**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 53 (1962)

**Heft:** 21

**Artikel:** Zur Berechnung von Transistor-Oszillatoren

**Autor:** Hauri, E.R.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-916982

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 10.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

## Zur Berechnung von Transistor-Oszillatoren

Von *E. R. Hauri*, Bern

621.373.52

*Nach einer Übersicht der vierpolmässigen Analyse von Oszillatorschaltungen wird die Kaskadenschaltung (Kettenschaltung) eines aktiven Vierpols und eines Rückkopplungsvierpols untersucht. Der Verfasser stellt eine Methode dar, wie man einen Oszillator als Kaskadenschaltung berechnen kann, ohne die* a*-Parameter (Kettenparameter) zu benützen, die in den Datenblättern von Transistoren und Röhren nicht angegeben werden. Es werden die entsprechenden Schwingbedingungen aufgestellt und die Berechnung der Vierpolparameter der Kaskadenschaltung zweier Vierpole ohne Zuhilfenahme der* a*-Parameter gezeigt, wobei auch die Belastung berücksichtigt wird. Als Beispiel folgt eine Analyse der sog. Dreipunktschaltung in allgemeiner Art und die Berechnung eines Spezialfalls, des Colpitts-Oszillators. Zum Schluss werden einige Betrachtungen über den Zusammenhang der abgeleiteten Schwingbedingungen mit denjenigen aus anderen Oszillator-Darstellungen angestellt.*

*Après avoir passé en revue l'analyse des circuits oscillateurs d'après la théorie des quadripôles, le montage en cascade d'un quadripôle actif et d'un quadripôle constituant le circuit de réaction est discuté. L'auteur décrit une méthode pour le calcul d'un oscillateur sous forme d'un montage en cascade sans utiliser les paramètres* a *(paramètres itératifs), ceux-ci n'étant pas spécifiés par les fabricants de transistors et de tubes électroniques. Il déduit les conditions d'auto-oscillation correspondantes et expose la manière de trouver les paramètres quadripolaires d'un montage en cascade de deux quadripôles sans l'aide des paramètres* a*. La charge de l'oscillateur est prise en considération. Suivent comme exemples une analyse d'un oscillateur du type général à trois points et le calcul du cas spécial de l'oscillateur Colpitts. Pour terminer l'auteur émet quelques considérations au sujet des relations entre les conditions d'oscillation trouvées et celles résultant d'autres modes de représentation des circuits oscillateurs.*

### 1. Einleitung

Ein harmonischer Oszillator zur Erzeugung von Sinusschwingungen besteht in der Regel aus einem aktiven Element (Verstärker wie Elektronenröhre oder Transistor) und einem passiven Rückkopplungskreis, von welchem ein Signal abgezweigt und an den Verstärkereingang zurückgeführt wird. Hat dieses Signal geeignete Amplitude und Phase, so erregt sich die Schaltung von selbst. Die Frequenz ist durch den Rückkopplungskreis bestimmt und wird durch das aktive Element nur wenig beeinflusst.

Bei der Berechnung eines Oszillators interessieren vor allem die Bedingungen, unter denen die Schaltung sich selbst erregt, und die Frequenz. Die für die Berechnung von Röhrenoszillatoren entwickelten Methoden erwiesen sich als unzulänglich, als der Flächentransistor erschien. Der Transistor weist viel allgemeinere Eigenschaften als die Elektronenröhre auf. In den letzten Jahren hat sich immer mehr eine vierpolmässige Analyse als zweckmässig gezeigt. Das aktive Element und das Rückkopplungsnetzwerk werden beide als Vierpole betrachtet, deren Zusammenschaltung unter geeigneten Bedingungen einen Oszillator ergibt. (Verstärker mit negativem Widerstand, der durch einen inneren Mechanismus oder durch Laufzeiteffekte entsteht, werden hier nicht betrachtet. Der frequenzbestimmende Kreis wird an einen solchen negativen Widerstand als Zweipol angeschlossen.)

Es gibt fünf verschiedene Möglichkeiten, zwei Vierpole zusammenzuschalten, nämlich die Serie-Serie-Schaltung, die Parallel-Parallel-Schaltung, die Serie-Parallel-Schaltung, die Parallel-Serie-Schaltung und die Kaskadenschaltung (auch Kettenschaltung genannt). Die Darstellung und Berechnung von Oszillatoren auf Grund der ersten vier Schaltungsarten wurde vor allem durch *Cote* gefördert [1...3][1]), jedoch mit einer gewissen Einseitigkeit. Es ist nämlich zu beachten, dass ein- und dieselbe Oszillatorschaltung je nach Grundschaltung des aktiven Elements und je nach der Darstellung des Rückkopplungsvierpols auf mehrere Arten analysiert werden kann [4...6]. Vor allem sollte man vermeiden, von einem Oszillator in Basisschaltung, Emitterschaltung u.s.f. zu sprechen.

Die Darstellung eines Oszillators als Kaskadenschaltung zweier Vierpole ist ebenfalls schon in der Literatur erwähnt worden [7...9]. Die Vierpol-Parameter der Kaskadenschaltung zweier Vierpole werden üblicherweise durch Multiplikation der $a$-Matrizen (Vorwärts-Kettenmatrizen) der beiden Vierpole erhalten [10; 11]; so wird auch in den Arbeiten [7...9] verfahren. Nun geben aber die Fabrikanten in den Datenblättern von Transistoren nicht die $a$-Parameter an, sondern für Niederfrequenz-Anwendungen findet man die $h$-Parameter (Hybrid- oder Serie-Parallel-Parameter), während sich für Hochfrequenz-Anwendungen die $y$-Parameter (Admittanz- oder Parallel-Parallel-Parameter) immer mehr durchsetzen; sie sind auch am leichtesten zu messen. Die Berechnung auf dem Umweg über die $a$-Parameter ist umständlich und zeitraubend. (Für Schaltungen mit Elektronenröhren sind ebenfalls die $y$-Parameter zweckmässig.)

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, wie man einen Oszillator als Kaskadenschaltung zweier Vierpole mit Hilfe der $h$- oder $y$-Parameter analysieren kann, ohne die $a$-Parameter berechnen zu müssen. Auch der Einfluss der Belastung ist berücksichtigt, die oft vernachlässigt wird. Als Beispiel wird die sog. Dreipunktschaltung in einer allgemeinen Art, sowie der Spezialfall des Colpitts-Oszillators analysiert. Schliess-

[1]) Siehe Literatur am Schluss der Arbeit.

lich werden einige vierpolmässige Betrachtungen zu den Schwingbedingungen angestellt.

## 2. Die Schwingbedingungen

In Fig. 1 ist die Kaskadenschaltung eines aktiven Vierpols $A$ und eines Rückkopplungsvierpols $R$ gezeichnet, zwischen denen eine Belastungsadmittanz $Y_L$ liegt. Der Ausgang des Rückkopplungsvierpols $R$ ist mit dem Eingang des aktiven Vierpols verbunden. Eine Oszillatorschaltung kann meistens auf diese Weise dargestellt werden; doch kann es sich auch als praktisch erweisen, die Belastung $Y_L$ in den Rückkopplungsvierpol einzubeziehen. In Fig. 1 sind die Eingangs- und Ausgangsströme bzw. -Spannungen eingezeichnet. Die Strompfeile sind — der praktischeren Konvention für aktive Vierpole folgend — gegen den Vierpol gerichtet, da auf diese Weise die Realteile der Vierpol-Eingangs- und -Ausgangsimmittanzen zu positiven Widerständen oder Leitwerten werden. Da die aktiven Bauelemente (Transistoren und Elektronenröhren) Dreipole sind, von denen ein Anschluss dem Eingang und dem Ausgang gemeinsam ist, sind der aktive Vierpol $A$ und der Rückkopplungsvierpol $R$ entsprechend dargestellt.

In Fig. 2 sind die beiden Vierpole $A$ und $R$ samt der Belastungsadmittanz $Y_L$ auf einen einzigen Vierpol $O$ (Oszillatorvierpol) reduziert worden. Die Rückkopplung führt nun vom Ausgang zum Eingang von $O$. Spannung und Strom am Eingang sind in Übereinstimmung mit Fig. 1 mit $U_1^*$ und $I_1^*$ bezeichnet, am Ausgang mit $U_2^*$ und $I_2^*$.

Eine Oszillatorschaltung nach den Fig. 1 oder 2 kann analysiert werden, indem man die Schaltung an einer Stelle aufschneidet — wie in Fig. 2 angedeutet — und die Kontinuitätsbedingungen an der Trennstelle aufstellt. (Diese Methode stammt von *Möller*.) Für einen Röhrenoszillator genügt die Bedingung

$$U_1^* = U_2^* \tag{1}$$

wenn als Eingangselektrode das stromlose Gitter angenommen ist [12]. Transistoren haben jedoch eine endliche Eingangsimpedanz; aus Fig. 2 liest man daher die weitere Bedingung ab:

$$I_1^* = -I_2^* \tag{2}$$

Im folgenden sei angenommen, dass die Parameter der Kettenschaltung der Vierpole $A$ und $R$ bekannt sind (die Berechnung wird im Abschnitt 3 gezeigt). Der Oszillatorvierpol $O$ sei beispielsweise bei aufgeschnittener Rückführung durch die Admittanz- oder Parallel-Parallel-Parameter dargestellt:

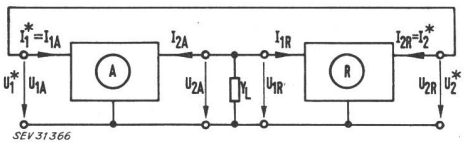


Fig. 1
**Kaskadenschaltung eines aktiven Vierpols $A$ und eines Rückkopplungsvierpols $R$ als Oszillator**

$I_1^*$ siehe Fig. 2; $I_2^*$ siehe Fig. 2; $I_{1A}$ Eingangsstrom des Vierpols $A$; $I_{2A}$ Ausgangsstrom des Vierpols $A$; $I_{1R}$ Eingangsstrom des Vierpols $R$; $I_{2R}$ Ausgangsstrom des Vierpols $R$; $U_1^*$ siehe Fig. 2; $U_2^*$ siehe Fig. 2; $U_{1A}$ Eingangsspannung des Vierpols $A$; $U_{2A}$ Ausgangsspannung des Vierpols $A$; $U_{1R}$ Eingangsspannung des Vierpols $R$; $U_{2R}$ Ausgangsspannung des Vierpols $R$; $Y_L$ Belastungsaddmittanz

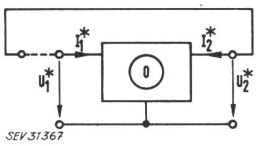


Fig. 2
**Reduktion der Schaltung von Fig. 1 auf einen einzigen Oszillatorvierpol $O$**

$I_1^*$, $I_2^*$ Eingangs- bzw. Ausgangsstrom des Vierpols $O$; $U_1^*$, $U_2^*$ Eingangs- bzw. Ausgangsspannung des Vierpols $O$

$$I_1^* = y_{11}^* U_1^* + y_{12}^* U_2^* \tag{3}$$

$$I_2^* = y_{21}^* U_1^* + y_{22}^* U_2^* \tag{4}$$

Mit Hilfe der Gl. (1) und (2) können die Spannungen und Ströme im Falle der verbundenen Rückführung eliminiert werden, und es resultiert:

$$y_{11}^* + y_{12}^* + y_{21}^* + y_{22}^* = 0 \tag{5}$$

Da der aktive Vierpol und der Rückkopplungsvierpol im allgemeinen beide komplexe Parameter haben, so sind auch die $y_{ij}^*$-Parameter komplex:

$$y_{ij}^* = g_{ij}^* + \mathrm{j} b_{ij}^* \tag{6}$$

Die Gl. (5) kann also in einen Realteil und einen Imaginärteil aufgespalten werden:

$$g_{11}^* + g_{12}^* + g_{21}^* + g_{22}^* = 0 \tag{7}$$

$$b_{11}^* + b_{12}^* + b_{21}^* + b_{22}^* = 0 \tag{8}$$

Die beiden Gl. (7) und (8) ergeben die Anschwingbedingung und die Frequenz des Oszillators. Entsprechende Bedingungen können auch mit Hilfe der andern drei für aktive Vierpole üblichen Parametersätze aufgestellt werden.

Bei der Darstellung des Oszillatorvierpols durch die Hybrid- oder Serie-Parallel-Parameter

$$U_1^* = h_{11}^* I_1^* + h_{12}^* U_2^* \tag{9}$$

$$I_2^* = h_{21}^* I_1^* + h_{22}^* U_2^* \tag{10}$$

resultiert mit Hilfe von Gl. (1) und (2) die Bedingung:

$$1 - h_{12}^* + h_{21}^* + \Delta h^* = 0 \tag{11}$$

Dabei gilt für die Determinante:

$$\Delta h^* = h_{11}^* h_{22}^* - h_{12}^* h_{21}^*$$

Bei der Darstellung des Oszillatorvierpols durch die Impedanz- oder Serie-Serie-Parameter

$$U_1^* = z_{11}^* I_1^* + z_{12}^* I_2^*$$

$$U_2^* = z_{21}^* I_1^* + z_{22}^* I_2^*$$

findet man mit Hilfe von Gl. (1) und (2) die Bedingung:

$$z_{11}^* - z_{12}^* - z_{21}^* + z_{22}^* = 0 \tag{14}$$

Am seltensten ist die Darstellung durch die reziproken Hybridparameter oder Parallel-Serie-Parameter:

$$I_1^* = l_{11}^* U_1^* + l_{12}^* I_2^* \tag{15}$$

$$U_2^* = l_{21}^* U_1^* + l_{22}^* I_2^* \tag{16}$$

[Mit *Vasseur* [13] ist der Verfasser der Meinung, dass die übliche Bezeichnung der reziproken Hybridparameter als $g_{ij}$-Parameter zu vermeiden ist, da $g$ als Realteil einer Admittanz $y$ genormt ist; siehe Gl. (6).] Mit Hilfe der Gl. (1) und (2) ergibt sich die Bedingung:

$$1 + l_{12}^* - l_{21}^* + \Delta l^* = 0 \tag{17}$$

Dabei gilt:

$$\Delta l^* = l_{11}^* l_{22}^* - l_{12}^* l_{21}^*$$

Auch die Gl. (11), (14) und (17) ergeben durch Aufspalten in Real- und Imaginärteile die Ausschwingbedingung und die Frequenz des Oszillators.

Alle Gleichungen (5), (11), (14) und (17) sind gleichwertig, da sie durch die oft publizierten Beziehungen zwischen den Parametern verschiedener Systeme [11; 3; 6; 13; 14] zusammenhängen. In der Tat braucht man nur irgend eine der erwähnten Bedingungen auf die oben geschilderte Art abzuleiten, worauf sich die drei übrigen gleichwertigen Bedingungen auch mit Hilfe der Umrechnungsformeln für die Parameter verschiedener Systeme finden lassen. Dieselbe Aussage kann auf die folgende von *Schaffhauser*, *Strutt* und *Brodie* [7; 8; 9] abgeleitete Bedingung ausgedehnt werden:

$$1 - a_{11}^* - a_{22}^* + \Delta a^* = 0 \tag{18}$$

Hier sind die $a_{ij}^*$ die Vorwärts-Kettenparameter des Oszillatorvierpols $O$, und es gilt:

$$\Delta a^* = a_{11}^* a_{22}^* - a_{12}^* a_{21}^*$$

Von *Brodie* [9] wurden zur Ableitung von Gl. (18) ebenfalls die Gl. (1) und (2) benützt, während *Schaffhauser* und *Strutt* [7] eine andere Überlegung anstellten.

Die folgenden Betrachtungen sind auf die $y$- und $h$-Parameter beschränkt, die — wie schon erwähnt — in den Datenblättern der Transistoren angegeben werden. Für Schaltungen mit Elektronenröhren sind die $y$-Parameter zweckmässig.

### 3. Die Parameter von kaskadengeschalteten Vierpolen

Wie üblich seien die Vierpolparameter des aktiven Vierpols $A$ durch kleingeschriebene Buchstabensymbole bezeichnet, während für die Parameter des Rückkopplungsvierpols $R$ grosse Buchstaben gewählt werden. Unter Bezugnahme auf Fig. 1 gelten also bei Verwendung der Admittanzparameter folgende Beziehungen für den aktiven Vierpol $A$:

$$I_{1A} = y_{11} U_{1A} + y_{12} U_{2A} \tag{19}$$

$$I_{2A} = y_{21} U_{1A} + y_{22} U_{2A} \tag{20}$$

Die Grundschaltung wird vorläufig nicht näher bezeichnet. Für den Rückkopplungsvierpol $R$ gilt:

$$I_{1R} = Y_{11} U_{1R} + Y_{12} U_{2R} \tag{21}$$

$$I_{2R} = Y_{21} U_{1R} + Y_{22} U_{2R} \tag{22}$$

Ferner ist nach Fig. 1:

$$\left.\begin{array}{ll} U_{1A} = U_1^* & I_{1A} = I_1^* \\ U_{2R} = U_2^* & I_{2R} = I_2^* \end{array}\right\} \tag{23}$$

Die in Gl. (3) und (4) verwendeten Admittanzparameter $y_{11}^* \ldots y_{22}^*$ der Kaskadenschaltung der Vierpole $A$ und $R$ unter Einschluss der Lastadmittanz $Y_L$ werden auf Grund der folgenden Überlegungen ermittelt:

Die Kurzschluss-Eingangsadmittanz $y_{11}^*$ ist die Eingangsadmittanz des Vierpols $A$, der am Ausgang durch die Parallelschaltung der Lastadmittanz $Y_L$ und (bei kurzgeschlossenem Ausgang des Vierpols $R$, also $U_{2R} = 0$) der Kurzschluss-Eingangsadmittanz $Y_{11}$ des Vierpols $R$ belastet ist. Mit Hilfe der bekannten Formel für die Eingangsadmittanz eines Vierpols [6; 11] findet man:

$$y_{11}^* = y_{11} - \frac{y_{12} y_{21}}{y_{22} + Y_L + Y_{11}} \tag{24}$$

Die Vorwärts-Steilheit $y_{21}^*$ kann wie folgt dargestellt werden:

$$y_{21}^* = \frac{U_{2A}}{U_{1A}} \cdot \frac{I_{2R}}{U_{1R}|_{U_{2R}=0}} = \frac{I_2^*}{U_1^*|_{U_2^*=0}} \tag{25}$$

Es gelten die Beziehungen (23) sowie

$$U_{2A} = U_{1R} \tag{26}$$

Der Ausdruck $U_{2A}/U_{1A}$ ist die Vorwärts-Spannungsverstärkung des Vierpols $A$, der am Ausgang durch die Parallelschaltung von $Y_L$ und $Y_{11}$ (siehe oben) belastet ist, während $I_{2R}/U_{1R}$ unter der Bedingung $U_{2R} = 0$ gleich der Vorwärts-Steilheit $Y_{21}$ des Vierpols $R$ ist. Demnach wird:

$$y_{21}^* = \frac{-y_{21} Y_{21}}{y_{22} + Y_L + Y_{11}} \tag{27}$$

Die Kurzschluss-Ausgangsadmittanz $y_{22}^*$ entspricht der Ausgangsadmittanz des Vierpols $R$, der am Eingang die Parallelschaltung von $Y_L$ und (bei kurzgeschlossenem Eingang des Vierpols $A$, also $U_{1A} = 0$) der Kurzschluss-Ausgangsadmittanz $y_{22}$ des Vierpols $A$ sieht. Es gilt also:

$$y_{22}^* = Y_{22} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{11} + Y_L + y_{22}} \tag{28}$$

Die Rückwärts-Steilheit $y_{12}^*$ lässt sich wie folgt schreiben:

$$y_{12}^* = \frac{U_{1R}}{U_{2R}} \cdot \frac{I_{1A}}{U_{2A}|_{U_{1A}=0}} = \frac{I_1^*}{U_2^*|_{U_1^*=0}} \tag{29}$$

Es gelten die Gl. (23) und (26). Der Term $U_{1R}/U_{2R}$ ist die Rückwärts-Spannungsverstärkung des Vierpols $R$, der am Eingang die Parallelschaltung von $Y_L$ und $y_{22}$ sieht, während $I_{1A}/U_{2A}$ unter der Bedingung $U_{1A} = 0$ der Rückwärts-Steilheit $y_{12}$ des Vierpols $A$ entspricht. Also wird:

$$y_{12}^* = \frac{-Y_{12} y_{12}}{Y_{11} + Y_L + y_{22}} \tag{30}$$

Bei Verwendung der Hybrid-Parameter gelten für den aktiven Vierpol $A$ die Gleichungen:

$$U_{1A} = h_{11} I_{1A} + h_{12} U_{2A} \tag{31}$$

$$I_{2A} = h_{21} I_{1A} + h_{22} U_{2A} \tag{32}$$

und für den Rückkopplungsvierpol $R$:

$$U_{1R} = H_{11} I_{1R} + H_{12} U_{2R} \tag{33}$$

$$I_{2R} = H_{21} I_{1R} + H_{22} U_{2R} \tag{34}$$

entsprechend der Annahme zu Beginn dieses Abschnitts. Die in den Gl. (9) und (10) benützten Hybridparameter $h_{11}^* \ldots h_{22}^*$ der Kaskadenschaltung der Vierpole $A$ und $R$ können durch ähnliche Überlegungen wie soeben für die Admittanzparameter geschildert abgeleitet werden, wobei wieder die Belastungsadmittanz $Y_L$ zu berücksichtigen ist. Die in [15; 6] abgeleiteten Formeln seien hier wiederholt:

$$h_{11}^* = h_{11} - \frac{h_{12}\, h_{21}\, H_{11}}{1 + H_{11}\,(h_{22} + Y_L)} \tag{35}$$

$$h_{12}^* = \frac{h_{12}\, H_{12}}{1 + H_{11}\,(h_{22} + Y_L)} \tag{36}$$

$$h_{21}^* = \frac{-\, h_{21}\, H_{21}}{1 + H_{11}\,(h_{22} + Y_L)} \tag{37}$$

$$h_{22}^* = H_{22} - \frac{H_{12}\, H_{21}\,(h_{22} + Y_L)}{1 + H_{11}\,(h_{22} + Y_L)} \tag{38}$$

Die entsprechenden Formeln für die $z$- oder Impedanzparameter und die $l$- oder reziproken Hybridparameter lassen sich analog ermitteln; sie werden aber kaum gebraucht und daher hier nicht erwähnt. Die Gl. (19)...(38) sind natürlich auch für die Kaskadenschaltung von zwei aktiven Vierpolen verwendbar.

Sehr oft darf die innere Rückwirkung des aktiven Vierpols $A$ vernachlässigt werden, da die beabsichtigte Rückkopplung über den Vierpol $R$ viel stärker wirkt. Man setzt dann den Rückwirkungsparameter gleich Null; in den oben behandelten Fällen also:

$$y_{12} = 0 \tag{39}$$

$$h_{12} = 0 \tag{40}$$

Die Parameter der kettengeschalteten Vierpole, in denen $y_{12}$ und $h_{12}$ vorkommen, vereinfachen sich daher zu:

$$y_{11}^* = y_{11} \tag{24a}$$

$$y_{12}^* = 0 \tag{30a}$$

$$h_{11}^* = h_{11} \tag{35a}$$

$$h_{12}^* = 0 \tag{36a}$$

Durch Einsetzen in die Rückkopplungsbedingungen (5) und (11) ergeben sich entsprechend einfachere Gleichungen:

$$y_{11} + y_{21}^* + y_{22}^* = 0 \tag{5a}$$

$$1 + h_{21}^* + h_{11}\, h_{22}^* = 0 \tag{11a}$$

Die Voraussetzung der angegebenen Formeln ist, dass man die $Y$- oder $H$-Parameter des Rückkopplungsvierpols kennt. Für kompliziertere Netzwerke (wie $RC$-Oszillatoren mit mehreren Phasendrehgliedern) kann ihre Ermittlung viel Rechenarbeit verursachen. In [6] wird eine andere «Aufschneide-Methode» gezeigt, wobei man ohne eine vierpolmässige Darstellung des Rückkopplungsnetzwerkes auskommt.

## 4. Ein Beispiel: Die Dreipunktschaltung

Als Anwendung der beschriebenen Methode soll vorerst die sog. Dreipunktschaltung in einer allgemeinen Art berechnet werden. Diese Oszillatorschaltung mit einem Transistor als aktives Element ist in Fig. 3 gezeichnet. Das Rückkopplungsnetzwerk besteht aus den Admittanzen $Y_1$, $Y_2$ und $Y_3$. $Y_2$ und $Y_3$ bilden einen Spannungsteiler, daher auch der Name

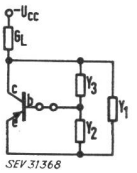


Fig. 3
**Transistor-Oszillator in Dreipunktschaltung**
$-U_{cc}$ Speisespannung; $G_L$ Lastleitwert; $Y_1$, $Y_2$, $Y_3$ Rückkopplungsnetzwerk

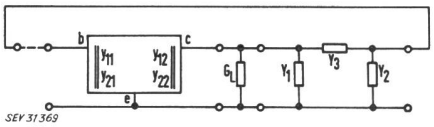


Fig. 4
**Die Dreipunktschaltung als Kaskadenschaltung zweier Vierpole, zwischen denen der Lastleitwert $G_L$ liegt**
$Y_1$, $Y_2$, $Y_3$ Rückkopplungsnetzwerk als Π-Glied vierpolmässig dargestellt

«Spannungsteilerschaltung». Der Kollektorwiderstand und die Belastung sind im Lastleitwert $G_L$ zusammengefasst; die Lastadmittanz $Y_L = G_L$ wird demnach als rein Ohmisch angenommen.

Die Darstellung der Dreipunktschaltung als Kaskadenschaltung zweier Vierpole, zwischen denen die Belastung $G_L$ liegt, ist in Fig. 4 gezeichnet. Das Rückkopplungsnetzwerk bildet ein Π-Glied. Für das Folgende ist angenommen, dass $Y_1$, $Y_2$ und $Y_3$ verlustlose Blindleitwerte seien, also:

$$Y_1 = \mathrm{j}B_1 = Y_{11} + Y_{12}$$

$$Y_2 = \mathrm{j}B_2 = Y_{22} + Y_{12}$$

$$Y_3 = \mathrm{j}B_3 = -\, Y_{12}$$

Die Admittanzparameter des Rückkopplungsvierpols ergeben sich daraus wie folgt (vgl. [6], Anhang 3A):

$$Y_{11} = Y_1 - Y_{12} = \mathrm{j}\,(B_1 + B_3)$$

$$Y_{12} = -\, Y_3 = -\,\mathrm{j}\, B_3$$

$$Y_{21} = -\, Y_3 = -\,\mathrm{j}\, B_3$$

$$Y_{22} = Y_2 - Y_{12} = \mathrm{j}\,(B_2 + B_3)$$

Nach Gl. (24), (27), (28) und (30) resultieren folgende Admittanzparameter der Kaskadenschaltung:

$$y_{11}^* = y_{11} - \frac{y_{12}\, y_{21}}{y_{22} + G_L + \mathrm{j}\,(B_1 + B_3)} \tag{41}$$

$$y_{12}^* = \frac{+\,\mathrm{j}\, y_{12}\, B_3}{y_{22} + G_L + \mathrm{j}\,(B_1 + B_3)} \tag{42}$$

$$y_{21}^* = \frac{+\,\mathrm{j}\, y_{21}\, B_3}{y_{22} + G_L + \mathrm{j}\,(B_1 + B_3)} \tag{43}$$

$$y_{22}^* = \mathrm{j}\,(B_2 + B_3) + \frac{B_3^2}{y_{22} + G_L + \mathrm{j}\,(B_1 + B_3)} \tag{44}$$

Die Parameter $y_{11}$...$y_{22}$ des Transistors gelten für die Emitterschaltung, wie aus Fig. 3 ersichtlich ist.

Weiter werden alle Parameter $y_{11}$...$y_{22}$ als reine Wirkleitwerte angenommen. Dies ist dann zulässig, wenn die Schwingfrequenz $f$ klein ist gegen die Grenzfrequenz der Emitterschaltung:

$$f \ll (1 - \alpha_0)\, f_1$$

Die Frequenz $f_1$ ist diejenige Frequenz, bei welcher der Absolutwert der Stromverstärkung in Emitterschaltung $|h_{21e}| = 1$ wird, und $\alpha_0$ ist der Niederfrequenzwert der Stromverstärkung in Basisschaltung ($\alpha_0$ ist etwas kleiner als 1). Nach Gl. (6) werden also nun alle $y$ des Transistors durch $g$ ersetzt, z. B. $y_{11}$ wird zu $g_{11}$.

Nach Einsetzen von Gl. (41)...(44) in die Schwingbedingung Gl. (5) und nach Auftrennung in Realteil und Imaginärteil finden sich folgende beiden Gleichungen:

$$\Delta g + g_{11}\, G_L - B_1\, B_2 - B_3\,(B_1 + B_2) = 0 \quad (45)$$

$$g_{11}\, B_1 + (g_{22} + G_L)\, B_2 + (\Sigma g)\, B_3 = 0 \quad (46)$$

$$\text{mit } \Delta g = g_{11}\, g_{22} - g_{12}\, g_{21}$$

$$\Sigma g = g_{11} + g_{12} + g_{21} + g_{22} + G_L$$

Aus Gl. (46) folgt:

$$B_3 = -\, B_2\, \frac{g_{11}\,(B_1/B_2) + g_{22} + G_L}{\Sigma g} \quad (47)$$

Einsetzen von Gl. (47) in (45) zeitigt nach einiger Umformung:

$$\left(\frac{B_1}{B_2}\right)^2 - \frac{(g_{21} + g_{12})}{g_{11}} \left(\frac{B_1}{B_2}\right) + \frac{g_{22} + G_L}{g_{11}} + \frac{(\Delta g + g_{11}\, G_L)\, \Sigma g}{g_{11}\, B_2{}^2} = 0 \quad (48)$$

Hier ist es praktisch, auf die $h$-Parameter überzugehen, da nach Voraussetzung der Transistor im Frequenzgebiet realer Parameter arbeitet. Mit Hilfe der bekannten Umrechnungsformeln findet man aus Gl. (48):

$$\lambda^2 - (h_{21} - h_{12})\, \lambda + K = 0 \quad (49)$$

mit

$$\lambda = \frac{B_1}{B_2} \quad (50)$$

$$K = \Delta h + h_{11}\, G_L + \frac{(h_{22} + G_L)\,(1 - h_{12} + h_{21} + \Delta h + h_{11}\, G_L)}{h_{11}\, B_2{}^2} > 0 \quad (51)$$

$$\Delta h = h_{11}\, h_{22} - h_{12}\, h_{21}$$

Die $h$-Parameter gelten wieder für die Emitterschaltung. $K$ ist eine positive dimensionslose Grösse ($h_{12}$ ist sehr klein). Die weitere Rechnung setzt voraus, dass der Blindleitwert $B_2$ einen gegebenen Wert hat, der positiv oder negativ sein kann. Aus Gl. (49) kann $\lambda = B_1/B_2$ bestimmt werden:

$$\lambda_{1,2} = \frac{(h_{21} - h_{12})}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\,K}{(h_{21} - h_{12})^2}}\right] \quad (52)$$

Eine sinnvolle Lösung existiert nur, wenn:

$$\frac{4\,K}{(h_{21} - h_{12})^2} \leqq 1$$

In praktischen Fällen ist der Term $4\,K/(h_{21} - h_{12})^2$ meistens viel kleiner als 1. Setzt man:

$$\sqrt{1 - \frac{4\,K}{(h_{21} - h_{12})^2}} = 1 - 2\,\varepsilon \quad (53)$$

wobei $\varepsilon$ nach dem Gesagten meistens sehr klein ist, so resultieren aus Gl. (52) die beiden folgenden Werte für $\lambda$:

$$\lambda_1 = \frac{B_{1(1)}}{B_2} = (1 - \varepsilon)\,(h_{21} - h_{12}) > 0 \quad (54)$$

$$\lambda_2 = \frac{B_{1(2)}}{B_2} = \varepsilon\,(h_{21} - h_{12}) > 0 \quad (55)$$

Beide Lösungen sind positiv; das bedeutet, dass $B_1$ und $B_2$ gleichartige Blindleitwerte sein müssen. Ist $B_2$ kapazitiv, so muss auch $B_1$ kapazitiv sein, und ist $B_2$ induktiv, so muss $B_1$ ebenfalls induktiv sein. (Tatsächlich kann $\lambda = B_1/B_2$ zwischen den Werten $\lambda_1$ und $\lambda_2$ liegen; siehe die Ausführungen im Anschluss an die Gl. (58) und (59) weiter unten.)

Nun kann auch der Blindleitwert $B_3$ bestimmt werden. Aus Gl. (47) folgt nach Übergang auf die $h$-Parameter:

$$B_3 = -\, B_2 \left[\frac{\lambda + \Delta h + h_{11}\, G_L}{1 - h_{12} + h_{21} + \Delta h + h_{11}\, G_L}\right] \quad (56)$$

Der Ausdruck in der eckigen Klammer ist positiv; das bedeutet, dass $B_3$ gleich $B_2$ mal einem negativen Faktor ist. Ist $B_2$ kapazitiv, so muss also $B_3$ induktiv sein, und ist $B_2$ induktiv, so muss $B_3$ kapazitiv sein.

Zusammenfassend ergeben sich also folgende zwei Möglichkeiten für diese Schaltung:

I. $B_1$ und $B_2$ kapazitiv ($> 0$)
$B_3$ induktiv ($< 0$)

II. $B_1$ und $B_2$ induktiv ($< 0$)
$B_3$ kapazitiv ($> 0$)

Variante I ist für die sog. kapazitive Dreipunktschaltung, auch als Colpitts-Oszillator bekannt, charakteristisch; Variante II dagegen für die induktive Dreipunktschaltung oder Hartley-Oszillator.

Dass es nur die erwähnten beiden Möglichkeiten gibt, wurde für Röhrenoszillatoren schon lange auf anderem Wege gezeigt (siehe z. B. [16...18]). Es ist jedoch interessant, die entsprechenden Bedingungen auch einmal für einen allgemeineren Vierpol (wie den Transistor) zu kennen. Immerhin ist auch die vorliegende Rechnung noch spezialisiert, da für den Transistor rein reale Parameter und für das Rückkopplungsnetzwerk rein imaginäre Komponenten angenommen sind. Die allgemeinere Rechnung mit durchwegs komplexen Grössen bietet aber nach dem angegebenen Verfahren keine Schwierigkeiten; insbesondere ergäbe sie bessere Einsicht in die Schwingbedingungen bei höheren Frequenzen. Da hier nur das Prinzip gezeigt werden soll, werden die erwähnten Annahmen, die eine einfache Darstellung ermöglichen, beibehalten.

Transistorschaltungen des Colpitts- und Hartley-Oszillators sind in Fig. 5 dargestellt. Widerstände und Kondensatoren, die für das Verhalten des Oszillators unwichtig sind, tragen keine Bezeichnung. Es ist angenommen, dass die gesamte Belastung im Kollektor-

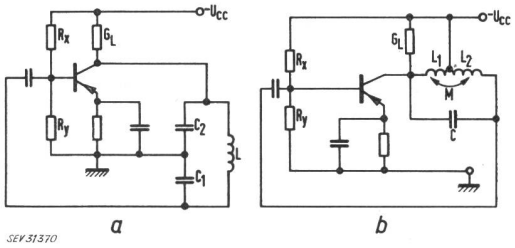


Fig. 5
**Die beiden Arten der Dreipunktschaltung**
*a* kapazitive Spannungsteilerschaltung oder Colpitts-Oszillator
$-U_{cc}$ Speisespannung; $R_x$, $R_y$ Widerstände für die Einstellung des Arbeitspunktes; $G_L$ Lastleitwert; $C_1$, $C_2$ kapazitiver Spannungsteiler; $L$ Schwingkreis-Induktivität
*b* induktive Spannungsteilerschaltung oder Hartley-Oszillator
$L_1$, $L_2$ induktiver Spannungsteiler; $M$ Gegeninduktivität; $C$ Schwingkreis-Kapazität

leitwert $G_L$ konzentriert sei. Die Widerstände $R_x$ und $R_y$ für die Einstellung des Arbeitspunktes, die bisher vernachlässigt wurden, können in der Rechnung berücksichtigt werden, indem man $y_{11}$ durch $(y_{11} + 1/R_x + 1/R_y)$ ersetzt; ihr Einfluss ist meistens unbedeutend. Beim Hartley-Oszillator benützt man in der Regel eine einzige Spule mit Anzapfung statt zweier getrennter Induktivitäten; dann ist auch die Gegeninduktivität $M$ zu berücksichtigen. Hier soll jedoch nur der Colpitts-Oszillator noch etwas näher untersucht werden.

Nach Abschnitt 2 benötigt man zwei Gleichungen für die Anschwingbedingung und für die Schwingfrequenz. Die Schwingfrequenz wird aus Gl. (45) gewonnen, während die Gl. (54) und (55) zwei Lösungen für die Schwingbedingung ergeben. Durch Vergleich von Fig. 3 oder 4 mit Fig. 5a findet man zunächst (mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$):

$$B_1 = \omega C_2 \qquad B_2 = \omega C_1 \qquad B_3 = -\frac{1}{\omega L} \tag{57}$$

Die Indizes von $C_1$ und $C_2$ sind so gewählt, um mit der üblichen Bezeichnung in den meisten Lehr- und Fachbüchern übereinzustimmen. Aus Gl. (54) und (55) folgt:

$$\lambda_1 = \frac{B_{1(1)}}{B_2} = \frac{C_{2(1)}}{C_1} = (1 - \varepsilon)(h_{21} - h_{12}) \tag{58}$$

$$\lambda_2 = \frac{B_{1(2)}}{B_2} = \frac{C_{2(2)}}{C_1} = \varepsilon(h_{21} - h_{12}) \tag{59}$$

Als Bezugsgrösse dient jetzt also $C_1$. Die Gl. (58) und (59) sind die Anschwingbedingungen des Oszillators. Es ist nun jedoch nicht so, dass der Oszillator nur gerade dann schwingt, wenn $C_2/C_1$ gleich $\lambda_1$ oder $\lambda_2$ ist. Vielmehr geben $\lambda_1$ und $\lambda_2$ diejenigen Werte, zwischen denen das Verhältnis $\lambda = C_2/C_1$ liegen kann:

$$(1 - \varepsilon)(h_{21} - h_{12}) \geqq \frac{C_2}{C_1} \geqq \varepsilon(h_{21} - h_{12}) \tag{60}$$

Eine näherungsweise Berechnung, wie man sie vielerorts findet, ergibt nur eine Bedingung für die obere Grenze des Verhältnisses $C_2/C_1$, während der untere Grenzwert verloren geht. Betrachtet man den Schwingungsaufbau nach der Gl.:

$$i = I_0 \cdot \exp(-\delta t) \cdot \sin(\omega t) \tag{61}$$

die aus der Lösung der Differentialgleichung des Schwingsystems resultiert, so entsprechen die Lösungen $\lambda_1$ und $\lambda_2$ der hier durchgeführten symbolischen Rechnung der Bedingung, dass

$$\delta = 0 \tag{62}$$

ist. Dann wird die Schwingung gerade durch die thermische Bewegung der Elektronen angestossen, wobei aber Zufälligkeiten wie Schwankungen der Temperatur, Speisespannung usw. eine Rolle spielen. Damit sich eine dauernde Schwingung aufbauen kann, sorgt man dafür, dass

$$\delta < 0 \tag{63}$$

ist, was nach Gl. (61) zu einer exponentiellen Zunahme der Amplitude führt. Gl. (63) entspricht der Bedingung in Gl. (60) der symbolischen Rechnung. Mit zunehmender Amplitude tritt am aktiven Element (Transistor oder Röhre) eine Begrenzung ein, wodurch sich schliesslich eine bestimmte Schwingungsamplitude einstellt. Die damit verbundenen Nichtlinearitäten bewirken, dass Gl. (62) effektiv wieder erfüllt ist. Damit ist allerdings über die Art des Schwingungsaufbaus (weich, hart) noch nichts gesagt und ebenfalls nicht, dass die Amplitude auch bei Schwankungen der Speisespannung oder Temperatur, Exemplarstreuungen oder Alterung des aktiven Elements usw. konstant bleibt; dies muss gesondert untersucht werden. Die nichtlineare Begrenzung beeinflusst auch die Schwingfrequenz und erzeugt Oberwellen. Die Berechnung mit Vierpolparametern (als Koeffizienten von linearen Gleichungen) stellt also nur eine Näherung dar, die aber in der Regel gut brauchbar ist.

Bei jeder genau durchgeführten Berechnung einer Oszillatorschaltung findet man eine quadratische Gleichung für eine Rückkopplungsgrösse, die wie hier ein kapazitiver Spannungsteiler sein kann, in andern Fällen [4; 8] das Übersetzungsverhältnis eines Transformators usw. Naturgemäss ergeben sich zwei Lösungen für diese Rückkopplungsgrösse (wie oben $\lambda_1$ und $\lambda_2$), von denen die zweite nicht stark von Null verschieden ist, verglichen mit der ersten. Die Bedeutung der zweiten Lösung, wie sie hier geschildert ist, wird oft nicht erkannt. Es kann auch der Fall eintreten, dass diese physikalisch gar nicht realisierbar ist. Z. B. folgt aus Gl. (59):

$$C_{2(2)} = \varepsilon(h_{21} - h_{12})\, C_1$$

Die Kapazität $C_{2(2)}$ kann kleiner sein als die (auch bei niedrigen Frequenzen vorhandene) Ausgangskapazität des Transistors, die in der obigen Rechnung vernachlässigt ist und sinngemäss dem Rückkopplungsvierpol beigerechnet werden kann. In gewissen Fällen ist es aber durchaus nützlich, auch die zweite Grenze der Rückkopplungsgrösse zu kennen.

Nun zur Berechnung der Schwingfrequenz. Mit $B_2 = \omega C_1$, $B_1 = \lambda\omega C_1$ und $B_3$ nach Gl. (56) folgt aus Gl. (45) nach Übergang auf die $h$-Parameter:

$$\omega^2 = \frac{(h_{22} + G_L)}{h_{11}\, C_1^2} \left[ \frac{1 - h_{12} + h_{21} + \Delta h + h_{11}\, G_L}{\lambda(h_{21} - h_{12}) - \lambda^2 - (\Delta h + h_{11}\, G_L)} \right] \tag{64}$$

Damit ist die Kreisfrequenz $\omega$ durch $C_1$, $G_L$ und die $h$-Parameter ausgedrückt; für $\lambda$ sind die oben errechneten Werte einzusetzen. Die Möglichkeit, dass der Nenner von Gl. (64) eine Nullstelle hat oder negativ wird, muss abgeklärt werden. Analog zu Gl. (49) ist die quadratische Gleichung

$$\lambda^2 - \lambda(h_{21} - h_{12}) + K^* = 0 \tag{65}$$

zu lösen, mit

$$K^* = \Delta h + h_{11}\, G_L \tag{66}$$

Durch Vergleich mit Gl. (51) ergibt sich, dass

$$K^* < K \tag{67}$$

ist. Setzt man ähnlich wie in Gl. (53):

$$\sqrt{1 - \frac{4\, K^*}{(h_{21} - h_{12})^2}} = 1 - 2\,\varepsilon^* \tag{68}$$

wobei $\varepsilon^* < \varepsilon$ wird, so lauten die Lösungen von Gl. (65):

$$\lambda_1^* = (1 - \varepsilon^*)(h_{21} - h_{12}) > \lambda_1 \tag{69}$$

$$\lambda_2^* = \varepsilon^*(h_{21} - h_{12}) < \lambda_2 \tag{70}$$

Damit ist der Beweis erbracht, dass für diejenigen Werte von $\lambda$, die ein Anschwingen des Oszillators erlauben, der Nenner von Gl. (64) positiv ist und nicht Null werden kann. Dies ist auch physikalisch sinnvoll; sonst müsste nämlich die Oszillatorfrequenz für $\lambda_1^* = 0$ und $\lambda_2^* = 0$ unendlich werden. Diese Tatsache wurde in der Arbeit [1] und im entsprechenden Kapitel von [3] übersehen, wo die Lösungen von Gl. (65) als Anschwingbedingungen angegeben werden, obwohl gleichzeitig richtig bemerkt wird, dass dies die Nullstellen für das mögliche Verhältnis $L/C_1$ seien. (Statt $\lambda$ ist dort $1/n$ gesetzt und die entsprechende Gleichung ist mit den $y$-Parametern angeschrieben.) $L = 0$ würde aber eben eine unendlich hohe Frequenz bedeuten. Obwohl $\lambda_1$ und $\lambda_1^*$ bzw. $\lambda_2$ und $\lambda_2^*$ nahe beieinander liegen, sind sie also scharf auseinander zu halten.

Die Induktivität $L$ kann bei gegebener Kreisfrequenz $\omega$ mit Gl. (57) aus Gl. (56) errechnet werden:

$$L = \frac{1}{\omega^2 C_1} \left[ \frac{1 - h_{12} + h_{21} + \Delta h + h_{11} G_L}{\lambda + \Delta h + h_{11} G_L} \right] \quad (71)$$

Je nach dem gewählten Wert von $\lambda = C_2/C_1$ ($\lambda_1 \geqq \lambda \geqq \lambda_2$) kann die Induktivität in einem weiten Bereich von Werten liegen.

Praktisch ergibt es sich, dass ein Colpitts-Oszillator mit jedem vernünftigen Induktivitätswert $L$ schwingt, vorausgesetzt dass die aus Gl. (58) abgeleitete approximative Anschwingbedingung

$$\frac{C_2}{C_1} < h_{21} \quad (72)$$

erfüllt ist. Gibt man $C_1$ und $C_2$ entsprechend vor, so berechnet sich mit Gl. (57) das Quadrat der Kreisfrequenz aus Gl. (45) nach Übergehen auf die $h$-Parameter wie folgt:

$$\omega^2 = \frac{(C_1 + C_2)}{L\, C_1\, C_2} \left[ 1 + \frac{L\,(h_{22} + G_L)}{C_1\, h_{11}\,(1 + C_2/C_1)} \right] \quad (73)$$

Der Bruch in der eckigen Klammer ist in der Regel viel kleiner als 1, so dass die Frequenz in erster Linie durch die Induktivität $L$ und die Serieschaltung von $C_1$ und $C_2$ bestimmt ist. Die Frequenz nimmt zu, wenn der Lastleitwert $G_L$ grösser wird; der Einfluss ist umso geringer, je niedriger das Verhältnis $L/C_1$ und je höher das Verhältnis $\lambda = C_2/C_1$ ist. Auch gegenüber Exemplarstreuungen der Transistorparameter $h_{11}$ und $h_{22}$ ist die Frequenz umso stabiler, je niedriger $L/C_1$ und je höher $C_2/C_1$ ist. Aus Gl. (73) kann auch abgeschätzt werden, welche Gegenkopplungsart für das aktive Element einen frequenzstabilisierenden Einfluss hat. Offensichtlich ist es vorteilhaft, wenn $h_{22}$ verkleinert und $h_{11}$ vergrössert wird. Dieser Effekt kann durch die Serie-Serie-Gegenkopplung erzielt werden [6; 15], indem in Fig. 5a in die Emitterleitung ein Gegenkopplungswiderstand eingefügt wird.

Der Einfluss der Belastung $G_L$ auf die Anschwingbedingung erscheint zunächst im Ausdruck $K$ nach Gl. (51) und damit in der Lösung (52). Je grösser $G_L$ ist, umso grösser wird $K$ und damit auch $\varepsilon$ nach Gl. (53). Nach den Gl. (54) und (55) ergibt sich eine Abnahme von $\lambda_1$ und eine Zunahme von $\lambda_2$; das bedeutet, dass durch eine Zunahme von $G_L$ der Bereich der zulässigen Werte von $\lambda = B_1/B_2$ eingeschränkt wird. Der höchste mögliche Wert von $\varepsilon$ beträgt 1/2; dann gibt es nur noch eine Lösung für $\lambda$:

$$\lambda_{opt} = \frac{h_{21} - h_{12}}{2} \approx \frac{h_{21}}{2} \quad (74)$$

$\lambda_{opt}$ ist derjenige Wert von $B_1/B_2$, der beim höchsten zulässigen Lastleitwert $G_{L,max}$ überhaupt noch ein Anschwingen des Oszillators ermöglicht; er ist gleich der Hälfte der Stromverstärkung der Emitterschaltung. Aus der Bedingung, dass die Wurzel in Gl. (52) verschwindet, errechnet sich — bei Vernachlässigung der sehr kleinen Spannungsrückwirkung $h_{12}$ und unter der Annahme $(1 + h_{21}) \gg h_{11}\,(h_{22} + G_L)$ — der höchstzulässige Lastleitwert:

$$G_{L,\,max} \approx \frac{h_{21}^2}{4} \cdot \frac{h_{11}\, B_2^2}{[(h_{11}\, B_2)^2 + 1 + h_{21}]} - h_{22} \quad (75)$$

Er ist durch die Transistorparameter und den Blindleitwert $B_2$ bestimmt.

Ähnliche Überlegungen können auch für jede andere Oszillatorschaltung angestellt werden.

## 5. Einige vierpolmässige Betrachtungen zu den Schwingbedingungen

Wenn man die Schwingbedingungen in den Gl. (5), (11), (14) und (17) betrachtet, so fällt es auf, dass die linken Seiten dieser Gleichungen gewissen Ausdrücken entsprechen, die man beim Wechsel der Grundschaltung von aktiven Vierpolen erhält. Sind zum Beispiel für einen Transistor die $y$-Parameter $y_{11e}$, $y_{12e}$, $y_{21e}$ und $y_{22e}$ der Emitterschaltung gegeben, so beträgt die Kurzschluss-Ausgangsadmittanz $y_{22c}$ der Kollektorschaltung [6; 11; 13]:

$$y_{22c} = y_{11e} + y_{12e} + y_{21e} + y_{22e}$$

Aber auch die Kurzschluss-Eingangsadmittanz $y_{11b}$ der Basisschaltung ist gleich gross:

$$y_{11b} = y_{11e} + y_{12e} + y_{21e} + y_{22e}$$

Was ist die Bedeutung dieser Beziehungen, wenn man damit die Schwingbedingung in Gl. (5) vergleicht? Um diese Frage abzuklären, sind einige anschauliche Betrachtungen an Hand des verallgemeinerten Oszillatorschemas nützlich. In Fig. 6 ist Fig. 1 noch einmal gezeichnet, wobei nun den Anschlüssen der beiden Vierpole $A$ und $R$ Buchstaben zugeordnet sind, die formell denjenigen eines Transistors entsprechen, um mit den üblichen Formeln für den Wechsel der Grundschaltung leichter operieren zu können. Wie in Fig. 2 sind die beiden Vierpole als ein einziger Vierpol zu denken; der Eingang wäre also $B$ (analog zu Basis), der Ausgang $C$ (analog zu Kollektor) und der gemeinsame Anschluss $E$ bzw. $E'$ (analog zu Emitter). Die inneren Verbindungspunkte sind mit $D$ bzw. $D'$ bezeichnet (in Wirklichkeit kann $D$ dem Kollektor eines Transistors entsprechen). Ausgang $C$ und Eingang $B$ sind miteinander verbunden.

In Fig. 7 ist die Fig. 6 so umgestellt, dass $C$ zum gemeinsamen Anschluss und die Verbindung von $E$ und $E'$ zum Ausgang wird, während $B$ der Eingang bleibt (entsprechend dem Wechsel von der Emitterschaltung zur Kollektorschaltung eines Transistors).

Die Schwingbedingung der Schaltung von Fig. 6, ausgedrückt durch die $z$-Parameter, lautet nach Gl. (14), wobei nun der Index $E$ für den gemeinsamen Anschluss beigefügt ist:

$$z_{11E}^* - z_{12E}^* - z_{21E}^* + z_{22e}^* = 0 \quad (76)$$

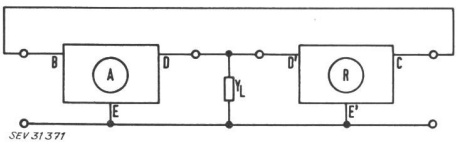


Fig. 6

**Kaskadenschaltung eines aktiven Vierpols $A$ und eines Rückkopplungsvierpols $R$**

Die Bezeichnungen der äusseren Anschlüsse entsprechen denjenigen eines Transistors in Emitterschaltung

Bezeichnungen siehe im Text

Wird $C$ zum gemeinsamen Anschluss, so gilt bekanntlich:

$$z_{11C}^* = z_{11E}^* - z_{12E}^* - z_{21E}^* + z_{22E}^* ,$$

so dass nach Gl. (76) folgt:

$$z_{11C}^* = 0 \tag{77}$$

Fig. 7 zeigt einleuchtend, dass Gl. (77) stimmt, denn weil in der Oszillatorschaltung die Punkte $B$ und $C$ verbunden sind, ist der Eingang kurzgeschlossen, während der Ausgang leerläuft (die $z$-Parameter sind Leerlauf-Parameter).

Ausgedrückt durch die $y$-Parameter lautet die Schwingbedingung für die Schaltung von Fig. 6, wieder mit Index $E$, gemäss der Gl. (5):

$$y_{11E}^* + y_{12E}^* + y_{21E}^* + y_{22E}^* = 0 \tag{78}$$

Wird $C$ zum gemeinsamen Anschluss, so gilt:

$$y_{22C}^* = y_{11E}^* + y_{12E}^* + y_{21E}^* + y_{22E}^*$$

so dass nach Gl. (78) für Fig. 7 folgt:

$$y_{22C}^* = 0 \tag{79}$$

Dieses Resultat erscheint schon weniger selbstverständlich als Gl. (77), denn es besagt, dass man bei der Oszillatorschaltung zwischen den Punkten $E$ ($E'$) und $C$ einen Leerlauf misst. Es ist interessant zu sehen, dass $y_{22C}^*$ im vorneherein als Kurzschlussadmittanz charakterisiert ist, denn am Eingang ist ja zwischen $B$ und $C$ schon ein Kurzschluss vorhanden.

Folgende Überlegung erscheint ebenfalls bemerkenswert: Denkt man sich alle Verbindungen zum Rückkopplungsvierpol $R$ gelöst, so misst man zwischen $E'$ und $C$ bei leerlaufendem Anschluss $D'$ eine gewisse Admittanz, die sicherlich nicht gleich Null ist. Die Funktion der Oszillatorschaltung liegt offenbar darin, dass durch die Rückkopplung die Admittanz zwischen $E'$ und $C$ zu Null ergänzt wird, wobei auch ein negativer Wirkleitwert auftreten muss. Diese Überlegung bildet üblicherweise das Schwingungskriterium für Zweipol-Oszillatoren mit negativen Leitwerten; sie zeigt, dass auch Vierpol-Oszillatoren als Schaltungen mit negativen Leitwerten betrachtet werden können (was natürlich nichts Neues bedeutet). In den Gl. (5) und (7) z. B. müssen ja negative Leitwerte auftreten, die die positiven Leitwerte zu Null ergänzen. Die Gl. (79) ist übrigens auch über allgemein gültige Vierpolbeziehungen durch Gl. (77) begründet, denn es gilt immer:

$$y_{22} = \frac{z_{11}}{\Delta z}$$

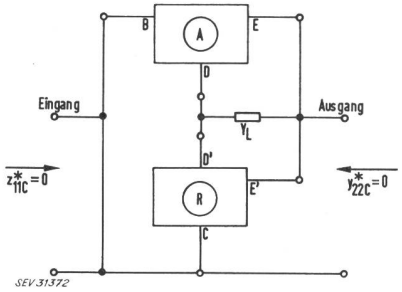


Fig. 7

**Umstellung der Schaltung von Fig. 6, so dass $C$ zum gemeinsamen Anschluss wird**

(entsprechend dem Wechsel von der Emitterschaltung zur Kollektorschaltung eines Transistors)

$z_{11C}^*$ Leerlauf-Eingangsimpedanz; $y_{22C}^*$ Kurzschluss-Ausgangsadmittanz

Macht man, ausgehend wieder von Fig. 6, den Anschluss $B$ zum gemeinsamen Anschluss, mit $E$ ($E'$) als Eingang und $C$ als Ausgang, so folgen die Beziehungen

$$y_{11B}^* = 0 \qquad \text{und} \qquad z_{22B}^* = 0$$

die sich auf ähnliche Weise wie geschildert durch Umzeichnen von Fig. 6 interpretieren lassen. In der ursprünglichen Fig. 6 können ferner die Bezeichnungen wie folgt ausgetauscht werden:

| | | |
|---|---|---|
| $B \rightarrow B$ | oder | $B \rightarrow E$ |
| $E \rightarrow C$ | | $E \rightarrow B$ |
| $E' \rightarrow C'$ | | $E' \rightarrow B'$ |
| $C \rightarrow E$ | | $C \rightarrow C$ |

Ausgehend von diesen beiden Möglichkeiten erhält man durch Wechsel der Grundschaltung (wie bereits geschildert) die Bedingungen, dass Eingangs- und/oder Ausgangs- $y^*$- oder $z^*$-Parameter des Oszillators gleich Null sein müssen, die sich wiederum figürlich interpretieren lassen.

Ausgedrückt durch die $h$-Parameter lautet die Schwingbedingung für die Schaltung von Fig. 6 nach Gl. (11):

$$1 - h_{12E}^* + h_{21E}^* + \Delta h_E^* = 0 \tag{80}$$

Dies ist nach bekannten Beziehungen gleichwertig mit

$$\Delta h_C^* = 0 \tag{81}$$

wenn $C$ der gemeinsame Anschluss ist.

Gl. (81) ist die Schwingbedingung für einen Oszillator, wenn dieser als Serie-Parallel-Schaltung zweier Vierpole dargestellt wird (sog. $h$-Oszillator) [1; 3; 4; 6]. In der Tat kann Fig. 6 so angeordnet werden, dass sie nach Fig. 8 als Serie-Parallelschaltung zweier Vierpole erscheint (in Fig. 8 sind nun die Vierpole mit vier Anschlüssen gezeichnet, um mit der Darstellung in den erwähnten Quellen übereinzustimmen).

Nimmt man an, dass die beiden Vierpole mit gemeinsamen Anschlüssen $B$ und $B'$ verbunden seien, so lautet die Schwingbedingung:

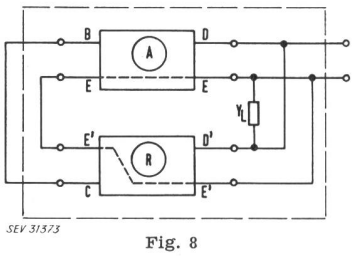


Fig. 8

**Anordnung der Kaskadenschaltung von Fig. 6 als Serie-Parallel-Schaltung ($h$-Oszillator)**

Bezeichnungen siehe Fig. 7

$$1 - h_{12B}^* + h_{21B}^* + \Delta h_B^* = 0 \qquad (82)$$

Dies ist äquivalent mit:

$$\frac{1}{\Delta h_C^*} = 0 \qquad (83)$$

[$\Delta h_C^*$ bedeutet hier nicht dasselbe wie in Gl. (81).] Gl. (83) kann interpretiert werden, wenn man weiss, dass

$$\frac{1}{\Delta h_C^*} = \Delta h'_C \qquad (84)$$

die Determinante der $h$-Parameter des umgekehrten Vierpols ist [10]. Also kann der Oszillator auch in diesem Fall als Serie-Parallel-Schaltung zweier Vierpole dargestellt werden.

### Literatur


[1] *Cote, A. J.:* Matrix Analysis of Oscillators and Transistor Applications. IRE Trans. on Circuit Theory, CT-5 (1958)3, S. 181...188.

[2] *Cote, A. J.:* Matrix Analysis of RL and RC Oscillators. IRE Trans. on Circuit Theory, CT-6(1959)2, S. 232...233.

[3] *Cote, A. J.* und *J. B. Oakes:* Linear Vacuum-Tube and Transistor Circuits. New York a. o.: McGraw-Hill 1961.

[4] *Toussaint, H.-N.:* Schwingschaltungen. Nachrichtentechn. Fachber. 18(1960), S. 95...103.

[5] *Pritchard, R. L.:* Discussion of Matrix Analysis of Transistor Oscillators. IRE Trans. on Circuit Theory, CT-8(1961)2, S. 169...170.

[6] *Hauri, E. R.* und *A. E. Bachmann:* Grundlagen und Anwendungen der Transistoren. Bern: Gen. Dir. PTT., Abt. Forsch. u. Vers., 1962.

[7] *Schaffhauser, H.* und *M. J. O. Strutt:* Experimentelle und theoretische Untersuchung eines frequenzstabilisierten Transistoroszillators für 8 MHz. AEÜ 11(1957)11, S. 455...460; Berichtigung: AEÜ 12(1958)1, S. 48.

[8] *Schaffhauser, H.:* Beschreibung eines stabilisierten LC-Transistoroszillators im Niederfrequenzgebiet. Scientia Electr. 4(1958)1, S. 22...30.

[9] *Brodie, J. H.:* Matrix Analysis of Oscillators. IRE Trans. on Circuit Theory, CT-7(1960)1, S. 69...70.

[10] *Feldtkeller, R.:* Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik. 3. Aufl. Leipzig: Hirzel 1943.

[11] *Transistor Circuit Engineering.* Ed. by *R. F. Shea.* New York: Wiley; London: Chapman & Hall 1957.
(Deutsche Übersetzung: Transistortechnik. Stuttgart: Berliner Union 1960. Auf S. 422 ist falsch angegeben, dass die $a$-Matrizen addiert werden.)

[12] *Hauri, E. R.:* Zur Theorie der Triodenoszillatoren mit koaxialen Resonatoren. Bull. SEV 44(1953)17, S. 761...768.

[13] *Vasseur, J. P.:* Propriété et applications des transistors. Paris: Soc. franç. de documentation électronique 1958.

[14] *Engdahl, J.:* Calcul rapide de circuits à transistors à l'aide des paramètres $h$. Bull. SEV 52(1961)11, S. 413...419.

[15] *Hauri, E. R.:* Transistorverstärker mit Gegenkopplung. Techn. Mitt. PTT 38(1960)6, S. 185...200; 7, S. 228...236.

[16] *Barkhausen, H.:* Lehrbuch der Elektronenröhren und ihrer technischen Anwendungen. 3. Bd.: Rückkopplung. Unv. Nachdruck der 4. Aufl. Leipzig: Hirzel 1943.

[17] *Rothe, H.* und *W. Kleen:* Elektronenröhren als Schwingungserzeuger und Gleichrichter. Leipzig: Becker & Erler 1941.

[18] *Terman, F. E.:* Radio Engineer's Handbook. New York, London: McGraw-Hill 1943 (S. 481).



**Adresse des Autors:**

*E. R. Hauri,* dipl. Ingenieur ETH, Abteilung Forschung und Versuche der Generaldirektion der PTT, Speichergasse 6, Bern.


# Transistorisierte Schaltungseinheiten zur Ansteuerung von Relais

## Transistorisierte Relais


Von *H. Schenkel,* Oberrieden



621.375.4 : 621.318.5



*Eine Kombination von konventionellem Relais und vorgeschalteter transistorisierter Schaltungseinheit ermöglicht, die Vorteile des Relais auszunützen und gleichzeitig mit für direkte Relaisansteuerung zu schwachem oder zu kurzem Steuersignal auszukommen. Auch können zwischen dem Eingangssignal und der Relaisbetätigung gewisse zeitliche oder amplitudenmässige Zusammenhänge erzielt werden. Solche Schaltungseinheiten erweitern also die Anwendungsmöglichkeiten von Relais in modernen Steuerungen, Überwachungen usw. wesentlich. Es werden die für ein einheitliches Typenprogramm zu beachtenden allgemeinen Gesichtspunkte und die Eigenschaften einzelner Einheiten besprochen.*

*En faisant précéder un relais classique par une unité de couplage transistorisée, les avantages du relais peuvent être pleinement utilisés, même dans le cas d'un signal trop bref ou trop faible pour commander directement le relais. Une telle combinaison permet en outre de faire intervenir certaines relations temporelles ou amplificatrices entre le signal d'entrée et l'actionnement du relais. Ces unités de couplage augmentent ainsi les possibilités d'utilisation de relais dans des circuits modernes de commande, de contrôle, etc. L'auteur indique ce dont il faut généralement tenir compte pour l'établissement d'une série uniforme de types, puis il décrit les propriétés de certaines unités de couplage.*


### 1. Einleitung

Mit den in Steuerungen, Regelungen und Überwachungsschaltungen seit langem in grosser Zahl verwendeten Relais können gewisse Aufgaben nicht ohne weiteres gelöst werden. So ziehen z. B. solche Relais normalerweise nicht oder nicht mit Sicherheit an, wenn das Steuersignal (an die Wicklung angelegte Spannung) ein Impuls von $\lesssim$ 10 ms Dauer ist; Anzug- oder Abfallverzögerungen in der Grössenordnung von Sekunden bis Minuten mit der gleichzeitigen Forderung nach sehr kurzen Rückstellzeiten lassen sich (abgesehen von mechanischen Geräten, die aber eher für Verzögerungszeiten von Minuten an eingesetzt werden) nicht erzeugen. Eine sehr hohe Empfindlichkeit ist nicht vereinbar mit robustem Aufbau, grosser Kontaktbestückung und hoher Kontaktbelastbarkeit. Mit zunehmender Automatisierung wird nun aber das Bedürfnis immer häufiger, Relais auch bei derartigen für die normale Relaistechnik schwierigen Signalbedingungen verwenden zu können. Zu diesem Zweck sind in den vergangenen Jahren einfache und betriebssichere elektronische Schaltungen entwickelt worden, die dem Relais vorgeschaltet werden können und ihm so die verlangten Eigenschaften geben.

Die Transistortechnik, insbesondere die Verwendung des Transistors als gesteuerter Schalter, ist für solche Relaisansteuerungsschaltungen gut geeignet. Neben den bekannten Vorteilen von Transistoren (kleine Speiseleistung, mechanisch klein und robust, hohe Betriebssicherheit während langer Lebensdauer) ist hier noch besonders die Tatsache vorteilhaft, dass die für die Relais aus technischen und preislichen Gründen (Spulendaten) günstigste und normalerweise verwendete Betriebsspannung (im Bereich von $\approx$ 20...48 bis ev. 60 V geglättete Gleichspannung oder Halbwellen) direkt als Speisespannung der Transistorschaltung benützt werden kann. Ein besonderer Speiseteil erübrigt sich also, was vor allem in jenen grossen Relaisanlagen angenehm empfunden wird, wo nur eine oder einige wenige Schaltungseinheiten eingesetzt werden sollen.