q	réactif
r	induit
s	inducteur
x, y, z	selon la direction x, y ou z
1	inducteur 1
2	inducteur 2
∞	relatif au cas ∞
δ	entrefer

Opérateurs

$\underline{Z}$	nombre complexe (lorsqu'il y a ambiguïté)
$\underline{Z}^*$	conjugué complexe
Λ	produit vectoriel

1. Introduction

Le moteur linéaire à induction est connu de longue date dans son principe. Un brevet a été pris pour un tel moteur en 1891 déjà. Néanmoins aucune application marquante n'a été enregistrée jusqu'à ces dernières années. Malgré des avantages indéniables, ce manque d'intérêt s'explique par diverses raisons:

— les ressources incomplètement exploitées des solutions classiques;
— les caractéristiques de rendement peu favorables de tels moteurs, surtout s'ils sont dimensionnés selon les mêmes critères qu'une machine tournante;
— les difficultés techniques d'une étude approfondie.

Actuellement, les notions de service rendu et de fiabilité prenant souvent le pas sur celles de rendement, le moteur linéaire peut apporter des solutions nouvelles permettant de prolonger certaines techniques classiques. On peut distinguer deux types principaux de débouchés pour de tels moteurs:

— la traction électrique de voyageurs et marchandises;
— la manutention et les applications spéciales (machines-outils, commandes, etc.).

Le premier type de ces applications, bien que le plus spectaculaire, est appelé à des développements à moyen ou long terme dans le domaine de la traction à grande vitesse ou des transports urbains. En revanche, dans le domaine de la manutention et des applications spéciales, de nombreux débouchés peuvent faire leur apparition à court terme.

Le principal but poursuivi dans le cadre de travaux de recherche et de l'enseignement (projets, diplômes) est le développement théorique de tels moteurs. En particulier, des méthodes spécifiques de calcul précises et le développement de techniques d'amélioration de rendement présentent un intérêt certain pour l'industrie.

2. Buts d'une étude théorique

La prédétermination exacte des caractéristiques d'une machine électrique permet d'éviter des sur-ou sous-dimensionnements conduisant à un prix exagéré ou à un fonctionnement non satisfaisant.

Il n'est pas possible d'utiliser, pour un moteur linéaire, les méthodes traditionnelles de calcul du moteur asynchrone tournant, par suite des différences essentielles suivantes:

— confusion des circuits électrique et magnétique de l'induit pour le moteur linéaire alors qu'ils sont distincts pour le moteur tournant;
— longueur limitée de l'inducteur qui n'est plus fermé sur lui-même.

Le second de ces points rend l'étude du moteur linéaire particulièrement délicate et impose les plus grandes différences eu égard au moteur tournant. Le recours au calcul par ordinateur est absolument indispensable.

Il est possible de dissocier la partie théorique de l'étude en trois étapes:

a) Induit de dimensions longitudinale et transversale infinies, mais d'épaisseur limitée.
b) Inducteurs et induit de dimensions transversales limitées (effet de bord).
c) Inducteurs de longueur limitée (effet d'extrémité).

En dernière étape, la synthèse des divers cas de limitation permettra d'analyser le comportement complet du moteur. Les étapes intermédiaires sont cependant indispensables pour agir au mieux sur les divers paramètres.

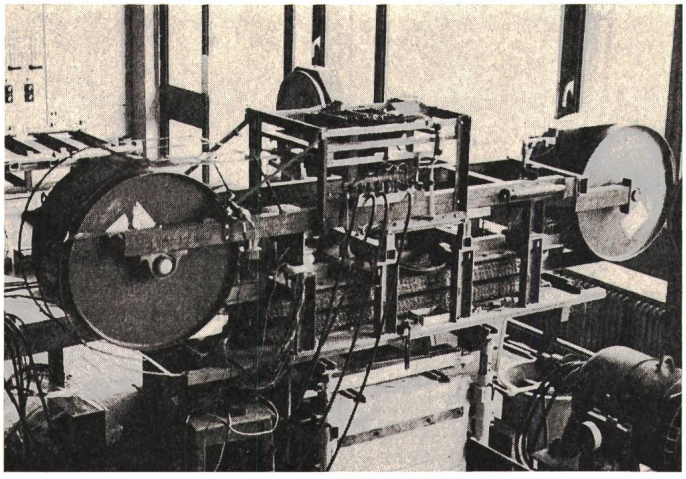

Fig. 1
Piste d'essai à induit mobile (bande transporteuse en cuivre)
(Moteurs jusqu'à 30 kVA)

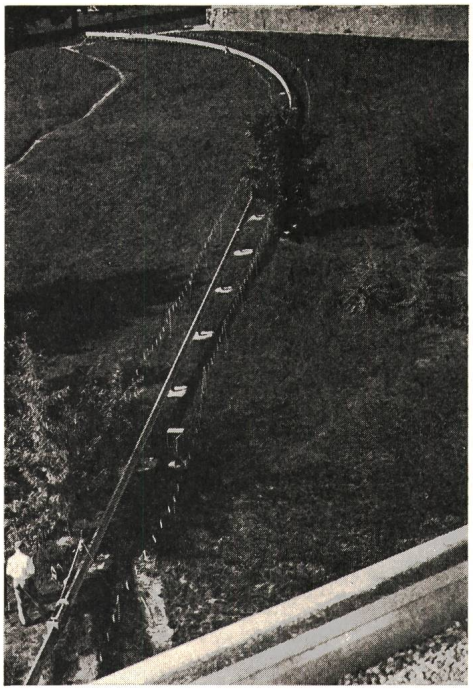

Fig. 2
Piste d'essai dynamique de 84 m pour moteurs 15 et 30 kVA — 6 et 12 m/s

Finalement, les résultats théoriques devront être confrontés à la réalité. C'est la raison pour laquelle deux pistes d'essai ont été créées:

— une bande transporteuse caractérisée par un induit mobile fermé sur lui-même (fig. 1). Un tel dispositif permet en particulier d'effectuer des relevés de la distribution de l'induction à divers glissements et d'ajuster la charge de façon indépendante.
— Une piste d'essai pour inducteurs mobiles (fig. 2), permettant de réaliser une vérification dynamique des caractéristiques.

3. Hypothèses générales et méthodes choisies

L'étude rigoureuse et complète d'un moteur linéaire ne peut consister qu'en la résolution numérique des relations de Maxwell dans tout l'espace machine et pour chaque état particulier. Cette méthode n'est pas utilisable de façon rationnelle.

Moyennant un nombre limité d'hypothèses généralement non restrictives, il est possible de résoudre littéralement les équations de Maxwell dans l'induit et l'entrefer du moteur. Ces hypothèses générales sont les suivantes:

— induit homogène de résistivité et perméabilité constantes; il peut éventuellement être constitué de couches uniformes de matériaux différents. Seul le cas (rare) d'un induit en acier massif peut présenter une perméabilité variable localement par suite de la saturation;
— abstraction des harmoniques d'encoche et de courant;
— abstraction des phénomènes de saturation au niveau des inducteurs.

Les méthodes décrites seront appliquées au cas particulier du moteur constitué de deux inducteurs symétriques de part et d'autre d'un induit de type long. Elles peuvent être étendues sans autre au cas d'un seul inducteur ou à tout autre cas particulier.

4. Moteur «infini» de référence

Ce moteur est caractérisé par les particularités suivantes (fig. 3):

— dimensions axiales (y) et transversales (x) infinies;
— induit d'épaisseur ε définissant avec les inducteurs deux entrefers d'épaisseur δ;

— l'inducteur génère, par son bobinage dont les conducteurs sont dirigés selon x, un potentiel scalaire de la forme suivante à la surface des inducteurs:

$$\theta = \pm \hat{\theta}_s \sin\left(\frac{\pi y}{\tau} + \omega t\right)$$

On peut associer à cette grandeur la grandeur complexe:

$$\theta = \pm \hat{\theta}_s e^{j\left(\frac{\pi y}{\tau} + \omega t\right)} = \pm \hat{\theta}_s \Omega$$

D'une façon générale, les relations de Maxwell permettent d'exprimer en chaque point le potentiel vecteur $\vec{V}$ tel que:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{V}$$

Dans un milieu caractérisé par une résistivité infinie, tel que l'entrefer ou un empilage de tôles, ce potentiel vecteur est défini par l'équation de Laplace:

$$\vec{\Delta} \vec{V} = 0$$

Dans un milieu conducteur ($\varrho \neq \infty$) et de perméabilité constante, c'est l'équation de Poisson qui permet de déterminer le potentiel vecteur:

$$\vec{\Delta} \vec{V} = \frac{\mu}{\varrho} \cdot \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}$$

La résolution de ces deux équations dans le cas d'un moteur «infini» est faite en annexe I. Les constantes d'intégration sont déterminées par les conditions suivantes:

— lors d'un changement de milieu, continuité des composantes tangentielles du champ magnétique et du potentiel vecteur;
— conditions de symétrie.

De l'expression du potentiel vecteur, il est possible de déduire toutes les composantes électriques et magnétiques, en particulier:

— le champ électrique $\vec{E} = -\partial \vec{V}/\partial t$

— le champ magnétique $\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{V}$

Ces deux dernières grandeurs permettent de déterminer le vecteur de *Poynting*, caractéristique des pertes spécifiques (W/m²) à un niveau donné de la machine:

$$\vec{P}' = \vec{E} \wedge \vec{H} \quad (\text{W/m}^2)$$

En particulier, la composante selon z de cette grandeur s'écrira en complexe:

$$P'_{z1} = \frac{1}{2} \hat{E}_x \cdot \hat{H}_y^*$$

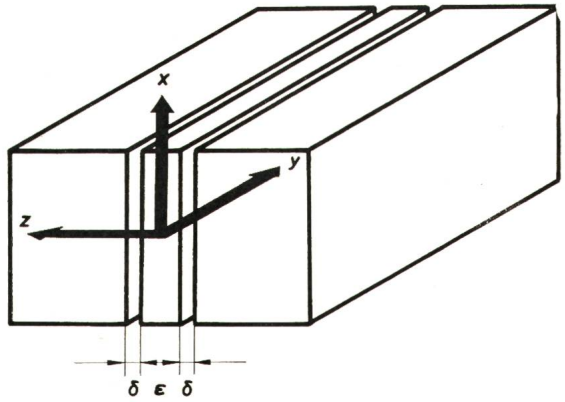

Fig. 3
Moteur linéaire «infini»
Définition des coordonnées

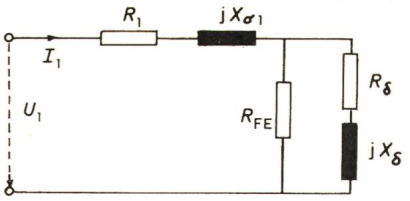

Fig. 4
Schéma équivalent au moteur infini

Au niveau $z = \frac{1}{2} \varepsilon + \delta$, elle correspond au flux des pertes passant de l'inducteur à l'entrefer. On peut également définir ce vecteur à la surface de l'inducteur opposé. Leur différence représente la puissance d'entrefer spécifique de l'ensemble du moteur, qui se décompose en puissance mécanique, en pertes d'induit et en puissance réactive magnétisante et de fuite.

En considérant une tranche de ce moteur infini présentant la même surface que le moteur réel associé, il est possible d'obtenir les puissances effectives correspondantes.

$$P_\delta = (P'_{z1} - P_{z2}) \cdot S_{\text{moteur}} = \text{puissance d'entrefer} = P_{a\delta} + j\, P_{q\delta}$$

Les pertes d'induit et la puissance mécanique sont alors directement liées à la puissance active d'entrefer:

$$P_{\text{méc}} = (1 - s)\, P_{a\delta}$$

$$P_{\text{induit}} = s\, P_{a\delta}$$

Le potentiel scalaire est généré par le courant des inducteurs. On peut en déduire l'impédance équivalente d'entrefer, rapportée au bobinage considéré.

$$Z_\delta = \frac{P_\delta}{m I_s^2} \text{ avec } I_s = \text{courant efficace d'inducteur} = \frac{\hat{\theta}_s}{0{,}45\, m \frac{N}{p} k_b}$$

Il est alors possible d'obtenir le schéma équivalent de ce moteur pour une phase, en rajoutant l'impédance de l'inducteur (fig. 4).

5. Effet de bord

L'effet de bord résulte des limitations des dimensions transversales (axe x):

— de l'inducteur de hauteur h_s;
— de l'induit de hauteur h_r avec $h_r \geq h_s$; le cas où h_r serait inférieur à h_s ne présente pas d'intérêt.

Nous considérerons uniquement le cas où l'induit débordera de façon symétrique les inducteurs. Le cas dissymétrique peut être déduit de deux cas symétriques homologues.

Par ailleurs, nous conserverons les mêmes hypothèses que pour le moteur infini. En particulier, il n'y a pas de limitation axiale (axe y).

Les effets de bord ont pour conséquence l'apparition de courants de circulation et de fermeture conduisant à une augmentation de l'impédance apparente d'induit. Pour mener à bien l'analyse de ces phénomènes, nous substituerons le modèle mathématique ci-après au moteur décrit précédemment:

— moteur infini dans les directions x et y;
— le potentiel magnétique scalaire à la surface de l'inducteur génère, sans induit, une composante transversale de l'induction correspondant à la perméance d'entrefer avec effet de bord.

De plus, pour imposer la limitation des courants axiaux à l'extrémité de l'induit ($x = \pm \frac{1}{2} h_r$), la distribution de l'induction, ou du potentiel vecteur, présente une périodicité double de la hauteur d'induit (fig. 5).

Dans ces conditions, il est possible de décomposer en série de Fourier complexe la distribution de l'induction transversale sans induit, soit:

$$B_{\delta z 0} = \hat{B} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j \frac{n \pi x}{h_r}} \Omega$$

avec C_n = coefficient de rang n de la fonction de modulation de l'induction.

Le potentiel magnétique scalaire pourra également, par continuité, être décomposé en série de *Fourier* de même période:

$$\theta_s = \hat{\theta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_n e^{\frac{n \pi x}{h_r}} \Omega$$

Il en sera de même pour toutes les grandeurs électriques et magnétiques au niveau de l'entrefer et de l'induit. En particulier, le potentiel vecteur dans la direction x s'écrira:

$$V_{\delta x} = \sum V_{\delta x} \mid_{z,n} e^{j \frac{n \pi x}{h_r}} e^{j \left(\frac{\pi y}{\tau} + \omega t \right)}$$

avec $V_{\delta x|z,n}$ = coefficient de rang n, fonction de z, du potentiel vecteur.

Par suite de la fermeture des courants dans les zônes d'extrémité, une composante axiale (selon y) du potentiel vecteur apparaît. On peut la déduire de la composante selon x par la relation:

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0$$

d'où:

$$\frac{\partial V_y}{\partial y} = - \frac{\partial V_x}{\partial x}$$

La résolution des équations, compte tenu des conditions aux limites, figure dans l'appendice II. A partir des expressions du potentiel vecteur, il est à nouveau possible de déterminer les composantes des champs magnétique et électrique sous forme de séries de Fourier en chaque point de la machine.

En surface de l'inducteur 1, la valeur moyenne locale du vecteur de Poynting peut s'écrire:

$$P'_{z1} = \frac{1}{2} (\hat{E}_x \hat{H}_y^* - \hat{E}_y \hat{H}_x^*)$$

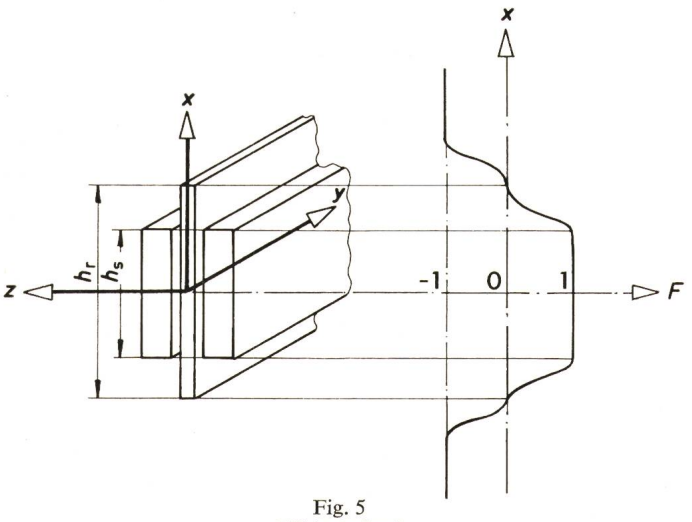

Fig. 5
Effets de bord
Modulation transversale

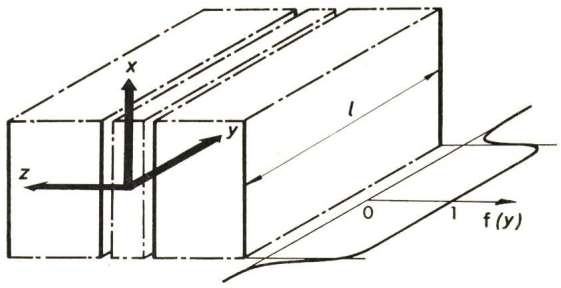

Fig. 6
Effets d'extrémités
Modulation longitudinale

Pour l'ensemble de l'inducteur, la valeur moyenne devient:

$$\overline{P}'_{z1} = \frac{1}{h_r} \int_{-\frac{h_r}{2}}^{\frac{h_r}{2}} P'_{z1} \, dx$$

D'où l'ensemble des puissances active et réactive fournies par l'inducteur 1:

$$P_{z1} = \overline{P}'_{z1} S_{moteur}$$

Pour l'ensemble du moteur:

$$P_\delta = (\overline{P}'_{z1} - \overline{P}'_{z2}) S_{moteur}$$

6. Effet d'extrémité

L'effet d'extrémité résulte de la limitation axiale (y) des inducteurs. Ce phénomène a essentiellement pour conséquence une diminution des performances électro-mécaniques du moteur linéaire. Pour son étude spécifique, nous ferons abstraction des effets de bord (machine infinie selon x).

L'effet d'extrémité introduit des phénomènes harmoniques créant des pertes supplémentaires importantes au niveau de l'induit. De même que dans le cas de la hauteur limitée, nous substituerons le modèle mathématique suivant au moteur considéré:

— moteur infini dans les directions x et y;
— le potentiel magnétique scalaire à la surface de l'inducteur génère, sans induit, une composante transversale (z) de l'induction correspondant à la perméance d'entrefer avec effet d'extrémité.

De plus, pour obtenir une fonction permettant la résolution littérale, la distribution de l'induction (ou du potentiel vecteur) présente une périodicité grande par rapport à la longueur de la machine (1/2 période $l' \gg l$) (fig. 6).

Dans ces conditions, il est possible de décomposer en série de Fourier complexe la distribution de l'induction transversale sans induit, soit:

$$B_{\delta z 0} = \hat{B} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n' e^{j \frac{n \pi y}{l'}} \Omega$$

avec C_n' = coefficient de rang n de la fonction de modulation et l' = 1/2 période de la fonction de modulation.

Le potentiel magnétique scalaire pourra également, par continuité, être décomposé en série de Fourier de même période:

$$\theta_s = \hat{\theta} \sum K_n' e^{\frac{n \pi y}{l'}} \Omega$$

Toutes les grandeurs électriques et magnétiques prendront alors la même forme, par exemple pour le potentiel vecteur dans l'entrefer:

$$V_{\delta x} = \sum V_{\delta x \mid z,n}\, e^{j\frac{n\pi y}{l'}}\, e^{j\left(\frac{\pi y}{\tau} + \omega t\right)} =$$

$$= \sum V_{\delta x \mid z,n}\, e^{j\left\{\left(\frac{n\pi}{l'} + \frac{\pi}{\tau}\right) y + \omega t\right\}}$$

Avec $V_{\delta x|z,n}$ = coefficient de rang n, fonction de z, du potentiel vecteur.

La principale différence, par rapport aux cas précédents, est l'apparition d'un terme affecté de l'indice n dans les coefficients de y. En passant à un référentiel lié à l'induit, la fonction de y′ et de t devient, pour le potentiel vecteur par exemple:

$$V'_{rx} = \sum V_{rx}' \mid_{z,n}\, e^{j\left(\frac{\pi}{\tau} + \frac{n\pi}{l'}\right) y}\, e^{j\omega\left[s - \frac{n\tau}{l'}(1-s)\right] t}$$

Tout se passe, pour l'harmonique de rang n, comme si le pas polaire et le glissement équivalents étaient:

$$\tau_n = \frac{\pi}{\tau} + \frac{n\pi}{l'}$$

$$s_n = s - \frac{n\tau}{l'}(1-s)$$

La résolution des équations s'effectue toujours selon la même marche à suivre.

En particulier, il sera possible d'obtenir la puissance d'entrefer par le vecteur de Poynting à la surface de l'inducteur.

$$P_\delta = P_{a\delta} + j\, P_{q\delta}$$

Par suite des phénomènes harmoniques, la puissance d'induit, ainsi que la puissance mécanique, ne peuvent être déduites directement de la puissance d'entrefer et du glissement. Il faut recourir au vecteur de Poynting d'induit:

$$P_r = \frac{1}{2} \int_{-\frac{l'}{2}}^{\frac{l'}{2}} \hat{E}_x \hat{H}_y{}^* h_r \cdot dy = P_{ar} + j\, P_{qr}$$

La puissance mécanique et les pertes d'induit ont alors les valeurs suivantes:

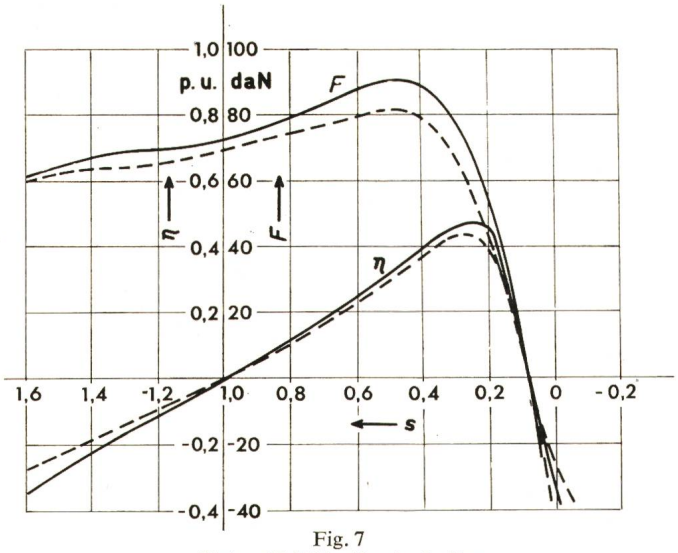

Fig. 7
Moteur 30 kVA, 12 m/s, 4 pôles
Effets d'extrémités. Poussée et rendement en fonction du glissement
—— calculé — — — mesuré

$$P_{méc} = P_{a\delta} - P_{ar} \mp (1-s)\, P_{a\delta}$$

$$\text{Poussée} = \frac{P_{a\delta} - P_{ar}}{v} = \frac{P_{a\delta} - P_{ar}}{(1-s)\, v_s}$$

$$\text{Pertes}_r = P_{ar} \mp s\, P_{a\delta}$$

Une conséquence fondamentale de ce phénomène est l'apparition de poussées harmoniques ayant une composante négative au voisinage de la vitesse synchrone. Il en résulte un passage à zéro de la poussée à une vitesse inférieure à la vitesse synchrone (fig. 7). C'est ce fait qui entraîne une diminution importante du rendement.

7. Cas général

Pour analyser le comportement du moteur linéaire compte tenu simultanément des effets de bord et d'extrémité, nous recourrons à un modèle mathématique du même type que ceux déjà utilisés. Soit:

— moteur infini dans les directions x et y;
— le potentiel magnétique scalaire à la surface de l'inducteur génère, sans induit, une composante transversale (z) de l'induction liée à la perméance d'entrefer.

De plus, afin de permettre la résolution et de tenir compte des conditions aux limites, cette distribution est décomposée en deux séries de Fourier complexe:

— selon x (effet de bord), série de période $2\, h_r$;
— selon y (effet d'extrémité), série de période $2\, l'$ avec $l' \gg l$.

On obtient alors pour l'induction:

$$B_{\delta z\,0} = \hat{B} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_{n,p}\, e^{j\frac{n\pi y}{l'}}\, e^{j\frac{p\pi x}{h_r}}\, \Omega$$

avec $C_{n,p}$ = coefficient de rang n, p de la fonction de modulation.

Le potentiel magnétique scalaire, permettant de définir les conditions aux limites des inducteurs, se décompose de façon semblable:

$$\theta_s = \hat{\theta} \sum_n \sum_p K_{n,p}\, e^{j\frac{n\pi y}{l'}}\, e^{j\frac{p\pi x}{h_r}}\, \Omega$$

De même, toutes les grandeurs électriques et magnétiques prennent une forme identique, par exemple pour le potentiel vecteur d'entrefer:

$$V_{\delta x} = \sum_n \sum_p V_{\delta x \mid z,n,p}\, e^{j\frac{n\pi y}{l'}}\, e^{j\frac{p\pi x}{h_r}}\, e^{j\left(\frac{\pi y}{\tau} + \omega t\right)}$$

Suite à cette séparation des variables, la résolution générale devient possible.

8. Caractéristiques spécifiques

Les méthodes décrites précédemment permettent la mise en évidence des caractéristiques spécifiques du moteur linéaire. Les courbes qui suivent font apparaître trois phénomènes dont nous examinerons l'incidence paramétrique:

— épaisseur limitée de l'induit (effet pelliculaire);
— effet de bord;
— effet d'extrémité.

8.1 Influence de l'épaisseur de l'induit

Pour des applications à grandes puissances, il n'est pas possible de négliger l'effet pelliculaire au niveau de l'induit. En particulier, pour des glissements importants, le déphasage des

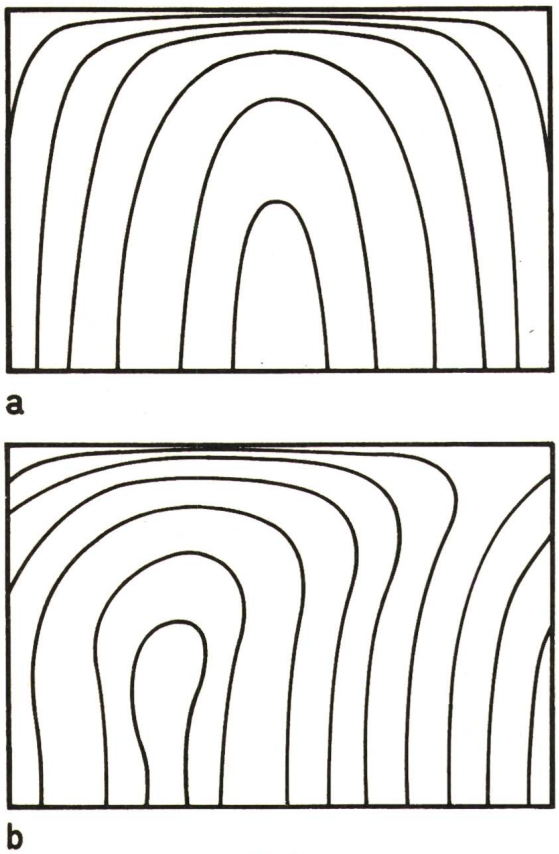

Fig. 8
Distribution des lignes de courant en surface d'un induit d'aluminium sur un pas polaire
Fréquence 50 Hz
a ε = 1 mm
b ε = 8 mm

courants pénétrant dans l'induit massif crée une distorsion des lignes de courant et une modification des pertes.

A titre d'exemple, on obtient les distributions de la fig. 8 pour les lignes de champ de la densité de courant en surface compte tenu de l'effet de bord. L'influence de l'épaisseur, ou de la fréquence, ne peut être négligée pour des épaisseurs dépassant 5 mm, dans les domaines de fréquence usuels et des matériaux tels que le cuivre ou l'aluminium. Pour des moteurs linéaires démarrant toujours dans la même zône d'induit, il est possible de retrouver les avantages du moteur asynchrone à rotor bobiné en agissant sur l'épaisseur de l'induit. En effet, pour un régime de vitesse et un entrefer déterminés, il est possible de trouver une épaisseur optimale du point de vue poussée (fig. 9). Le réglage progressif ou par sauts de l'épaisseur de l'induit ou du matériau constituant permet ainsi d'ajuster la caractéristique de poussée de façon à se maintenir au maximum pour un courant donné. Cette solution présente de grands avantages pour des moteurs dont les performances d'accélération requises sont particulièrement élevées. D'autre part, des considérations de nature thermique et mécanique interviennent dans le choix de la solution optimale.

8.2 Effets de bord

Les effets de bord ont pour incidence une perturbation plus ou moins importante de la répartition des lignes de courant et de champ. En particulier, pour une largeur d'induit comparable à celle de l'inducteur, une partie des courants de fermeture se trouve sous celui-ci (fig. 10).

L'influence sur les caractéristiques du moteur sera double:

— augmentation de l'impédance apparente de l'induit par suite des trajets de fermeture;
— variation des performances maximales de poussée par la distorsion des lignes de courant et du champ.

Les fig. 11, 12 et 13 mettent en évidence cette incidence de façon paramétrique pour un moteur 10 kW, 12 m/s, 2 pôles.

Un effet de bord variable (hauteur de l'induit variable) est également une possibilité de régler la caractéristique de démarrage par ajustement de l'impédance d'induit.

8.3 Effets d'extrémités

Les effets d'extrémités sont responsables de l'apparition de courants parasites induits dans le rail au niveau des extrémités des inducteurs. C'est la cause essentielle du rendement relativement bas de tels moteurs. Ils tendent à diminuer la poussée résultante au voisinage de la vitesse synchrone. Les fig. 7 et 14 mettent en évidence ce phénomène dans un cas particulier. Pour les moteurs à faible polarité (2 pôles) et grande vitesse, l'influence de ces effets est telle que le rendement devient inacceptable et n'est plus qu'une fraction de celui du moteur considéré comme infini.

Dès lors se pose le problème des possibilités d'amélioration de ces caractéristiques. Nous en dégagerons principalement trois:

— Augmentation de la polarité.
La fig. 15 explicite les caractéristiques d'un moteur de 1 MW, 80 m/s en trois variantes de 2, 4 et 8 pôles pour des fréquences correspondantes de 50, 100 et 200 Hz. Le rendement optimum peut ainsi passer de 68 % à 91 %. L'augmentation de la polarité permet également de diminuer le volume du moteur par réduction de la culasse magnétique de l'inducteur. Il reste néanmoins l'inconvénient important de la création de fréquences particulières.

— Forme des zônes d'extrémités
Il s'agit d'atténuer le phénomène par un ajustage de la perméance relative d'entrefer. Celle-ci est définie par la forme des inducteurs. Les fig. 16 et 17 montrent les allures des perméances, poussées et rendements de trois moteurs se distinguant par la forme des zônes d'extrémités. Il n est pas possible d'énoncer une règle générale, l'effet sur la poussée étant différent selon la vitesse synchrone du moteur.

— Bobinage inducteur
La distribution du bobinage inducteur, dans les zônes d'extrémités en particulier, a une importance considérable sur le rendement et la poussée du moteur linéaire. En particulier, l'introduction d'éléments amortisseurs ou de composantes monophasées superposées à l'en-

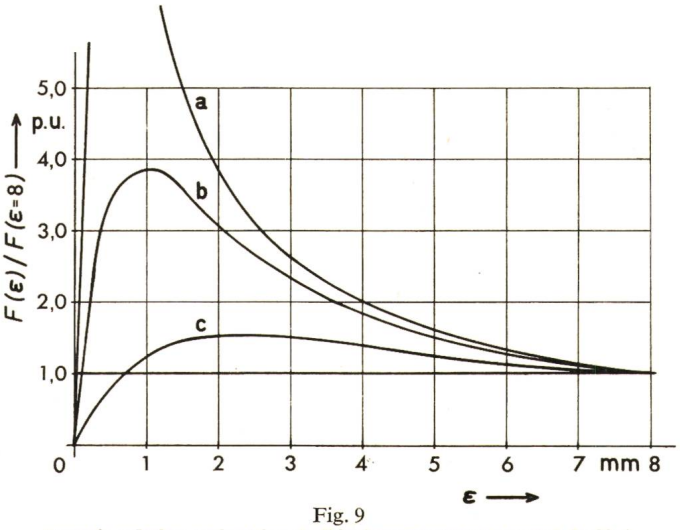

Fig. 9
Poussée relative en fonction de l'épaisseur pour un courant de 20 A
(Moteur 15 kVA, 12 m/s)
a s = 1
b s = 0,3
c s = 0,1

roulement triphasé permet d'améliorer de façon importante les diverses caractéristiques (travaux actuellement en cours).

Pour des bobinages non compensés, de même type que ceux d'une machine tournante conventionnelle, on obtient des distorsions importantes de diverses composantes, par suite des effets d'extrémités. La fig. 18 explicite la distribution de la composante radiale relative de l'induction pour les glissements de 1/0, 2/0 avec un courant inducteur imposé. La réaction d'induit liée aux effets d'extrémités crée une distorsion comparable à celle d'une machine courant-continu.

L'expression du vecteur de Poynting en surface de l'induit fait également apparaître de façon très marquée l'effet de distorsion. La

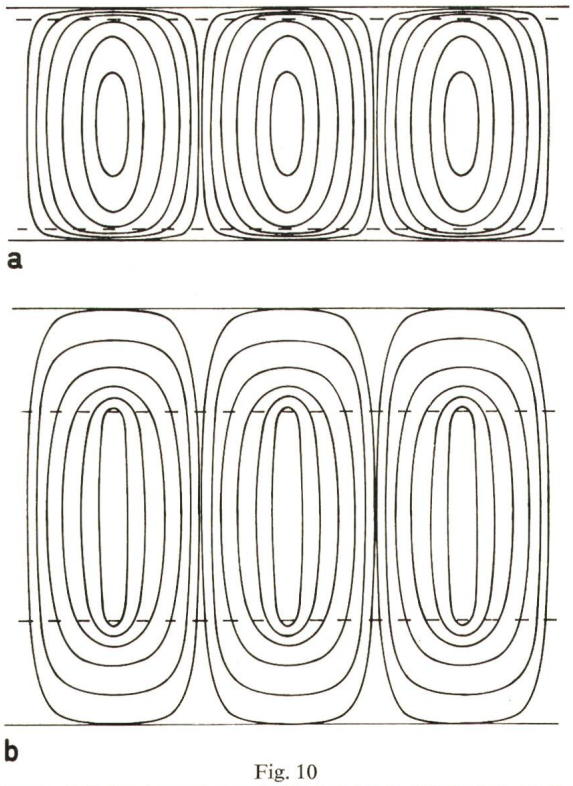

Fig. 10
Influence de la hauteur relative de l'induit sur la distribution des lignes de courant
a $h_r/h_s = 1{,}1$
b $h_r/h_s = 2$

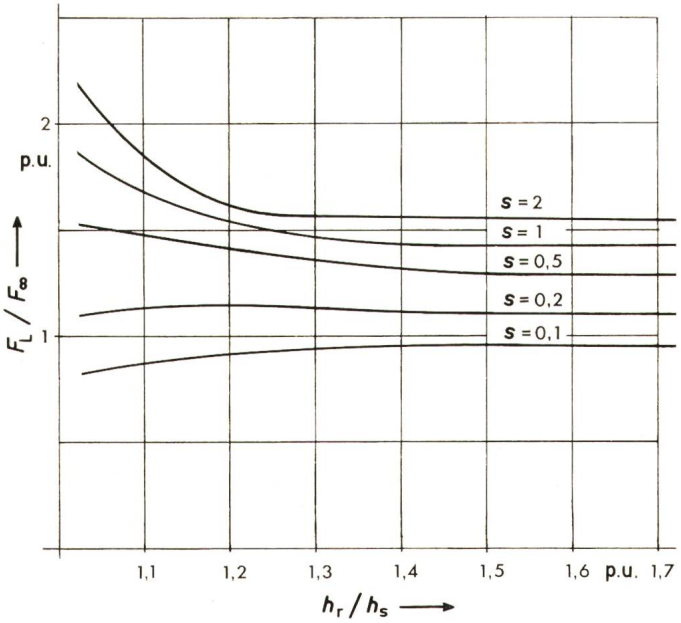

Fig. 11
Influence de la hauteur relative de l'induit sur la poussée rapportée au cas infini
$I = C^{te}$

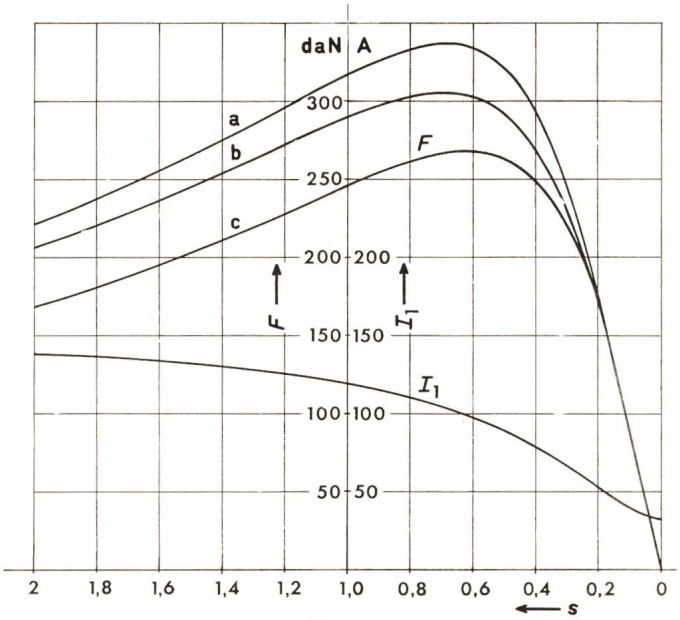

Fig. 12
Influence de la hauteur relative sur la poussée
a $h_r/h_s = 1{,}25$
b $h_r/h_s = 2$
c $h_r/h_s = \infty$

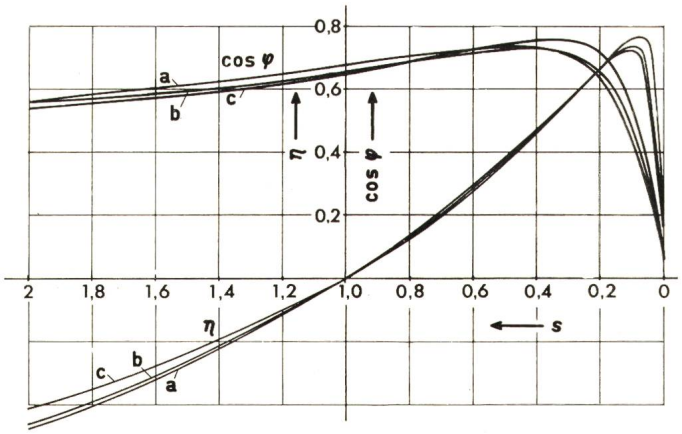

Fig. 13
Influence de la hauteur relative sur le cos φ **et le rendement**
a, b, c voir fig. 12

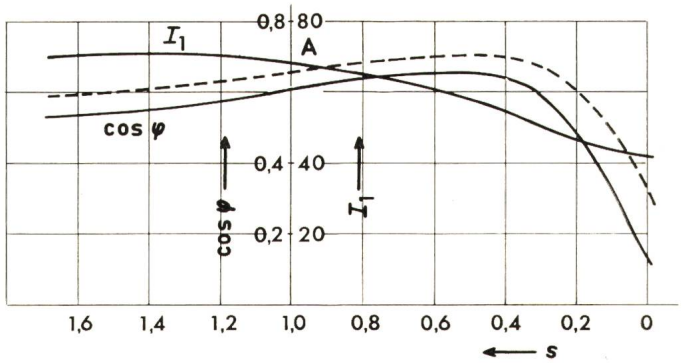

Fig. 14
Effets d'extrémités
(Moteur 30 kVA, 12 m/s, 4 pôles)
cos φ et courant en fonction du glissement
—— calculé — — — mesuré

composante active, rapportée à celle du cas infini (à glissement 1), met en évidence une augmentation des pertes dans les zônes d'extrémités, d'autant plus élevée que la vitesse est grande (fig. 19). La distribution de la composante réactive (pour l'induit seul) présente une distorsion telle que, pour des glissements faibles, la puissance réactive devient négative (fig. 20). Elle reste cependant inférieure, en valeur absolue, à celle de l'entrefer.

La fig. 21 donne la caractéristique complète d'un moteur 15 kVA, 2 pôles, compte tenu des effets de bord, d'extrémité et pelliculaire. On remarque particulièrement la zône de fonctionnement à rendement «négatif» (énergies électriques et mécaniques consommées).

9. Réalisations et possibilités d'utilisation

9.1 Réalisations EPF-L

Le développement de méthodes de calcul complètes nécessite un support concret permettant la vérification. De plus, la réalisation de prototypes impose une prise de conscience des problèmes annexes tels que dynamiques, technologiques et de commande.

Une piste d'essai de 84 m de type monorail, dont 50 à pente constante de 130‰, a été réalisée dans ce but (fig. 2). L'induit est constitué d'un profilé d'anti-corodal d'épaisseur 8 mm et de hauteur 280. Cinq moteurs ont été construits à des fins d'expérimentation:

— 2 moteurs 15 kVA, 2 pôles 12 m/s;
— 1 moteur 15 kVA, 4 pôles 6 m/s;
— 1 moteur 30 kVA, 4 pôles 12 m/s (fig. 22);
— 1 moteur 15 kVA, 2...4 pôles, 6...12 m/s commutable en marche.

Les mesures dynamiques sont assurées par un capteur optique de position et un émetteur-récepteur. Le décodage permet d'obtenir directement la mesure de la vitesse et de l'accélération (poussée).

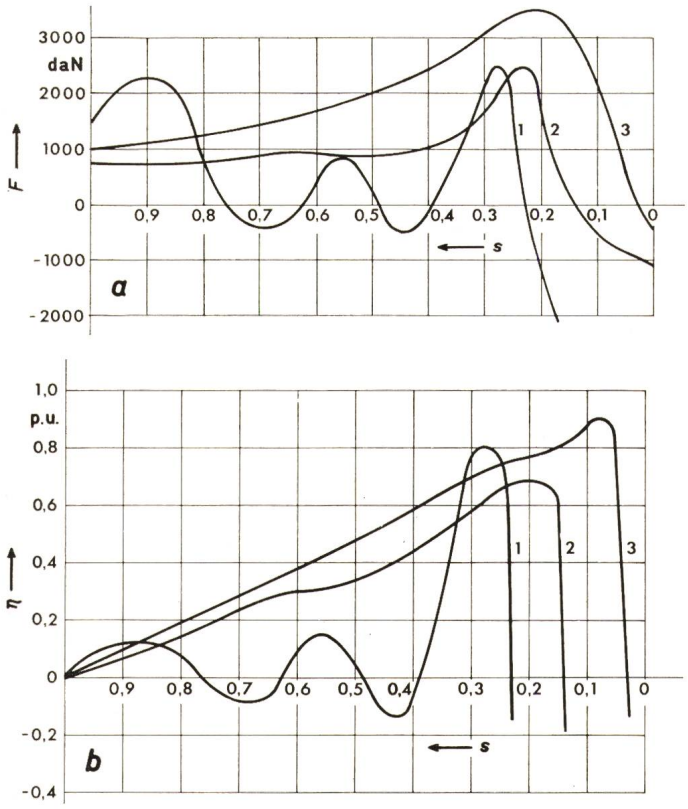

Fig. 15
Caractéristique de poussée
(Moteur 1 MW, 80 m/s)
a poussée
b rendement
1 2 pôles 50 Hz
2 4 pôles 100 Hz
3 8 pôles 200 Hz

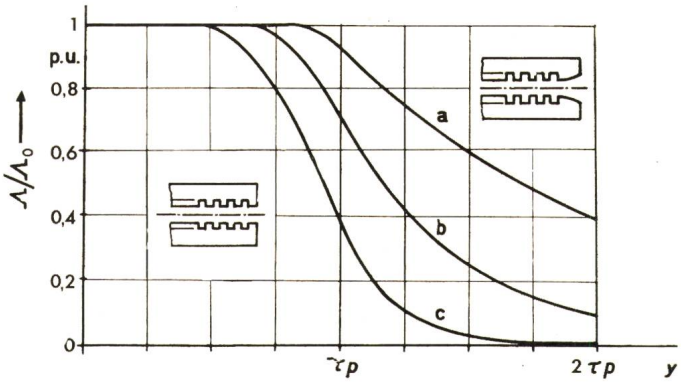

Fig. 16
Courbes de perméance relative aux extrémités d'un moteur à inducteur double ($p = 1$)
a perméance d'entrefer à front progressif
b perméance d'entrefer à front moyen
c perméance d'entrefer à front raide
Λ perméance locale de la machine limitée
Λ_0 perméance locale de la machine infinie

Si une telle piste permet des essais dynamiques dans des conditions proches de celles d'exploitation, il n'en va pas de même pour une mesure de grandeurs locales. En effet, les diverses méthodes de calcul décrites font appel à des distributions spatiales dont la vérification est importante. La grandeur locale la plus aisée à mesurer est l'induction. Il est alors plus simple de recourir à un système dont l'induit est mobile et l'inducteur fixe. C'est ce qui a été réalisé par une bande transporteuse (fig. 1). Tous les moteurs décrits ci-dessus peuvent être testés sur cet appareil.

Par ailleurs, une méthode spécifique au calcul des moteurs linéaires tubulaires a été développée, ainsi qu'un prototype (fig. 23). Deux moteurs pour l'alimentation de presse, de 2,5 kVA à 2 m/s, ont été réalisés pour l'industrie (fig. 24).

Diverses réalisations, dans le domaine de la manutention en particulier, sont actuellement en cours de construction.

9.2 Possibilités d'application

La première application qui vient à l'esprit est celle de l'entraînement de traction. De par ses possibilités de poussée indépendante de l'adhérence, le moteur linéaire est un élément

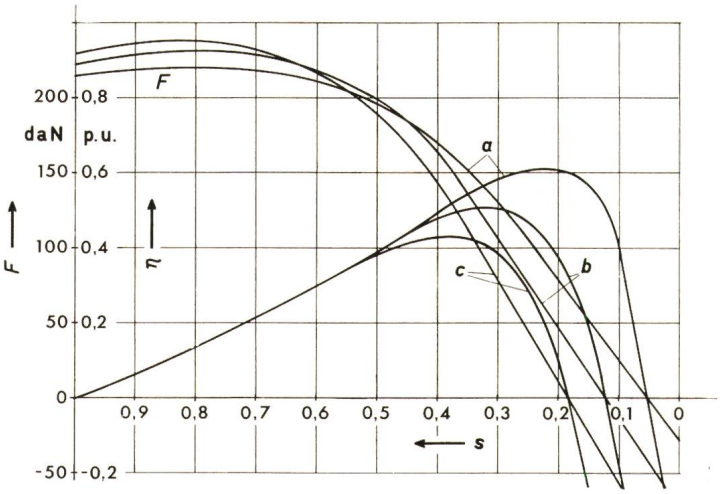

Fig. 17
Courbes de poussée et de rendement correspondant à la fig. 16

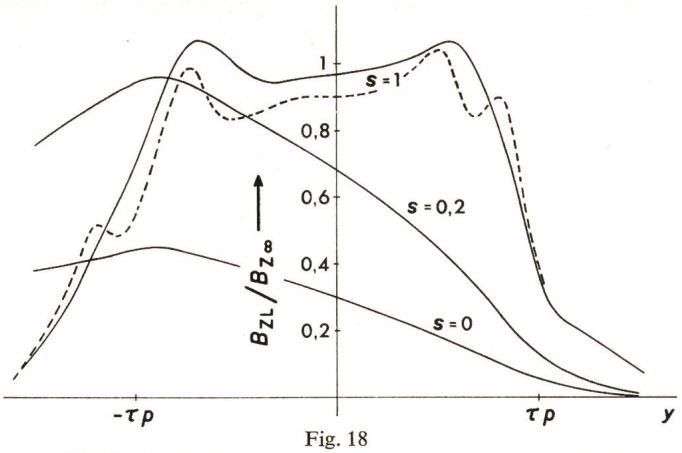

Fig. 18
Distribution de l'induction transversale (rapportée au cas infini) en fonction de la longueur
(moteur 15 kVA, 2 pôles)
—— calculé — — — mesuré

idéal de génération d'un effort de traction. En revanche ses performances médiocres de rendement et l'impossibilité d'une démultiplication de vitesse limitent ses applications. Néanmoins, on peut dégager deux systèmes pour lesquels la notion de service rendu ou de performances supérieures à celles d'une solution conventionnelle rend le moteur linéaire compétitif:

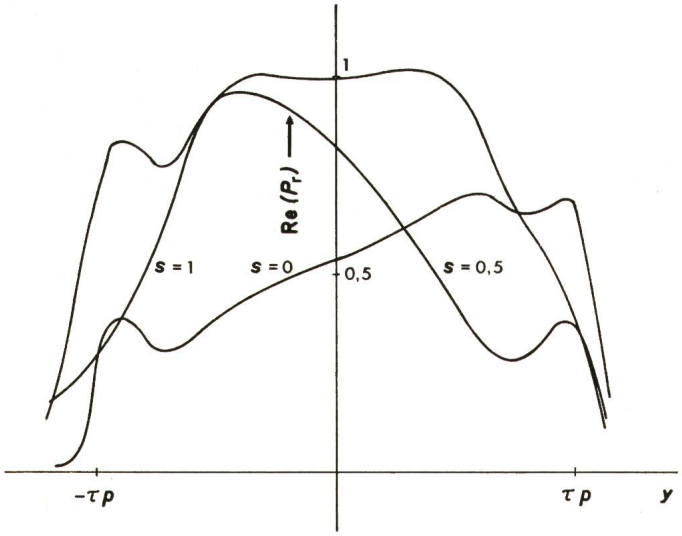

Fig. 19
Pertes actives relatives (au cas infini à $s = 1$) dans l'induit en fonction de la longueur
(moteur 15 kVA, 2 pôles)
P_r vecteur de Poynting complexe calculé en surface de l'induit

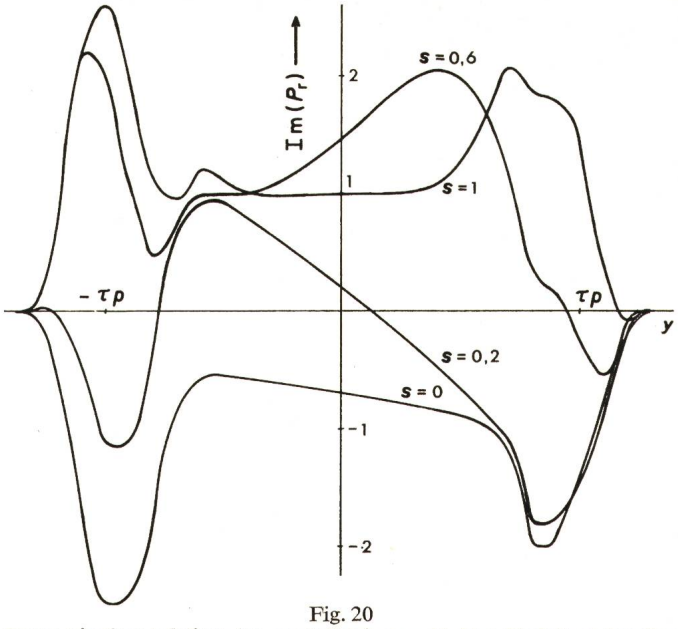

Fig. 20
Pertes réactives relatives (au cas infini à $s = 1$) dans l'induit en fonction de la longueur
(moteur 15 kVA, 2 pôles)
P_r vecteur de Poynting complexe calculé en surface de l'induit

— les transports urbains faisant appel à de petits véhicules commandés automatiquement. Les possibilités d'accélération, le bruit faible, la propreté et les pentes limites relativement importantes en font une solution techniquement acceptable en site propre. Aucune usure n'apparaissant au niveau de l'entraînement, les coûts d'entretien sont limités au minimum. Diverses possibilités de guidage, telles que monorail, monorail suspendu, ou double rail conventionnel peuvent être envisagées. Une suspension à coussin d'air peut être également appliquée.

— transports à grande vitesses. Les possibilités sont pratiquement illimitées du point de vue moteur dès qu'on fait appel à des fréquences d'alimentation supérieures à 50 Hz et lorsque les effets d'extrémités sont compensés. Les problèmes d'adhérence au démarrage ou au freinage sont totalement inexistants. En revanche, les problèmes mécaniques relatifs au guidage du véhicule et au captage de courant imposent des limitations technologiques. Les solutions étudiées au niveau de prototypes (USA, Japon, Allemagne) font appel à une suspension magnétique ou par coussin d'air et à un captage non mécanique (inductif, à arc).

Les possibilités d'application les plus nombreuses apparaissent soit dans le domaine de la manutention, soit pour des machines-outil ou de transfert particulières. Les avantages sont essentiellement la souplesse, le peu de bruit et d'usure. On relèvera également les possibilités d'aiguillage magnétique sans pièces mobiles. Parmi les inconvénients, citons les problèmes de guidage, la caractéristique asynchrone conduisant à une vitesse partiellement fonction de la charge et les difficultés d'obtenir des vitesses basses.

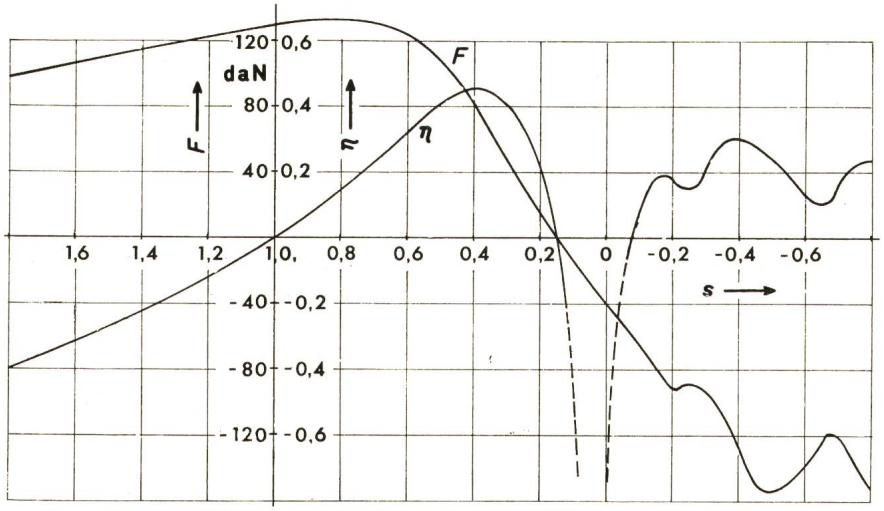

Fig. 21
Caractéristiques de poussée et rendement en fonction du glissement compte tenu des effets de bord et d'extrémité
(moteur 15 kVA, 2 pôles, 12 m/s)
F poussée
η rendement
s glissement

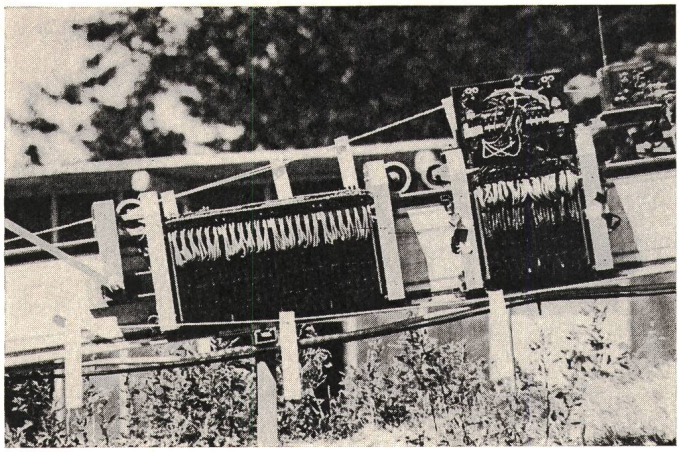

Fig. 22
De gauche à droite:
— moteur 30 kVA, 4 pôles, 12 m/s
— moteur 15 kVA, 2/4 pôles, 6—12 m/s
— commutation de pôles en marche par contacteurs
— capteur de vitesse et accélération avec émetteur

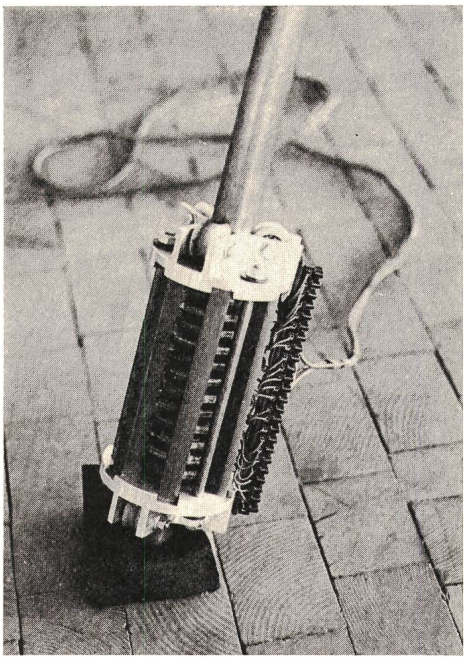

Fig. 23
Moteur linéaire tubulaire
(1 kVA, 3,6 m/s)

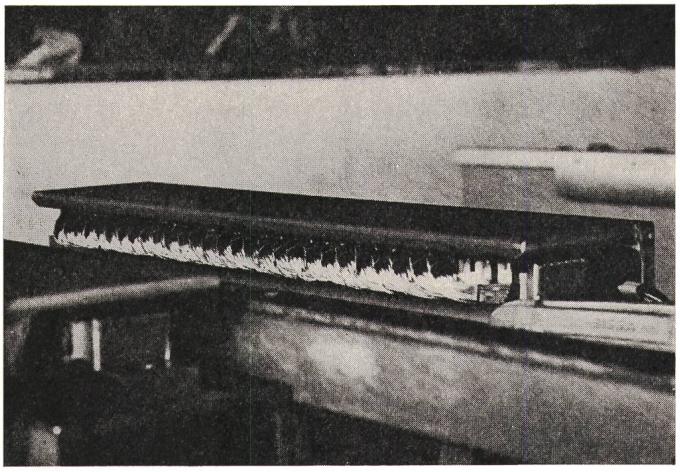

Fig. 24
Moteurs prototypes 2×2,5 kVA, 2 m/s poussée 66 kg*, pour l'alimentation de presses

Annexe I

Cas infini

AI.1 Entrefer

Le potentiel vecteur est parallèle au champ électrique, donc au sens du courant inducteur; par continuité:

$$\vec{V}_\delta = \vec{i}\, V_{\delta x}$$

$$V_{\delta x} = V_{\delta x}\,|_{y,z} = V_{\delta x}\,|_z \cdot e^{j\left(\frac{\pi y}{\tau} + \omega t\right)} = V_{\delta x}\,|_z\, \Omega$$

Par Laplace:

$$\vec{\Delta}\, \vec{V}_\delta = 0 = \frac{\partial^2 V_{\delta x}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 V_{\delta x}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 V_{\delta x}\,|_z}{\partial z^2}\, \Omega - \frac{\pi^2}{\tau^2} V_{\delta x}\,|_z\, \Omega$$

D'où:

$$V_{\delta x}\,|_z = D_1\, e^{\frac{\pi z}{\tau}} + D_2\, e^{-\frac{\pi z}{\tau}}$$

AI.2 Induit

L'équation de Poisson n'a de sens que dans un référentiel lié à l'enroulement considéré, donc l'induit; on obtient alors par séparation des variables:

$$V_{rx} = V_{rx}\,|_z\, \Omega \quad \text{référentiel inducteur}$$

$$V'_{rx} = V_{rx}\,|_z\, e^{j\left(\frac{\pi y'}{\tau} + s\omega t\right)}$$

avec

$$s = \frac{v_0 - v}{v_0}\ ;\ v_0 = \frac{\omega \tau}{\pi} \text{ (vitesse synchrone)}$$

v = vitesse relative inducteur/induit

D'où l'équation différentielle:

$$\vec{\Delta}\, \vec{V}_r' = 0 = \frac{\partial^2 V_{rx}\,|_z}{\partial z^2} - \left(\frac{\pi^2}{\tau^2} + j\, s\, \frac{\omega \mu}{\varrho}\right) V_{rx}\,|_z = 0$$

Posons

$$\xi = \sqrt{\frac{\pi^2}{\tau^2} + j\, s\, \omega\, \frac{\mu}{\varrho}}$$

D'où:

$$V_{rx}\,|_z = R_1\, e^{\xi z} + R_2\, e^{-\xi z}$$

D_1, D_2, R_1, R_2 = constantes d'intégration

AI.3 Conditions de liaison

Les constantes d'intégration sont déterminées par les conditions de continuité suivantes:

Pour $z = \frac{1}{2}\varepsilon + \delta$, continuité de la composante tangentielle du champ magnétique:

$$H_{sy} = -\frac{\partial \theta_s}{\partial y} = -j\, \frac{\pi}{\tau}\, \theta_s\, \Omega = H_{\delta y} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial V_{\delta x}}{\partial z}$$

Pour $z = \frac{\varepsilon}{2}$, il y a continuité des composantes tangentielles du champ magnétique et du potentiel vecteur.

$$V_{\delta x}\,|_{\varepsilon/2} = V_{rx}\,|_{\varepsilon/2}$$

$$H_{\delta y}\,|_{\varepsilon/2} = H_{ry}\,|_{\varepsilon/2}$$

L'axe $z = 0$ est un axe de symétrie pour l'induit:

$V_{rx}\,|_z = V_{rx}\,|_{-z}$

d'où

$R_1 = R_2 = R$ et $V_{rx}\,|_z = 2\, R \operatorname{ch} \xi z$

La résolution du système de 3 équations résultant donne les expressions suivantes pour les constantes d'intégration:

$$R = \frac{-\mathrm{j}\,\mu_0\,\hat{\theta}_s}{(\alpha+\beta)\,\mathrm{e}^{\frac{\pi\delta}{\tau}} - (\alpha-\beta)\,\mathrm{e}^{-\frac{\pi\delta}{\tau}}}$$

$$D_1 = R\,(\alpha+\beta)\,\mathrm{e}^{-\frac{\pi\varepsilon}{2\tau}}$$

$$D_2 = R\,(\alpha-\beta)\,\mathrm{e}^{\frac{\pi\varepsilon}{2\tau}}$$

$$\alpha = \mathrm{ch}\,\xi\,\frac{\varepsilon}{2} \qquad \beta = \frac{\xi\,\tau}{\pi\,\mu_r}\,\mathrm{sh}\,\xi\,\frac{\varepsilon}{2}$$

AI.4 Vecteur de Poynting

Les champs magnétique et électrique tangentiels en surface de l'inducteur sont donnés respectivement par les expressions:

$$H_{\delta ys} = \frac{1}{\mu_0}\cdot\frac{\partial\,V_{\delta x}}{\partial\,z}\bigg|\,z=a \qquad a = \frac{1}{2}\,\varepsilon + \delta$$

$$E_{\delta xs} = -\frac{\partial\,V_{\delta x}}{\partial\,t}\bigg|\,z=a$$

La composante normale moyenne du vecteur de Poynting en surface d'un inducteur est donnée par:

$$P'_{s1} = \frac{1}{2}\,\hat{E}_{\delta xs}\,\hat{H}^*_{\delta ys}$$

Pour l'autre inducteur, $\underline{P}'_{s\,2} = -\,\underline{P}'_{s\,1}$, d'où la résultante:

$$P'_s = P'_{s1} - P'_{s2} = 2\,P'_{s1} = \hat{E}_{\delta xs}\,\hat{H}^*_{\delta ys} =$$
$$= \mathrm{j}\,\frac{\omega\,\pi}{\mu_0\,\tau}\,(D_1\,D_1{}^*\,\mathrm{e}^{2\pi\,a/\tau} - D_2\,D_2{}^*\,\mathrm{e}^{-2\,\pi\,a/\tau} +$$
$$+\,D_1{}^*\,D_2 - D_1\,D_2{}^*)$$

Annexe II

Effet de bord

AII.1 Entrefer

Par suite de la hauteur limitée, il apparaît des courants de circulation transversaux (y), donc deux composantes du potentiel vecteur:

$$\vec{V}_\delta = \vec{i}\,V_{\delta x} + \vec{\mathrm{j}}\,V_{\delta y}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{V}_\delta = 0$$

d'où:

$$\frac{\partial\,V_{\delta y}}{\partial\,y} = -\frac{\partial\,V_{\delta x}}{\partial\,x}$$

Il suffit de déterminer $V_{\delta x}$ pour obtenir également $V_{\delta y}$. Par séparation des variables:

$$V_{\delta x} = \sum V_{\delta x\,|\,z,n}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{n\pi x}{h_r}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{\pi y}{\tau}+\omega t\right)}$$

$$\text{Posons } \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{n\pi x}{h_r}} = \Omega_n$$

Par Laplace:

$$\sum\left(\left[\frac{\partial^2 V_{\delta x\,|\,z,n}}{\partial\,z^2} - \left(\frac{n^2\pi^2}{h_r{}^2} + \frac{\pi^2}{\tau^2}\right)V_{\delta x\,|\,z,n}\right]\Omega_n\right)\Omega = 0$$

$$\frac{\partial^2 V_{\delta x\,|\,z,n}}{\partial\,z^2} - \left(\frac{n^2\pi^2}{h_r{}^2} + \frac{\pi^2}{\tau^2}\right)V_{\delta x\,|\,z,n} = 0$$

$$\text{Posons: } \lambda_n = \sqrt{\frac{n^2\pi^2}{h_r{}^2} + \frac{\pi^2}{\tau^2}}$$

$$V_{\delta x\,|\,z,n} = D_{1n}\,e^{-\lambda_n Z} + D_{2n}\,e^{\lambda_n Z}$$

$$V_{\delta y} = -\frac{\tau}{h_r}\sum(D_{1n}\,e^{\lambda_n Z} + D_{2n}\,e^{-\lambda_n Z})\,n\,\Omega_n\,\Omega$$

AII.2 Induit

De même:

$$V_{rx} = \sum V_{rx\,|\,z,n}\,\Omega_n\,\Omega$$

$$V_{rx} = \sum V_{rx\,|\,z,n}\,\Omega_n\,\Omega'$$

Par Poisson:

$$\sum\left\{\left[\frac{\partial^2 V_{rx\,|\,z,n}}{\partial\,z^2} - \left(\lambda_n{}^2 + \mathrm{j}\,s\,\frac{\omega\,\mu}{\varrho}\right)V_{rx\,|\,z,n}\right]\Omega_n\,\Omega'\right\} = 0$$

En posant $\xi_n = \lambda_n{}^2 + \mathrm{j}\,s\,\dfrac{\omega\,\mu}{\varrho}$ et par symétrie:

$$V_{rx\,|\,z,n} = 2\,R_n\,\mathrm{ch}\,(\xi_n\,z)$$

$$V_{rx} = 2\sum R_n\,\mathrm{ch}\,(\xi_n\,z)\,\Omega_n\,\Omega$$

$$V_{ry} = -\,2\,\frac{\tau}{h_r}\sum R_n\,\mathrm{ch}\,(\xi_n\,z)\,n\,\Omega_n\,\Omega$$

(D_{1n}, D_{2n}, R_n, constantes d'intégration de rang n)

AII.3 Conditions de liaison

A nouveau, les constantes d'intégration sont déterminées par les conditions de continuité aux changements de milieux:

Pour $z = a$, continuité de la composante tangentielle du champ:

$$H_{sy} = -\frac{\partial\,\theta_s}{\partial\,y} = H_{\delta y} = \frac{1}{\mu_0}\cdot\frac{\partial\,V_{\delta x}}{\partial\,z}$$

La grandeur θ_s est déterminée par la distribution de l'induction transversale sans induit. Dans le cas infini, celle-ci a pour expression:

$$B_{\delta z\infty} = \frac{-\,\mu_0\,\pi}{\tau\,\mathrm{sh}\,\dfrac{\pi\,a}{\tau}}\,\mathrm{ch}\,\frac{\pi\,z}{\tau}\,\Omega$$

Par suite de l'effet de bord, la distribution transversale est modulée par la fonction perméance relative d'entrefer, avec une période 2 h_r (fig. 5). Soit Γ la fonction de modulation relative:

$$\Gamma = \sum_n C_n\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{n\pi x}{h_r}}$$

$$B_{\delta z\,0} = B_{\delta z\infty}\,\Gamma = -\frac{\mu_0\,\pi}{\tau\,\mathrm{sh}\,\dfrac{\pi\,a}{\tau}}\,\mathrm{ch}\,\frac{\pi\,z}{\tau}\cdot\sum_n C_n\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{n\pi x}{h_r}}\,\Omega$$

Ceci n'est possible pour $z = a$ que si le potentiel scalaire en surface de l'inducteur prend la forme:

$$\theta_s = \sum_n \hat{\theta}_s K_n e^{j\frac{n\pi x}{h_r}} \Omega$$

avec

$$K_n = \frac{\pi/\tau \cdot \text{th}(\lambda_n a)}{\lambda_n \cdot \text{th}\left(\frac{\pi a}{\tau}\right)} C_n$$

Ce potentiel scalaire est indépendant du comportement de l'induit. On a donc:

$$H_{sy} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial V_{\delta x}}{\partial y} = -\frac{\partial \theta_s \mid_{x,y}}{\partial y}$$

Pour $z = \frac{1}{2}\varepsilon$, continuité des composantes tangentielles du champ magnétique et du potentiel vecteur.

La résolution des équations résultantes donne les expressions suivantes pour les constantes d'intégration:

$$R_n = \frac{-j\frac{\pi}{2}\mu_0 \hat{\theta}_s K_n}{\psi_n} = R_{1n} = R_{2n}$$

$$D_{1n} = R_n(\alpha_n + \beta_n) e^{-\lambda_n \frac{\varepsilon}{2}}$$

$$D_{2n} = R_n(\alpha_n - \beta_n) e^{\lambda_n \frac{\varepsilon}{2}}$$

avec

$$\alpha_n = \text{ch}\left(\xi_n \frac{\varepsilon}{2}\right) \qquad \beta_n = \frac{\xi_n}{\mu_r \lambda_n} \text{sh}\left(\xi_n \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$\psi_n = \lambda_n \tau (\alpha_n \text{sh}\, \lambda_n \delta + \beta_n \text{ch}\, \lambda_n \delta)$$

AII.4 Vecteur de Poynting

Il est maintenant possible de déduire les composantes des champs électriques et magnétiques à partir du potentiel vecteur. En particulier, en surface de l'induit:

$$E_{\delta xs} = -\frac{\partial V_{\delta x}}{\partial t}\Big|_{z=a}$$

$$E_{\delta ys} = -\frac{\partial V_{\delta y}}{\partial t}\Big|_{z=a}$$

$$H_{\delta xs} = -\frac{\partial V_{\delta y}}{\partial z}\Big|_{z=a}$$

$$H_{\delta ys} = \frac{\partial V_{\delta x}}{\partial z}\Big|_{z=a}$$

$$H_{\delta z} = \frac{\partial V_{\delta y}}{\partial x} - \frac{\partial V_{\delta x}}{\partial y}\Big|_{z=a}$$

D'où l'expression du vecteur de Poynting moyen:

$$\overline{P}'_{z1} = \frac{1}{h_r} \int_{-\frac{h_r}{2}}^{\frac{h_r}{2}} \frac{1}{2}(\hat{E}_x \hat{H}_y^* - \hat{E}_y \hat{H}_x^*)\, dx$$

Tout calcul fait, on obtient pour deux inducteurs:

$$P_z' = -j\omega\mu_0 \hat{\theta}_s^2 \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda_n + \frac{\xi_n}{\mu_r}\text{th}\left(\xi_n \frac{\varepsilon}{2}\right)\text{th}(\lambda_n \delta)}{\text{th}(\lambda_n \delta) + \frac{\xi_n}{\mu_r \lambda_n}\text{th}\left(\xi_n \frac{\varepsilon}{2}\right)} \mid K_n \mid^2$$

Et pour la puissance d'entrefer:

$$P_\delta = P_z' h_r l = P_{a\delta} + j P_{q\delta}$$

Annexe III

Effet d'extrémités

AIII.1 Entrefer

Il n'existe qu'une composante du potentiel vecteur selon x (effet de bord négligé).

$$\vec{V}_\delta = \vec{i}\, V_{\delta x}$$

Par séparation des variables:

$$V_{\delta x} = \sum V_{\delta x} \mid_{z,n} \cdot e^{j\frac{n\pi y}{l'}} \cdot e^{j\left(\frac{\pi y}{\tau} + \omega t\right)} =$$

$$= \sum V_{\delta x} \mid_{z,n} \cdot e^{j\left(\frac{n\pi}{l'} + \frac{\pi}{\tau}\right)y} \cdot e^{j\omega t}$$

Posons $\lambda_n' = \frac{n\pi}{l'} + \frac{\pi}{\tau}$

Par Laplace:

$$\frac{\partial^2 V_{\delta x} \mid_{z,n}}{\partial z^2} - \lambda_n'^2 \cdot V_{\delta x} \mid_{z,n} = 0$$

$$V_{\delta x} \mid_{z,n} = D_{1n} e^{\lambda'_n Z} + D_{2n} e^{-\lambda'_n Z}$$

AIII.2 Induit

Par séparation des variables:

$$V_{rx} = \sum V_{rx} \mid_{z,n} \cdot e^{j\frac{n\pi y}{l'}} \cdot e^{j\left(\frac{\pi y}{\tau} + \omega t\right)}$$

En passant dans un référentiel lié à l'induit, il vient:

$$y = y' - v\,t = y' - (1-s)\frac{\omega\pi}{\tau} t$$

$$V'_{rx} = \sum V_{rx} \mid_{z,n} \cdot e^{j\lambda'_n \cdot y'} \cdot e^{j\omega t\left(s - \frac{n\tau}{l'}(1-s)\right)}$$

Posons $s_n = s - \frac{n\tau}{l'}(1-s)$

Par l'équation de Poisson:

$$\frac{\partial^2 V_{rx} \mid_{z,n}}{\partial z^2} - \left(\lambda_n'^2 + j s_n \frac{\mu}{\varrho}\omega\right) V_{rx} \mid_{z,n} = 0$$

$$\text{Posons } \xi_n' = \sqrt{\lambda_n'^2 + j s_n \omega \frac{\mu}{\varrho}}$$

$$V_{rx} \mid_{z,n} = R_{1n} e^{\xi'_n Z} + R_{2n} e^{-\xi'_n Z}$$

AIII.3 Conditions de liaison

Celles-ci sont également exprimées par les conditions de continuité aux changements de milieu.

Pour $z = a$, continuité de la composante tangentielle du champ dérivant du potentiel scalaire.

$$H_{sy} = -\frac{\partial \theta_s}{\partial y} = H_{\delta y} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial V_{\delta x}}{\partial z}$$

La grandeur $\theta_s|_y$ est telle que la distribution de l'induction transversale sans induit correspond à la perméance relative entre inducteurs. Celle-ci présente une période $2\,l'$ avec $l' \gg l$ (fig. 6) et une amplitude $\hat{B}_{\delta z\infty}$, correspondant au moteur infini, pour $y = 0$.

Soit $\Gamma' = \quad C'_n e^{j\frac{n\pi y}{l'}}$ la fonction perméance relative.

$$B_{\delta z 0} = B_{\delta z \infty}\, \Gamma' = -\frac{\mu_0 \pi}{\tau \operatorname{sh} \frac{\pi a}{\tau}} \operatorname{ch} \frac{\pi z}{\tau} \sum C_n' e^{j\frac{n\pi y}{l'}} \Omega$$

En imposant cette condition pour $z = a$, on obtient pour le potentiel scalaire en surface de l'inducteur correspondant:

$$\theta_s = \hat{\theta}_s \sum K_n' e^{j\frac{n\pi y}{l'}} \Omega$$

$$\alpha_n = \operatorname{ch} \xi_n' \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\beta_n = \frac{\xi_n'}{\mu_r \lambda_n'} \operatorname{sh} \xi_n' \frac{\varepsilon}{2}$$

AIII.4 Vecteur de Poynting

Le vecteur de Poynting résultant a pour expression, compte tenu de la symétrie:

$$P_z' = \hat{E}_{\delta x} \hat{H}^*_{\delta y}$$

On obtient tout calcul fait:

$$P'_{zs} = -j\,\omega\,\mu_0 \left(\frac{\pi/\tau\, \hat{\theta}_s}{\operatorname{th} \frac{\pi a}{\tau}} \right)^2 \sum [\operatorname{th}(\lambda_n' a)\, C_n']^2 \frac{[1 + \beta_n/\alpha_n \cdot \operatorname{th}(\lambda_n' \delta)]}{\lambda_n' \left[\operatorname{th}(\lambda_n' \delta) + \frac{\beta_n}{\alpha_n} \right]}$$

avec

$$K'_n = \frac{\pi \operatorname{th}(\lambda_n a)}{\tau \lambda_n \operatorname{th} \frac{\pi a}{\tau}} C'_n$$

La valeur du vecteur de Poynting au niveau de l'induit est ici indispensable:

$$P'_{zr} = -j\,\omega\,\mu_0 \left(\frac{\pi/\tau\, \hat{\theta}_s}{\operatorname{th} \frac{\pi a}{\tau}} \right)^2 \sum \left(\frac{\operatorname{th}(\lambda_n' a)\, C_n'}{\operatorname{ch} \lambda_n' \delta} \right)^2 \frac{s_n}{\lambda_n'} \cdot \frac{\beta_n^*/\alpha_n^*}{\left(\operatorname{th} \lambda_n' \delta + \frac{\beta_n}{\alpha_n} \right) \left(\operatorname{th} \lambda_n' \delta + \frac{\beta_n^*}{\alpha_n^*} \right)}$$

Le potentiel scalaire étant défini en fonction de y, il est possible d'exprimer la condition de continuité du champ tangentiel pour $z = a$.

Pour $z = \frac{1}{2}\varepsilon$ continuité de H_y et V_x

Pour $z = 0$, symétrie

La résolution des équations de continuité donne les solutions suivantes:

$$R_n = -\frac{j\,\hat{\theta}_s\, \mu_0\, \lambda_n'\, K_n}{2\, \psi_n'}$$

$$D_{1n} = R_n (\alpha_n + \beta_n)\, e^{-\lambda'_n \frac{\varepsilon}{2}}$$

$$D_{2n} = R_n (\alpha_n - \beta_n)\, e^{\lambda'_n \frac{\varepsilon}{2}}$$

$$\psi_n' = \lambda_n' (\beta_n \operatorname{ch} \lambda_n' \delta + \alpha_n \cdot \operatorname{sh} \lambda_n' \delta)$$

On a alors:

- Pour l'entrefer: $P_\delta = P'_{zs}\, l'\, h_r = P_{a\delta} + j\, P_{q\delta}$
- Pour l'induit: $P_r = P'_{zr}\, l'\, h_r = P_{ar} + j\, P_{qr}$

Bibliographie

[1] *M. Jufer:* Démarrage asynchrone des machines synchrones à pôles saillants massifs. Thèse de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne, 1968.

[2] *M. Jufer:* Détermination des caractéristiques spécifiques du moteur linéaire. Rev. Gén. Electr. 80(1971)2, p. 105...113.

L'adresse des auteurs:

Marcel Jufer, Ing. EPUL, Dr ès sciences techniques, Professeur EPF-L, Chaire d'Electromécanique, et *Nicolas Wavre,* Ing. EPF-L, Collaborateur, Chaire d'Electromécanique EPF-L, 16, chemin de Bellerive, 1007 Lausanne.