Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 56 (1965)

Heft: 22

Artikel: Hundert Jahre Maxwellsche Gleichungen

Autor: Tank, F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-916419

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Hundert Jahre Maxwellsche Gleichungen [1])

Von *F. Tank*, Zürich

Es wird eine Übersicht gegeben über Grundlagen und Entwicklung von Maxwells Theorie des elektromagnetischen Feldes im Verlauf der letzten hundert Jahre. Maxwell war von konstruktiven Ideen ausgegangen und hatte eine grosse Wahrheit gefunden, deren Bedeutung für Wissenschaft und Technik kaum zu überschätzen ist. Heute bilden die Maxwellschen Gleichungen einen Bestandteil formvollendeter, relativistischer Feldtheorien.

L'auteur donne un aperçu des fondements et du développement de la théorie de Maxwell du champ électromagnétique, au cours des cent dernières années. Maxwell était parti d'idées constructives et avait découvert une grande vérité, dont l'importance pour la science et la technique est inestimable. Maintenant, les équations de Maxwell font partie des théories de champ relativistes d'une forme parfaite.

538.3

I

Vor hundert Jahren, genau am 17. Oktober 1864, reichte *James Clerc Maxwell,* damals Professor am Kings College in London und erst 33 Jahre alt, den «Transactions of the Royal Society» eine Abhandlung ein, betitelt «Eine dynamische Theorie des elektromagnetischen Feldes»; am 8. Dezember 1864 trug er dieselbe an einer Sitzung der Royal Society vor. Seit jenen Tagen besitzt die gesamte Elektrizitätslehre ein einheitliches, dauerhaftes Fundament, unentbehrlich für die Technik und von höchster Fruchtbarkeit für die Wissenschaft.

Am Anfang von Maxwells Abhandlung finden sich die Worte: «Die hier vorgeschlagene Theorie sucht den Ursprung der elektromagnetischen Erscheinungen in dem Medium, das die elektrischen und magnetischen Körper umgibt, und nimmt an, dass sie nicht unmittelbar aus der Entfernung aufeinander wirken, sondern durch Vermittlung dieses Mediums.» Damit war das grosse Leitmotiv ausgesprochen, es hiess: Nahewirkung. Der Forschung öffneten sich weite Tore.

Es ist bekannt, dass Maxwells Theorie sich auf Anschauungen von *Faraday* aufbaut. Das Vorbild der Fernewirkungstheorie war das Newtonsche Gravitationsgesetz; es hatte in den Coulombschen Gesetzen der Elektrostatik und der Magnetostatik seine Entsprechungen gefunden. Beide Lehren führten in erheblichen Bereichen zu gleichen Resultaten, doch der endgültige Fortschritt lag auf der Seite der kühneren Ideen. *Maxwell* sagte später im Vorwort zu seinem 1873 erschienenen «Treatise on Electricity» hierüber: «Faraday sah mit seinem geistigen Auge Kraftlinien den ganzen Raum durchsetzen, wo die reinen Mathematiker Anziehungszentren von Fernkräften sahen; Faraday sah ein Zwischenmittel, wo sie nur Entfernungen sahen; Faraday suchte nach dem Sitz der Erscheinungen, die in diesem Mittel wirklich vorgingen, — sie begnügten sich, das Potenzgesetz der Kräfte zu finden, die auf elektrische Fluida wirkten.»

Maxwell wurde 1831 geboren, in dem Jahre, als *Faraday* das Induktionsgesetz entdeckte; er war 40 Jahre jünger als *Faraday*. Die beiden Forscher waren berufen, in idealer Ergänzung ein Werk zu vollbringen, dessen Durchführung die Kraft eines Einzelnen überstieg. *Maxwell* besass eine tiefe Verehrung für *Faraday*. Der gehaltvolle Nachruf, den er ihm bei seinem Ableben 1867 widmete, legt davon Zeugnis ab. Dabei bestanden zwischen beiden nicht nur im Alter, sondern auch nach Herkunft, Bildungsgang und Art der Begabung grosse Unterschiede. *Faraday* stammte aus ärmlichen Verhältnissen, *Maxwell* war Sohn einer vornehmen schottischen Familie. *Faraday* war Autodidakt, *Maxwell* genoss die Vorteile der besten Bildungsmittel seiner Zeit. *Faraday* hat nie gerechnet, er verliess sich vollkommen auf seine fast unfehlbare Intuition, aber *Maxwell* erfasste das Geniale in Faradays Denkweise. Man würde der Wahrheit nie gerecht durch Redewendungen wie «Faraday lieferte die Ideen, Maxwell die Ausarbeitung» oder «Was qualitativ war, tat Faraday, das Quantitative tat Maxwell.» In Wirklichkeit bestand zwischen den beiden Forschern eine tiefe geistige Gemeinschaft. Nur so ist es verständlich, dass *Maxwell* die oft schwer erfassbaren Aufzeichnungen *Faradays* richtig zu deuten wusste und zu lebendiger Klarheit emporzuführen vermochte. In Sinn und Geist war das Werk ein gemeinsames. Wohl setzte *Maxwell* ihm die Krone auf, aber das Fundament hat *Faraday* geschaffen. Die Faraday-Maxwellsche Lehre ruht auf den Schultern zweier Titanen.

II

Maxwell bedurfte zur Durchführung seiner Theorie eines Trägers der Erscheinungen, eben jenes eingangs erwähnten Mediums, das aber nicht materieller Natur zu sein brauchte, denn die elektrischen Wirkungen übertrugen sich auch durch den leeren Raum. Er kam zum Schluss, dasselbe müsse identisch sein mit dem alles durchdringenden, allgegenwärtigen, absolut ruhenden Licht- oder Weltäther, der damals schon als Hypothese im Bereich der Optik eingeführt war. In dieses Medium hatte *Maxwell* nun, den Einfluss eventuell vorhandener Materie berücksichtigend, das Uhrwerk seiner elektrischen Verzahnungen einzubauen.

Dabei ging er — in engster Anlehnung an *Faraday* — aus vom Fundamentalbegriff der Elektrizitätslehre, gewissermassen von ihrem Urphänomen, nämlich der elektrischen Ladung. Ladungen sind Zentren elektrischer Erregung. Die elektrische Erregung breitet sich längs bestimmten Bahnen aus, eben den Faradayschen Kraftlinien, die gleich Polypenarmen in den Raum hinausgreifen und Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens suchen, um sich dort anzuklammern. *Maxwell* dachte sich diese Kraftlinien zusammengefasst zu Kraftröhren und gefüllt mit Ladungen beiderlei Vorzeichens, jedoch so, dass das Ganze nach aussen neutral wirkte. In solchen Kraftröhren sollten sich die Ladungen verschieben können wie eine inkompressible Flüssigkeit der Hydrodynamik, und zwar um beliebige Strecken und frei beim elektrischen Leiter, um begrenzte Stücke und an Gleichgewichtslagen gebunden beim Isolator. In letzterem Fall entstand ein Spannungszustand, den *Faraday* als Polarisation des Dielektrikums, gelegentlich auch als den elektrotonischen Zustand bezeichnete.

Es galt nun, diese allgemeinen Vorstellungen zu einem widerspruchsfreien Ganzen zu ordnen und in den Rahmen fester Begriffe einzuspannen. Die Aufgabe schien unlösbar;

[1]) Vortrag, gehalten an der Generalversammlung 1965 des SEV in Interlaken.

Maxwell hat sie gemeistert. Hier half die Analogie. *Maxwell* kannte den Wert von Aanalogien [2]). Er griff auf das Beispiel des elastischen Spannungszustandes zurück, der gekennzeichnet ist durch Spannung und Dehnung bzw. Spannung und Verschiebung. Die Spannung wirkt gewissermassen als Ursache; sie soll daher als eine Intensitätsgrösse bezeichnet werden. Die Verschiebung stellt dann die Folge dar und liefert gleichzeitig ein Mass für den Betrag der Spannung; sie soll deshalb Quantitätsgrösse heissen. Intensitätsgrösse und Quantitätsgrösse sind linear miteinander verknüpft, das Produkt beider ergibt im wesentlichen die im Spannungsfeld lokal gespeicherte Energie.

Maxwell führte nun zwei Paare von Zustandsgrössen ein, das eine für das elektrische und das andere für das magnetische Feld. Jedes Paar bestand aus einer Intensitäts- und aus einer Quantitätsgrösse, im elektrischen Fall aus der elektrischen Feldstärke E und der dielektrischen Verschiebung D, beide verbunden durch die Beziehung

$$D = \varepsilon E$$

und im magnetischen Fall aus der magnetischen Feldstärke H und der magnetischen Induktion B, beide verbunden durch die Beziehung

$$B = \mu H$$

ε und μ sind Materialkonstanten [3]). Der Ansatz für die in der Volumeneinheit vorhandene elektrische Energie lautet dann — das geeignete Maßsystem vorausgesetzt [4]):

$$\frac{1}{2} D E$$

und für die magnetische Energie

$$\frac{1}{2} B H$$

Die Kraftlinien wurden zu einer Art elektrischer und magnetischer Spannungstrajektorien, längs welchen ein Zug und quer zu welchen ein Druck herrschte, wie *Faraday* es bereits vorausgesehen hatte. War erst einmal die Energieverteilung bekannt, so erwies sich der Weg zu den an materiellen Körpern angreifenden Kräften als nicht mehr allzu weit. Sie ergaben sich als Resultierende von Oberflächenkräften, die von dem durch *Maxwell* in allen Einzelheiten berechneten Spannungsfeld herrührten, etwa so, wie der an der Oberfläche eines Körpers angreifende hydrostatische Druck den resultierenden Auftrieb ergibt.

Wie stand es nun mit den Strömen? Ströme sind bewegte Ladungen; ihr Attribut ist das Magnetfeld. In Leitern ist die Stromdichte der lokal wirkenden Feldstärke E proportional, wobei der Proportionalitätsfaktor bekanntlich als Leitfähigkeit bezeichnet wird. Da das Leitungsphänomen mit Reibung verbunden ist, tritt eine entsprechende Wärmeentwicklung auf. Es ist eine bemerkenswerte Leistung der Maxwellschen Theorie, dass sie der vielgestaltigen elektrischen Erscheinungswelt durch nur drei Materialkonstanten gerecht zu werden vermag, Materialkonstanten, die sich im Laufe der Zeit als zusammenfassende Ausdrücke komplizierter atomarer Prozesse interpretieren liessen.

[2]) Vgl. dazu auch: *Maxwell*, «On Faradays Lines of Force», 1856, in Scientific Papers, Vol. I, p. 156, 1890.

[3]) Genaueres z. B. *A. Sommerfeld*, Elektrodynamik, Wiesbaden 1948, Vorwort und S. 12.

[4]) Giorgi-System; vgl. Bericht des FK 24 des CES, Bull. SEV, 1949, Nr. 15.

Eine andere Art von Strömen sind die Verschiebungsströme im Isolator. Ihre Entdeckung und Einführung in die Theorie ist *Maxwells* ureigenstes Werk, ein Zeugnis seiner physikalischen Phantasie und seines mathematischen Scharfsinns. Durch sie erst haben die Maxwellschen Gleichungen jene abgerundete Vollendung erhalten können, die ihnen unvergängliche Bedeutung sicherte. Der Isolator — nach *Maxwell* auch der leere Raum — erfährt durch den Einfluss des Feldes eine elektrische Polarisation. Während der Ausbildung derselben werden Ladungen verschoben, und es tritt ein echter Strom auf, dessen Dichte gleich $\partial D/\partial t$ gesetzt wird [5]). Im Gegensatz zum Leitungsstrom ist er verlustfrei, gewissermassen ein wattloser Strom. Er kommt nur bei sehr raschen Feldänderungen, daher vor allem in der Hochfrequenztechnik, voll zur Geltung, während der Leitungsstrom in Gebieten tiefer Frequenzen dominiert.

III

Alles kam nun darauf an, für die Zustandsgrössen E, D, H, B des Feldes die richtige Verknüpfung zu finden. Dieselbe musste in die Form von Differentialbeziehungen gekleidet werden, denn sie hatte in kleinstem Raume an beliebigem Ort zu gelten. Die beobachtbaren und messbaren Zusammenhänge waren dann durch Integration zu ermitteln, und zwar unter Berücksichtigung der sog. Randbedingungen. Da von den vier massgebenden Grössen E, D, H, B je zwei bereits miteinander gekoppelt sind — es gilt ja $D = \varepsilon E$ und $B = \mu H$ —, so bedarf es zur vollständigen Lösung nur zweier partieller Differentialgleichungen. *Maxwell* hat sie gefunden; sie sind von linearem Typ und erster Ordnung. Als die Maxwellschen Feldgleichungen sind sie in die Geschichte der Wissenschaft eingegangen. Die eine derselben stellt die Ampèresche Verkettung von Strom und Magnetfeld in differentieller Form dar, die andere ist — ebenfalls in differentieller Form — Ausdruck des Faradayschen Induktionsgesetzes.

Diese Gleichungen sind ausserordentlich, sowohl was den Inhalt wie die Form betrifft. Lakonische Kürze und in die Augen springende, wenn auch noch nicht ganz vollständige Symmetrie zeichnen sie aus [6]). Es wohnt ihnen etwas Bestechendes inne. Man schreibe zwei Zeilen von Symbolen an, und man hat den Schlüssel zu den Grundlagen der gesamten Elektrotechnik in der Hand. Die Maxwellschen Gleichungen zielen unmittelbar auf den Kern der Sache, nämlich auf die Struktur der Felder. Sie sind so gebaut, dass ihnen sich sofort entnehmen lässt, ob das Feld, das sie beschreiben, Teil eines Potentialfeldes oder Teil eines Wirbelfeldes ist. Wesentliches ihres Inhaltes lässt sich wie folgt zusammenfassen, indem man die präzise mathematische Formulierung durch weniger präzise Worte auszudrücken versucht: «Veränderliche elektrische und magnetische Felder erzeugen sich gegenseitig; die Ströme sind dabei die Sitze der magnetischen Wirbel, und die zeitlich sich ändernden magnetischen Induktionsflüsse sind die Sitze der elektrischen Wirbel.» *Maxwell* kannte sich in der Theorie der Wirbel gut aus. Er wusste, dass sie sich zu geschlossenen Wirbellinien zusammenfassen lassen, also zu

[5]) Giorgi-System, 1. c.

[6]) $\operatorname{rot} H = \gamma E + \frac{\partial D}{\partial t}$ oder $\operatorname{rot} H = \left(\gamma + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}\right) E$

$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ oder $\operatorname{rot} E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$

Linien ohne Anfang und Ende. «Wirbel sind divergenzfrei», sagt der Physiker. Leitfähigkeitsströme haben aber sehr oft Anfang und Ende — man denke nur an einen Kondensator, der sich durch eine metallische Verbindung entlädt; die unerlässliche Eigenschaft der Geschlossenheit ergibt sich dann erst durch die Ergänzung von Leitfähigkeitsstrom und Verschiebungsstrom zu einem divergenzfreien Gesamtstrom. Die Maxwellsche Theorie kennt nur geschlossene Ströme. Der Verschiebungsstrom ist für sie eine Notwendigkeit. — Das Verständnis solcher Zusammenhänge fiel den meisten Zeitgenossen sehr schwer.

Wenn man aus den beiden Maxwellschen Gleichungen eine der Unbekannten eliminiert, so erhält man für die verbleibende Unbekannte — es kann dies nach Wahl die Grösse *E, D, H* oder *B* sein — eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung, die als «Wellengleichung» den Mathematikern wohlbekannt ist. Sie führt im Maxwellschen Fall auf Wellen von transversalem Typ. Dass dieselben sich mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzten, war noch zu beweisen. *Maxwell* konnte aus seiner Theorie schliessen, dass diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich dem Umrechnungsfaktor zwischen elektrostatischem und elektromagnetischem Massystem war; aber der Betrag, dem entscheidende Bedeutung zukam, ging aus seinen Rechnungen nicht hervor. Die einzige Stütze für *Maxwell* bestand in Kapazitätsvergleichen von *Wilhelm Weber* und *Friedrich Kohlrausch* [7]), aus welchen sich jener Faktor zu $c = 310\,740$ km s^{-1} ergab. *Maxwell* verstand, dass dies nur die Lichtgeschwindigkeit sein konnte, und dass *Weber* und *Kohlrausch* eine Laboratoriumsmethode zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit gefunden hatten. Mit Schottischem Humor bemerkte er dazu: «The only use made of light in these experiments was to see the instruments». Auf diese Weise hatte ein prominenter Vertreter der Fernewirkungstheorie, nämlich *Wilhelm Weber,* auch seinen Anteil an der Förderung von *Maxwells* Lehre. Die Tatsache aber, dass die Maxwellschen Gleichungen die Lichtgeschwindigkeit gewissermassen «ab ovo» enthalten, ist einzigartig und beweist, dass diese Gleichungen letzten Endes in den Tiefen des Universums verankert sind. Ein Ergebnis von unübersehbarer Tragweite war gewonnen. *Faraday* hatte es in seinen «Gedanken über Strahlenschwingungen» 1846 vorausgeahnt [8]).

Zur Optik spannte sich nun eine wunderbare Brücke; eine verheissungsvolle Zukunft der elektrischen Nachrichtentechnik zeichnete sich ab. Die ganze theoretische Elektrotechnik wurde zur Wellenlehre, und es kam für den Praktiker alles nur auf das Verhältnis der Dimensionen seiner Apparate zu den Wellenlängen an, denn danach richteten sich seine Konstruktionen. Dem Starkstromgebiet sind die ganz langen Wellen zugeordnet, ebenso der niederfrequenten Schaltungstechnik. Der Wellencharakter kommt hier in der Regel nicht mehr zur Geltung, sondern nur noch die zeitliche Periodizität. In der Theorie dieser quasistationären Ströme und Spannungen erübrigt es sich dann, unmittelbar auf die Maxwellschen Gleichungen zurückzugreifen, sondern durch die Einführung integraler Begriffe wie z. B. von Gesamtströmen statt Stromdichten, totalen Spannungen statt Feldstärken, Widerständen statt Leitfähigkeiten lassen sich ausserordentlich elegante und nützliche Vereinfachungen erzielen. Aber hinter diesen praktischen Begriffen verschwindet wieder zum Teil die physikalische Wirklichkeit, d. h. das Feld.

Anders liegen die Verhältnisse bei hohen und höchsten Frequenzen. Hier bleibt der Feldbegriff grundlegend, hier tritt der Leitfähigkeitsstrom gegenüber dem Verschiebungsstrom vollständig zurück; das Dielektrikum dominiert, und der Ingenieur treibt eine besondere Art technischer Optik. Über zwanzig Jahre hat es gebraucht, bis *Maxwells* Vorhersage elektromagnetischer Wellen durch *Heinrich Hertz* in genialen Versuchen bestätigt werden konnte (1885-1888). *Hertz* erregte durch Funken einen kleinen Dipol und erhielt Wellen von wenigen Zentimetern Länge, deren optische Eigenschaften wie Reflexion und Brechung, Beugung, Polarisation und Bündelung durch Hohlspiegel er nachwies. Eine weitere überragende Leistung von *Hertz* darf nicht unerwähnt bleiben, das ist die Herleitung der vollständigen Theorie des strahlenden Dipols — gewissermassen des Strahlerprototyps — aus den Maxwellschen Gleichungen. Damit waren die Grundlagen für die Berechnung von Antennen jeglicher Art geschaffen.

Eine interessante Ergänzung zu Maxwells Lehre stammt nicht mehr von *Maxwell* selbst, sondern von seinem Landsmann *Poynting,* und betrifft die Frage der Energieströmung. Der auf den Feldgrössen *E* und *H* senkrecht stehende Strahl- oder Poynting-Vektor liefert ein Mass für Betrag und Richtung des elektromagnetischen Leistungsflusses. Mit Hilfe dieses Vektors lassen sich Strömungslinien konstruieren, längs denen sich die Energie wie eine kompressible Flüssigkeit bewegt. Der Energietransport erfolgt aber im Dielektrikum, wobei wie z. B. bei der Doppelleitung oder beim konzentrischen Kabel die Leiter, die das Feld begrenzen, als Führung dienen. Da wegen der nicht vollkommenen Leitfähigkeit dieser Leiter der elektrische Feldvektor nicht genau senkrecht auf ihren Oberflächen steht, sondern ein wenig nach vorn geneigt ist, erhält der Poynting-Vektor eine kleine Komponente nach dem Leiterinnern. Ein Bruchteil der transportierten Energie wird also abgezweigt, dringt in den Leiter ein und wird dort in Wärme verwandelt. Die Eindringtiefe hängt vom Material ab, also von der elektrischen Leitfähigkeit und der magnetischen Permeabilität, vor allem aber auch von der Frequenz der elektromagnetischen Wellen. Bei sehr hohen Frequenzen beschränkt sich das Feld vorwiegend auf die Oberflächenpartien der Leiter, das Innere ist dann unter Umständen sogar feldfrei und stromfrei. Man spricht daher vom Skin- oder Hauteffekt. Damit hängt zusammen, dass gute Leiter wie Spiegel wirken. Weil die Strahlung nicht wesentlich in sie einzudringen vermag, wird sie reflektiert. Rohre, die innen spiegeln und deren Durchmesser mindestens eine Wellenlänge beträgt, lassen sich im Bereiche höchster Frequenzen, z. B. in der Radartechnik, sehr gut für den Energietransport benutzen. Diese Hohlleiter oder Wellenleiter sind gewissermassen Pipelines elektromagnetischer Energie und bilden ein ideales Anwendungsgebiet der Maxwellschen Gleichungen.

Maxwell äusserte gelegentlich, man müsse für jede Art von physikalischen Problemen die zu ihrer Beschreibung geeignete Form der Mathematik finden. Er selbst drückte seine Gleichungen noch in der umständlichen Sprache der rechtwinkligen Koordinaten aus. Einen wesentlichen Fortschritt im Maxwellschen Sinn brachte die Benutzung der Vektor-

[7]) Poggendorffs Annalen 1856.
[8]) Phil. Mag. 1846; Exp. Researches Vol. III, S. 447.

Schreibweise, die vor allem *Oliver Heaviside* zu verdanken ist. *Heaviside,* der grosse Förderer der Operatorenrechnung, war ein mathematischer *Faraday;* er errechnete die Lösung mathematischer Probleme oft gar nicht, sondern sah sie einfach. Scherzweise soll er gelegentlich gesagt haben: «Mathematik ist eine Experimentalwissenschaft.» Er war *Maxwells* bedeutendster Nachfolger auf englischem Boden. Seine Arbeiten trugen ausserordentlich viel zum besseren Verständnis und zur Verbreitung von *Maxwells* Lehre bei. Nun glänzte *Maxwells* Werk im hellen Lichte verdienten Ruhmes.

IV

Und doch — die Maxwellschen Gleichungen waren zwar faszinierend, aber sie waren auch irritierend. Dunkle Wolken stiegen am Himmel der Erfolge auf. Bereits lag die Landschaft des Äthers im Schatten. Die Existenz des Äthers war stets nur eine Hypothese gewesen; es gelang nie, ihn direkt nachzuweisen. Alle Versuche in dieser Richtung schlugen fehl. Entscheidend war der berühmte Interferenzversuch von *Michelson* (1887). Aus ihm ging hervor, dass sich das Licht einer irdischen Lichtquelle stets nach allen Seiten mit gleicher Geschwindigkeit, also in Kugelwellen, ausbreitet, unabhängig von der Eigenbewegung der Erde im Weltraum. Dieses Ergebnis war unvereinbar mit der Annahme eines absolut ruhenden Äthers.

Weitere Schwierigkeiten ergaben sich aus der Elektrodynamik bewegter Körper. Mit diesem Problem hatte sich schon etwa um 1890 *Heinrich Hertz* befasst, jedoch ohne zu widerspruchsfreien Lösungen zu gelangen. Er sah sich daher zu dem Vorschlag veranlasst, auf die Ätherhypothese zu verzichten und die reinen Maxwellschen Gleichungen im Sinne eines Postulates oder Axiomes allen Betrachtungen einfach voranzustellen.

Ein einfaches Beispiel diene zur Erläuterung der Schwierigkeiten. Ein erster Beobachter führe in einem Laboratorium Messungen aus an einem Kathodenstrahl, wie wir ihn vom Kathodenstrahloszillographen oder von der Fernsehröhre her kennen. Er stellt fest, dass der Strahl aus bewegten Elektronen besteht und von einem Magnetfeld umgeben ist. Ein zweiter Beobachter möge auf einem Elektron reiten wie einst der Freiherr von Münchhausen auf einer Kanonenkugel. Er wisse weder vom ersten Beobachter etwas noch von dessen Laboratorium und glaube sich in Ruhe. Für ihn gibt es nur ein reines elektrostatisches Feld, aber kein Magnetfeld. Wo ist letzteres geblieben?

Die Lösung des Rätsels ist eine salomonische: Jeder Beobachter hat recht; für jeden sollen die Maxwellschen Gleichungen gelten. Der Unterschied liegt einzig in den verschiedenen Standpunkten. Aber es ist dann notwendig, dass jeder Beobachter die Ergebnisse des andern durch Rechnung finden kann, und dazu bedarf es der Transformationsgleichungen. Es zeigt sich, dass solche Transformationen nur möglich sind, wenn man jedem Beobachter sein eigenes Mass für Raum und Zeit zubilligt. Die sich dann notwendig ergebenden Transformationsgleichungen hat 1904 der grosse holländische Physiker *Hendrik Antoon Lorentz* gefunden [9]). Ein Jahr später, 1905, hat *Albert Einstein* in seiner berühmten Arbeit «Zur Elektrodynamik bewegter Körper» gezeigt [10]), dass diese «Lorentz-Transformationen» aus dem allgemeinen Prinzip der Relativität folgen. Einsteins Überlegungen waren tiefschürfend und schwierig; der Weg über die Maxwellschen Gleichungen zur Relativitätstheorie ist unvergleichlich viel leichter. *Arnold Sommerfeld* erklärte kurz und bündig: «Die Relativitätstheorie ist vom Standpunkt der Maxwellschen Gleichungen aus selbstverständlich.» Der Mantel des Absoluten, in den man bisher Raummessung und Zeitmessung gekleidet hatte, musste fallen. Aber ein anderes Absolutes trat an seine Stelle, nämlich die unbedingte Gültigkeit der grundlegenden Naturgesetze in jedem einzelnen der vielen, gleichberechtigten Bezugssysteme der Relativitätstheorie. An dieser Revolution des physikalischen Denkens kommt den Maxwellschen Gleichungen ein Führungsanspruch zu.

Den alten Äther konnte man nicht mehr brauchen, und er war doch ein treuer Diener seines Herrn gewesen. *Albert Einstein* schickte ihn in die Verbannung. Auch hier hiess es: «Der Mohr hat seine Schuldigkeit getan, der Mohr kann gehen!» Die Hoffnung auf eine mechanische Interpretation der elektrischen Phänomene war endgültig dahingeschwunden. Eine neue Ära der Betrachtungsweise war angebrochen. Raum und Zeit dienten fortan nur noch als Schale; den Kern bildeten die abstrakten Gesetze. Vielleicht wird eine ferne Zukunft einmal erweisen, dass diese Gesetze selbst eines Stammes sind.

In vierdimensionaler Form, deren Grundlagen vor allem *Hermann Minkowsky* schuf (1908), erreichte die Relativitätstheorie, und mit ihr auch das System der Maxwellschen Gleichungen, die Stufe höchster Vollendung. Wenn man neben den drei Raumkoordinaten als vierte Koordinate die Zeit einführt — allerdings auf die Dimension einer Länge gebracht durch den Faktor $i \cdot c$ (i imaginäre Einheit, c Lichtgeschwindigkeit im Vakuum) —, so lässt sich der fast unübersehbare Beziehungsreichtum der Elektrodynamik in wunderbarer Vereinfachung und Geschlossenheit zusammenfassen. Einmal mehr hatten die Maxwellschen Gleichungen ihre Lebenskraft bewiesen. Ihre wahre Heimat ist die vierdimensionale Geometrie; hier enthüllen sich die Lorentz-Transformationen als raum-zeitliche Drehoperationen, und daran liegt es, dass sich die elektromagnetischen Phänomene je nach dem Standpunkt des Beobachters in verschiedener Weise darbieten. *Arnold Sommerfeld* drückt dies wie folgt aus [11]): «Elektrisches und magnetisches Feld bilden eine Einheit und sind nur relativ zum benutzten Bezugssystem zu scheiden. Sie sind verkoppelt zu einem Vektor, der als Sechservektor bezeichnet wird. Beim Wechsel des Bezugssystems tragen seine elektrischen Komponenten zu den magnetischen und umgekehrt bei. Wir haben es hier mit einem perspektivischen Effekt in vier Dimensionen zu tun. Das dreidimensionale Analogon bildet der Anblick eines Würfels: Bei spezieller Wahl des Standpunktes sehen wir nur die («elektrische») Vorderfläche, bei schiefer Blickrichtung auch die («magnetischen») Seitenflächen.» Die Welt ist geometrisiert. *James Clerc Maxwell* begann einst mit konstruierbaren Ideen; heute reichen die modernen Feldtheorien hinauf bis zu den schneebedeckten Gefilden höchster Abstraktion. *Carl Friedrich Gauss,* unter den grossen Mathematikern einer der ersten, bemerkte einmal: «Theos arithmetizei» und wollte mit diesen griechischen Worten sagen: «Gott treibt Arithmetik»

[9]) Proc. Amsterdam 1904, p. 809.
[10]) Annalen der Physik, 4. Folge, Bd. 17, 1905, S. 891.
[11]) Elektrodynamik, Wiesbaden 1948, S. 242.

oder, ganz frei ausgedrückt: «Alles ist Zahlentheorie». Heute würde er hinzufügen: «und Geometrie».

Wir sind am Ende. Die Maxwellschen Gleichungen haben ein Jahrhundert Geschichte hinter sich. Bei allem Wandel der Betrachtungsweise, bei all der Vermehrung ihrer Bedeutung bleiben sie für uns stets eines: das herrliche Geschenk eines grossen, verehrungswürdigen Forschers an die Welt der Wissenschaft und Technik. Nichts Besseres wissen wir an den Schluss zu setzen als das Motto, das vor mehr als 70 Jahren der kongeniale *Ludwig Boltzmann* seinen «Vorlesungen über die Maxwellsche Theorie der Elektrizität» voranstellte; es sind dies die Verse aus *Goethes* Faust:

«War es ein Gott, der diese Zeilen schrieb,
Die mir das innre Toben stillen,
Das arme Herz mit Freude füllen,
Und mit geheimnisvollem Trieb
Die Kräfte der Natur rings um mich her enthüllen?»

Adresse des Autors:
Prof. Dr. phil., Dr. sc. techn. h. c. *F. Tank*, Frohburgstr. 174, 8057 Zürich.

Ein elektronischer Sammelschienen-Spannungsdifferentialschutz für unterschiedliche Stromwandler-Übersetzungen

Von *F. Schär*, Olten

621.316.925.2:621.316.35

Es werden die Gründe dargelegt, warum sich gewöhnliche Differentialschutz-Schaltungen nicht ohne weiteres zum Schutz von Sammelschienen eignen. Anschliessend wird der Spannungsdifferentialschutz erklärt und ein neuer elektronischer Spannungsdifferentialschutz mit Sperrstromkreis beschrieben, der sich auch für grosse Unterschiede in den Stromwandlerübersetzungen eignet. Messergebnisse bestätigen die Ausführungen.

L'auteur indique pourquoi les montages ordinaires de protection différentielle ne conviennent pas toujours à la protection de barres omnibus. Il décrit ensuite la protection différentielle de tension et un nouveau montage électronique qui convient également pour de grands écarts entre rapports de transformation de transformateurs de courant. Des résultats de mesures confirment l'utilité du nouveau montage.

Einleitung

Der Schutz von Sammelschienen in Hochspannungsanlagen ist in den letzten Jahren immer wichtiger geworden. Vergleicht man zum Beispiel die Anzahl der Störungen pro 100 km und Jahr mit derjenigen pro 100 Schaltfelder und Jahr für verschiedene Nennspannungen, so erhält man für das ganze westdeutsche Hochspannungsnetz für die Jahre 1959 bis 1962 ein Bild gemäss Tabelle I [1][1]).

Vergleich der Anzahl Störungen im westdeutschen Hochspannungsnetz
Tabelle I

Nennspannung kV	Fehler pro 100 km Leitung und Jahr				Fehler pro 100 Schaltfelder und Jahr			
	1959	1960	1961	962	1959	1960	1961	1962
10	14,28	7,12	6,87	8,16	1,33	0,95	0,84	1,04
20	21,31	5,21	5,22	7,56	5,90	3,01	2,70	3,16
30	10,06	6,37	5,45	7,42	5,06	1,95	3,52	3,48
60	11,10	4,28	2,97	4,65	5,89	3,04	4,65	3,26
110	6,40	1,01	0,64	1,19	11,84	5,42	4,52	4,66
220	3,72	0,45	0,54	1,43	16,63	10,26	6,76	5,40

Wie die Zahlen dieser Tabelle zeigen, nimmt die spezifische Anzahl der Störungen mit steigender Spannung auf den Leitungen ab, in den Anlagen dagegen zu. Ein Sammelschienenkurzschluss hat aber bei den heutigen, in stetigem Steigen begriffenen Kurzschlussleistungen in der Regel viel bedeutendere Folgen, so zum Beispiel:

a) Es müssen stets mehrere, gegebenenfalls bis zu 20 Schalter auslösen.
b) Jeder Schalter kann wichtige Landesteile, Städte oder Grossindustrien in der Energieversorgung stark beeinträchtigen.
c) Wichtige Anlageteile in Kraft- oder Unterwerken können speziell bei längerer Kurzschlussdauer derart beschädigt werden, dass die Produktion, die Verteilung oder beide ganz oder teilweise längere Zeit empfindlich gestört sind.
d) Bei zu langen Abschaltzeiten werden gelegentlich sogar Sekundäreinrichtungen beschädigt.
e) Abgesehen vom materiellen Schaden ist in bedienten Anlagen das Personal direkt oder indirekt schwer gefährdet.

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

Wie verheerend solche Zerstörungen etwa sein können, zeigen die Fig. 1 und 2.

Mit steigender Kurzschlussleistung ist deshalb auch das Interesse an einem guten Sammelschienenschutz stark gestie-

33'991 – 34'008

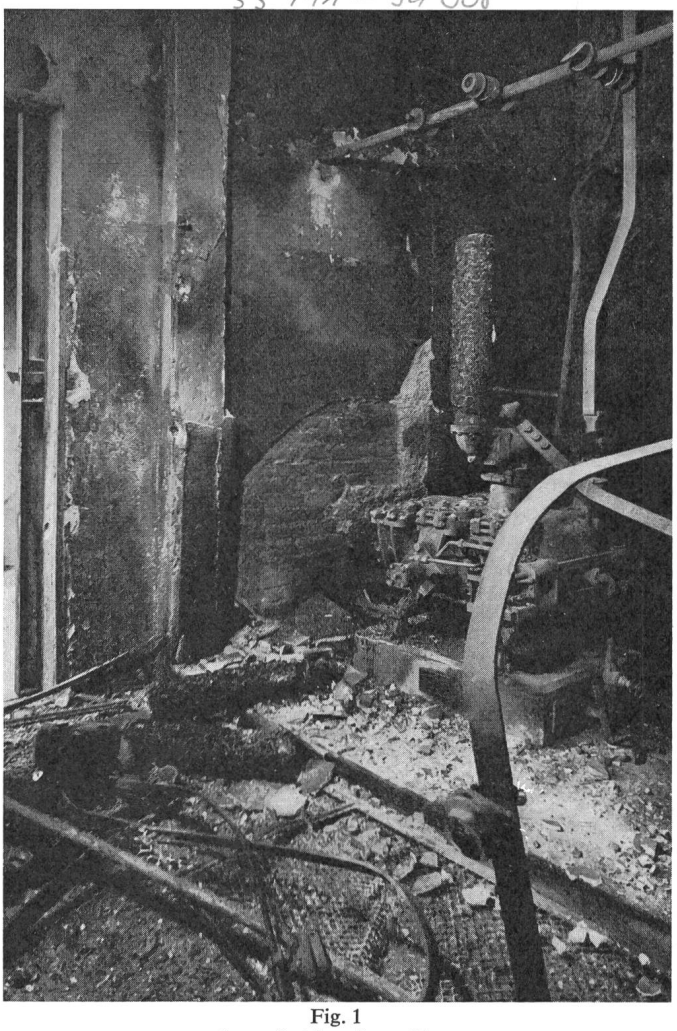

Fig. 1
Sammelschienenkurzschluss
eingeleitet durch eine Ratte an einem 10-kV-Schalter