Graphische Darstellung von Strom-. Spannungs- und Leistungsverstärkung sowie von Ein- und Ausgangsimpedanzen eines Vierpols

Autor(en): **Ow, H.-P. von**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins : gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV) und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)**

Band (Jahr): **56 (1965)**

Heft 19

PDF erstellt am: **29.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-916403

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Verhältnis von zwei Grössen *gleicher* Art, «Koeffizient» für das Verhältnis von zwei Grössen *verschiedener* Art.

Bei der Abfassung dieser Vorschriften konnte sich die Arbeitsgruppe auf die bei der ersten und zweiten Auflage benützten Richtlinien und die damit gemachten Erfahrungen stützen; darüber hinaus standen ihr wertvolle Entwürfe zur Verfügung, welche das technische Komitee 37 «Terminologie» der International Standardization Organization (ISO) ausgearbeitet hat, so z. B. auf deren Benennungsgrundsätze (Principes de dénomination). Diese soll man beachten, wenn man in einem technisch-wissenschaftlichen Gebiet an einem Wörterbuch arbeitet. Wie eingehend diese insgesamt 31 Benennungsgrundsätze ausgearbeitet worden sind, mögen zwei Beispiele zeigen:

a) *Grundsatz 2 (Sprachliche Ökonomie):* Wenn man einen Ausdruck schafft oder benützt, soll man nicht vergessen, dass das Suchen nach grösserer Genauigkeit sehr oft dazu führt, dass man weniger Leichtigkeit hat, sich auszudrücken, und dass man weniger leicht verstanden wird.

b) *Grundsatz 9 (In einer Definition gebrauchte Ausdrücke):* Alle Fachausdrücke, die in einer Definition vorkommen, müssen definiert sein, und zwar in derselben oder in einer andern, massgebenden Veröffentlichung. Dabei soll die Bedeutung eines Fachausdrucks *a* nicht mit Hilfe eines Fachausdrucks *b* definiert werden, dessen eigene Bedeutung mit Hilfe des Fachausdrucks *a* definiert worden ist; das heisst, man muss Zirkelschlüsse vermeiden.

Der Preis der einzelnen Hefte des VEI mag als hoch erscheinen im Vergleich zu den Preisen allgemeiner Wörterbücher, die in sehr hohen Auflagen hergestellt werden; in Wirklichkeit deckt er aber nur die Kosten des Druckes und des Papiers. Die grossen Auslagen, welche die vielen Schreibarbeiten, die Vervielfältigungsarbeiten und die Reisespesen der vielen mitarbeitenden Fachleute verursachen, tragen die Nationalkomitees beziehungsweise deren Geldgeber. Die geistige Arbeit der Abfassung, Kritik und Bereinigung der Texte erscheint in keiner Rechnung. Der Käufer der Hefte des VEI bezahlt also nur einen kleinen Teil des tatsächlich geleisteten Aufwandes.

Adresse des Autors:
M. K. Landolt, dipl. Elektroingenieur, Spyristeig 35, 8044 Zürich.

Graphische Darstellung von Strom-, Spannungs- und Leistungsverstärkung sowie von Ein- und Ausgangsimpedanzen eines Vierpoles

Von *H.-P. von Ow*

624.191.97

1. Einleitung

Bei linearen Vierpolen wird der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgrössen durch Vierpolparameter gegeben. Es ist aber schwierig, an Hand dieser Parameter schnell zu überblicken, wie sich die Ein- und Ausgangsimpedanz sowie die Strom- und Spannungsverstärkung bei variabler Last- bzw. Quellimpedanz verändern. Es wird hier daher eine Methode angegeben, mit welcher bei Vierpolen mit reellen Parametern und Ohmschem Quell- und Lastwiderstand (z. B. Transistorverstärker) die Strom- und Spannungsverstärkung (v_i, v_u) und der Ein- bzw. Ausgangswiderstand (R_1, R_2) aufgezeichnet werden können. Die Formeln des 2. und 3. Abschnittes gelten auch für Impedanzen (Z) und komplexe Parameter, wobei ein Widerstand R jeweils durch eine Impedanz Z zu ersetzen ist.

2. Vierpoltheorie

Im Vierpol von Fig. 1 sei der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgang durch Vierpolparameter gegeben.

34'216-223

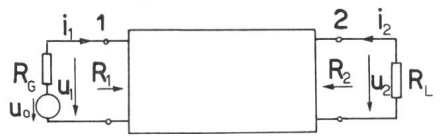

Fig. 1
Vierpolersatzschema mit Quellen- und Abschlusswiderstand
1 Eingang; *2* Ausgang; u_0 Urspannung; u_1, u_2 Eingangs- bzw. Ausgangsspannung; i_1, i_2 Eingangs- bzw. Ausgangsstrom; R_1, R_2 Eingangs- bzw. Ausgangswiderstand; R_G Quellenwiderstand; R_L Lastwiderstand

Z. B. mit h-Parametern:

$$u_1 = h_{11}\, i_1 + h_{12}\, u_2$$
$$i_2 = h_{21}\, i_1 + h_{22}\, u_2$$
$$u_2 = R_L\, i_2$$

Aus den beiden Vierpolgleichungen sowie der Strom-Spannungsverknüpfung über den Abschlusswiderständen können Strom- und Spannungsverstärkung sowie Ein- und Ausgangswiderstand abgeleitet werden.

Z. B. für h-Parameter:

$$v_i = \frac{i_2}{i_1} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22}\, R_L}$$

$$v_u = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-\, h_{21}\, R_L}{h_{11} + \Delta h\, R_L}$$

$$R_1 = \frac{h_{11} + \Delta h\, R_L}{1 + h_{22}\, R_L}$$

$$R_2 = \frac{h_{11} + R_G}{\Delta h + h_{22}\, R_G}$$

worin:

v_i Stromverstärkung
v_u Spannungsverstärkung
R_1 Eingangswiderstand $= \dfrac{u_1}{i_1}$
R_2 Ausgangswiderstand
R_G Innenwiderstand der Quelle
R_L Lastwiderstand $= -\dfrac{u_2}{i_2}$
$\Delta h = h_{11}\, h_{22} - h_{12}\, h_{21}$

Unabhängig von der Art der gewählten Vierpolparameter können diese Formeln in folgende Form gebracht werden:

$$v_i = v_{ic} \frac{1}{1 + \frac{R_L}{R_{20}}}$$

$$v_u = v_{u0} \frac{R_L}{R_{2c}\left(1 + \frac{R_L}{R_{2c}}\right)}$$

$$R_1 = R_{1c} \frac{1 + \frac{R_L}{R_{2c}}}{1 + \frac{R_L}{R_{20}}}$$

$$R_2 = R_{2c} \frac{1 + \frac{R_G}{R_{1c}}}{1 + \frac{R_G}{R_{10}}}$$

worin:

v_{ic} Kurzschlußstromverstärkung ($R_L = 0$)

v_{u0} Leerlaufspannungsverstärkung ($R_L = \infty$)

R_{1c} Eingangswiderstand für $R_L = 0$ (Kurzschluss)

R_{10} Eingangswiderstand für $R_L = \infty$ (Leerlauf)

R_{2c} Ausgangswiderstand für $R_G = 0$ (Spannungsquelle)

R_{20} Ausgangswiderstand für $R_G = \infty$ (Stromquelle)

Tabelle I gibt den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Vierpolparametern und v_{ic}, v_{u0}, R_{1c}, R_{10}, R_{2c} und R_{20}.

Zusammenhang zwischen Verstärkungen, Widerständen und Vierpolparametern

Tabelle I

	$\|\|h\|\|$	$\|\|z\|\|$	$\|\|y\|\|$	$\|\|a\|\|$
v_{ic}	h_{21}	$-\frac{z_{21}}{z_{22}}$	$\frac{y_{21}}{y_{11}}$	$\frac{1}{a_{22}}$
v_{u0}	$-\frac{h_{21}}{\Delta h}$	$-\frac{z_{21}}{z_{11}}$	$-\frac{y_{21}}{y_{22}}$	$\frac{1}{a_{11}}$
R_{20}	$\frac{1}{h_{22}}$	z_{22}	$\frac{y_{11}}{\Delta y}$	$\frac{a_{22}}{a_{21}}$
R_{2c}	$\frac{h_{11}}{\Delta h}$	$\frac{\Delta z}{z_{11}}$	$\frac{1}{y_{22}}$	$\frac{a_{12}}{a_{11}}$
R_{10}	$\frac{\Delta h}{h_{22}}$	z_{11}	$\frac{y_{22}}{\Delta y}$	$\frac{a_{11}}{a_{21}}$
R_{1c}	h_{11}	$\frac{\Delta z}{z_{22}}$	$\frac{1}{y_{11}}$	$\frac{a_{12}}{a_{22}}$

3. Verhältnis der Leerlauf-Kurzschlusswiderstände

$$\frac{R_{10}}{R_{1c}} = \frac{R_{20}}{R_{2c}} = \frac{\Delta h}{h_{11} h_{22}} = \frac{y_{11} y_{22}}{\Delta y} = \frac{z_{11} z_{22}}{\Delta z} = \frac{a_{11} a_{22}}{a_{12} a_{21}} = \text{konst.}$$

d. h. das Verhältnis von Eingangsleerlauf- zum Kurzschlusswiderstand ist gleich dem Verhältnis von Ausgangsleerlauf- zum Kurzschlusswiderstand. Es müssen also nur drei Widerstände aus den Parametern berechnet werden; mit obigen Beziehungen ist der vierte bestimmt. Falls man bei der Parameterberechnung gewisse Vernachlässigungen trifft (z. B. bei gegengekoppelten Verstärkern), so berechnet man mit Vorteil alle vier Widerstände. Obige Beziehung bietet eine Kontrollmöglichkeit zur Entdeckung unzulässiger Vereinfachungen (falls sich diese nicht gegenseitig kompensieren).

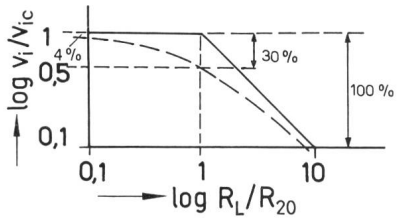

Fig. 2
Notwendige Korrekturen zur Zeichnung des genauen Verlaufes der Stromverstärkung
v_i Stromverstärkung; v_{ic} Kurzschlußstromverstärkung; R_L Lastwiderstand; R_{20} Ausgangswiderstand für $R_G = \infty$

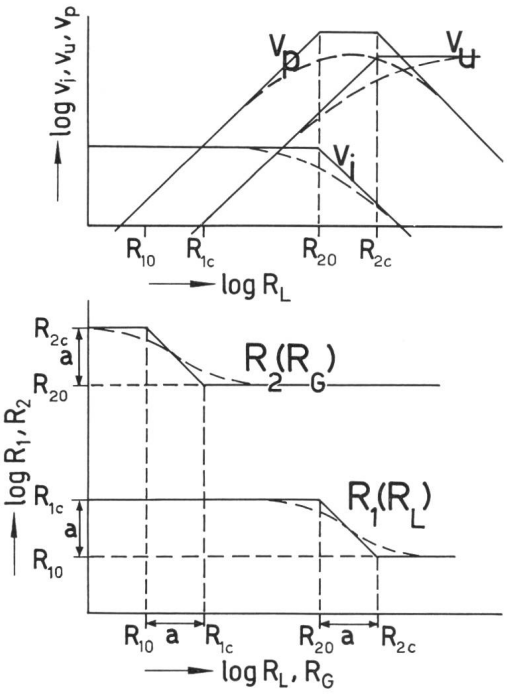

Fig. 3
Verlauf von v_i, v_u, v_p, R_1 und R_3
v_i Stromverstärkung; v_u Spannungsverstärkung; v_p Leistungsverstärkung; R_1 Eingangswiderstand; R_2 Ausgangswiderstand; R_{1c}, R_{2c} Eingangs- bzw. Ausgangswiderstand für R_L bzw. für $R_G = 0$; R_{10}, R_{20} Eingangs- bzw. Ausgangswiderstand für R_L bzw. $R_G = \infty$; R_G Quellenwiderstand; R_L Lastwiderstand; $a = \log R_{10} - \log R_{1c} = \log R_{20} - \log R_{2c}$

Aus obiger Beziehung folgt:

Falls $R_{10} > R_{1c}$, so muss auch $R_{20} > R_{2c}$, bzw. falls $R_{10} < R_{1c}$ so muss auch $R_{20} < R_{2c}$ sein. Das bedeutet, dass bei einem gegebenen Vierpol R_1 und R_2 in Funktion von R_L bzw. R_G entweder beide steigen oder beide fallen müssen. Es ist nicht möglich, dass R_1 steigt und R_2 fällt.

4. Aufzeichnung im doppeltlogarithmischen Maßstab

Analog zum Bodediagramm werden die Funktionen im doppeltlogarithmischen Maßstab aufgezeichnet. Sie können in Abschnitten durch Streckenzüge approximiert werden (Fig. 3).

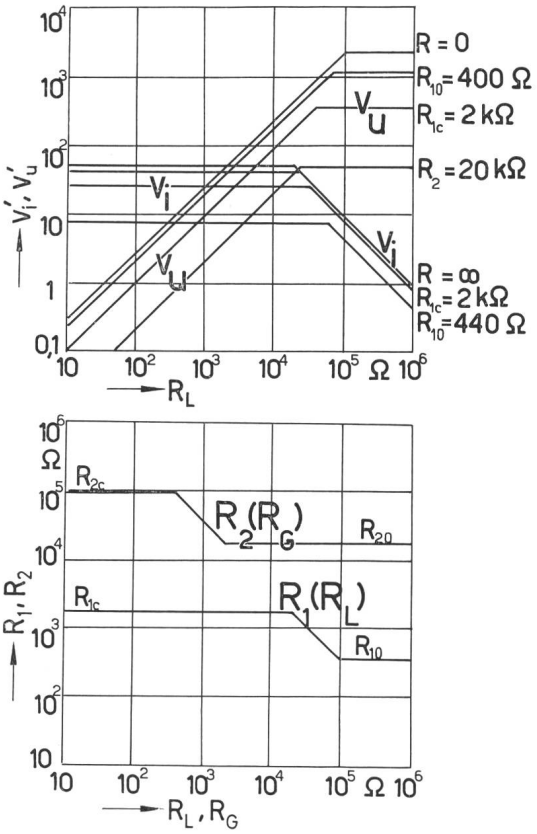

Fig. 4
Verhalten eines *NF*-Transistors in Emitterschaltung (Parameter = R_G)
v_i' Stromverstärkung; v_u' Spannungsverstärkung
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 3

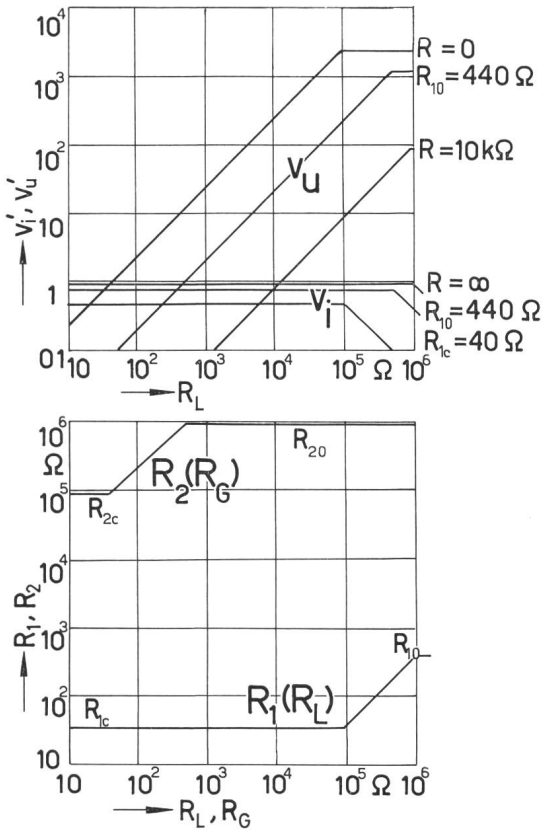

Fig. 5
Wie Fig. 4, aber in Basisschaltung
Parameter = R_G
Bezeichnungen siehe Fig. 3

$$v_i: \quad R_L < R_{20} \rightarrow v_i = v_{ic}; \qquad R_L > R_{20} \rightarrow v_i = v_{ic}\frac{R_{20}}{R_L}$$

$$v_u: \quad R_L < R_{2c} \rightarrow v_u = v_{u0}\frac{R_L}{R_{2c}}; \quad R_L > R_{2c} \rightarrow v_u = v_{u0}$$

$$R_1: \quad R_L < R_{20} \rightarrow R_1 = R_{1c}; \qquad R_L > R_{2c} \rightarrow R_1 = R_{10}$$

$$R_2: \quad R_G < R_{10} \rightarrow R_2 = R_{2c}; \qquad R_G > R_{1c} \rightarrow R_2 = R_{20}$$

R_{1c}, R_{10}, R_{2c} und R_{20} sind die Knickpunkte. Durch Logarithmieren der Formel in Abschnitt 3. findet man:

$$\log R_{10} - \log R_{1c} = \log R_{20} - \log R_{2c} = a$$

d. h. im Diagramm müssen die Knickpunkte den gleichen Abstand a haben.

Will man die genaue Kurve zeichnen, so muss man in der Nähe der Knickpunkte ($\pm$ 1 Dekade) korrigieren (Fig. 2). Da bei Transistorschaltungen die Parameter nicht genau bekannt sind und sich zudem mit verschiedener Last ändern, genügt im allgemeinen die Approximation durch Streckenzüge, vor allem wenn man sich nur über das grundsätzliche Verhalten orientieren will.

Bei bekannter Strom- und Spannungsverstärkung lässt sich auch die Leistungsverstärkung v_p in Funktion von R_L einzeichnen.

$$v_p = v_i\, v_u$$

$$\log v_p = \log v_i + \log v_u$$

Die Leistungsverstärkung erreicht ein Maximum bei $R_{L\ opt.}$. Aus Symmetriegründen liegt $\log R_{L\ opt.}$ genau in der Mitte zwischen $\log R_{20}$ und $\log R_{2c}$.

$$\log R_{L\ opt.} = \frac{1}{2}(\log R_{20} + \log R_{2c})$$

$$R_{L\ opt.} = \sqrt{R_{20}\, R_{2c}}$$

Grösstmögliche Leistungsverstärkung erhält man, wenn auch am Eingang angepasst wird ($R_{G\ opt.} = R_1$). Zu $R_{L\ opt.}$ gehöriges R_1 (analog zu oben):

$$R_1 = R_{G\ opt.} = \sqrt{R_{10}\, R_{1c}}$$

5. Einfluss des Quellenwiderstandes auf v_i und v_u

Wenn man die Verstärkung nicht auf die Eingangsspannung (bzw. Eingangsstrom) sondern auf die Urspannung (bzw. Urstrom) der Quelle beziehen will, so muss man obige Beziehungen etwas modifizieren.

$$v_u' = \frac{u_2}{u_0} = v_u \frac{R_1}{R_1 + R_G}$$

(Bezeichnungen s. Fig. 1)

v_u und R_1 eingesetzt und umgeformt führt auf die gleiche Form wie im Abschnitt 2:

$$v_u' = v_{u0}' \frac{R_L}{R_{2c}\left(1 + \frac{R_L}{R_{2c}'}\right)}$$

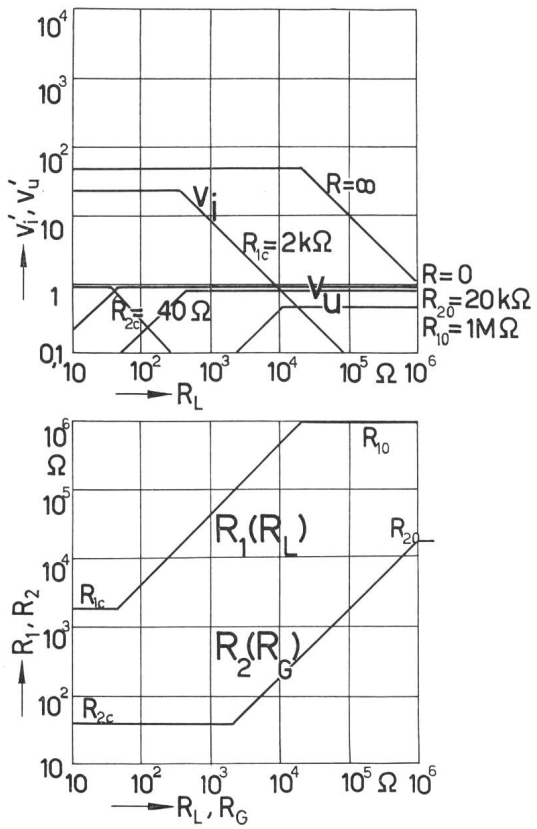

Fig. 6
Wie Fig. 4, aber in Kollektorschaltung
Parameter = R_G
Bezeichnungen siehe Fig. 3

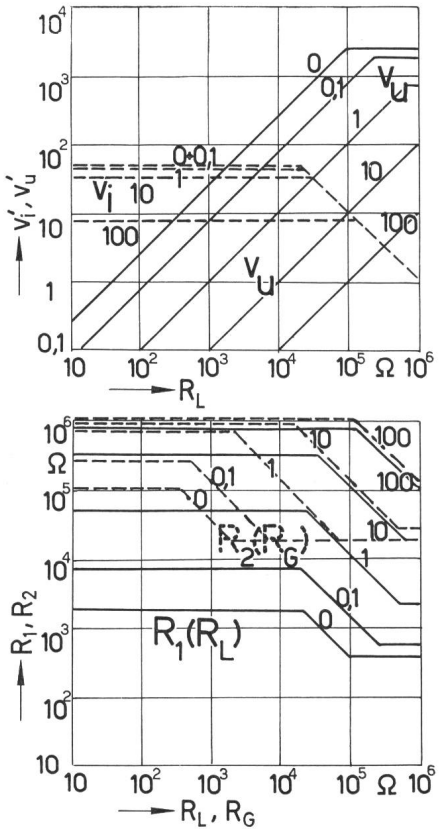

Fig. 8
Verhalten der Transistorschaltung in Fig. 7 mit dem Gegenkopplungswiderstand R_f als Parameter [kΩ]
Bezeichnungen siehe Fig. 3

In den Abkürzungen v'_{u0} und R'_{2c} kommt der Parameter R_G vor:

$$v'_{u0} = \frac{v_{u0}}{1 + \frac{R_G}{R_{10}}}$$

$$R'_{2c} = R_{2c} \frac{1 + \frac{R_G}{R_{1c}}}{1 + \frac{R_G}{R_{10}}}$$

Mit wachsendem R_G nimmt v'_u ab, R'_{2c} wird kleiner und strebt im Grenzfall ($R_G \to \infty$) nach R_{20}.

Die Stromverstärkung wird bezogen auf den Urstrom $i_0 = u_0/R_G$:

$$v'_i = \frac{i_2}{i_0} = v_i \frac{R_G}{R_1 + R_G}$$

v_i und R_1 eingesetzt wird:

$$v'_i = v'_{ic} \frac{1}{1 + \frac{R_L}{R'_{20}}}$$

Die Abkürzungen v'_{ic} und R'_{20} bedeuten:

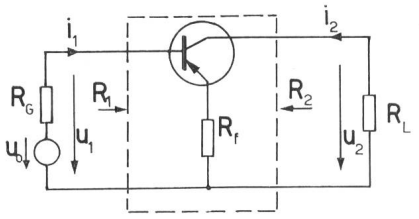

Fig. 7
Transistorverstärker mit Serie-Serie-Gegenkopplung
R_f Gegenkopplungswiderstand
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 1

$$v'_{ic} = \frac{v_{ic}}{1 + \frac{R_{1c}}{R_G}}$$

$$R'_{20} = R_{20} \frac{1 + \frac{R_{1c}}{R_G}}{1 + \frac{R_{10}}{R_G}}$$

Durch Umformung findet man, dass $R'_{2c} = R'_{20}$ ist.

$$R'_{20} = R_{20} \frac{1 + \frac{R_{1c}}{R_G}}{1 + \frac{R_{10}}{R_G}} = R_{20} \frac{R_G + R_{1c}}{R_G + R_{10}} =$$

$$= \underbrace{\frac{R_{20} R_{1c}}{R_{10}}}_{R_{2c}} \frac{1 + \frac{R_G}{R_{1c}}}{1 + \frac{R_G}{R_{10}}} = R'_{2c}$$

R_{20} und R_{2c} sind Grenzfälle, wenn $R_G = \infty$ bzw. 0 ist.

6. Beispiele

Als Anwendung der dargestellten Methode wird das Verhalten eines durchschnittlichen NF-Transistors in den drei Grundschaltungen aufgezeichnet. v'_i und v'_u sind dargestellt für $R_G = 0$, R_{10}, R_{1c}, R_{20} und ∞ (Fig. 4, 5, 6).

Fig. 7 und 8 zeigen eine Anwendung auf Serie-Serie-Gegenkopplung mit dem Gegenkopplungswiderstand R_f als Parameter.

Adresse des Autors:

H.-P. von Ow, dipl. Elektroingenieur ETH, Institut für Fernmeldetechnik der ETH, Sternwartstrasse 7, 8006 Zürich.