Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 53 (1962)

Heft: 20

Artikel: Die Berechnung von Bandpassfiltern mit Hilfe der Netzwerk-Synthese unter Verwendung verlustbehafteter Schaltelemente

Autor: Zimmermann, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-916976

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

Die Berechnung von Bandpassfiltern mit Hilfe der Netzwerk-Synthese unter Verwendung verlustbehafteter Schaltelemente

Von *A. Zimmermann*, Solothurn

621.372.543.2 : 621.3.064.017

Einleitend werden kurz die Vor- und Nachteile erwähnt, die sich aus der Berechnungsmethode der Netzwerk-Synthese ergeben. Anschliessend folgen die Angaben zur vollständigen Charakterisierung der Filtereigenschaften. Für den mehr theoretischen Fall verlustloser Kreise lassen sich geschlossene Formeln für die Dimensionierung angeben. Dagegen ist für den praktischen Fall, d. h. bei Verwendung verlustbehafteter Kreise, die numerische Berechnungsarbeit ziemlich umfangreich. Anders als in der klassischen Filtertheorie wird aber in jedem Fall eine exakte Erfüllung des vorausgesetzten Dämpfungsverlaufes erreicht. Zum Schluss folgen eine Zusammenstellung des Berechnungsganges und Angaben für das Abgleichen des aufgebauten Filters.

L'auteur indique tout d'abord brièvement les avantages et les inconvénients de la méthode de calcul de la synthèse d'un réseau. Suivent des données pour caractériser complètement les propriétés des filtres. Pour le cas plus théorique des circuits sans pertes, on peut obtenir des formules fermées de dimensionnement. En pratique, par exemple dans le cas de circuits affectés de pertes, les calculs numériques sont par contre passablement longs. Toutefois, contrairement à la théorie classique des filtres, on obtient dans tous les cas une réalisation exacte des conditions d'atténuation prévues. Pour terminer, l'auteur groupe les résultats des calculs et les données pour l'alignement du filtre constitué.

Benötigt man in einer elektrischen Schaltung ein Filter, so wird man im allgemeinen versuchen, alle gestellten Forderungen mit möglichst kleinem Aufwand an Schaltelementen zu realisieren. Im konkreten Fall möchte man einen bestimmten Dämpfungsverlauf mit der geringst möglichen Kreiszahl erreichen, und da man leider nicht in der glücklichen Lage ist, verlustlose Induktivitäten und Kapazitäten herzustellen. stellt sich auch die Frage nach den zulässigen Kreisdämpfungen. Die klassischen Filtertheorien basieren meist auf der Annahme verlustloser Elemente und physikalisch nicht realisierbaren Abschlussimpedanzen, so dass die praktischen Ergebnisse vom theoretisch erreichbaren mehr oder weniger abweichen. Diese Unzulänglichkeiten lassen sich mit der modernen Netzwerk-Synthese vermeiden. Die Grundlagen sind zwar schon lange bekannt, und es existieren auch viele Abhandlungen darüber. Das Haupthindernis für die praktische Anwendung liegt wohl im relativ grossen numerischen Rechnungsaufwand. Eine grosse Hilfe würde hier eine Sammlung von Filtern sein, wobei alle Dimensionierungsgrössen in graphischer, genormter Form dazustellen wären, so wie es z. B. im «Reference data for radio engineers, fourth edition» für eine kleine Anzahl Filter bereits existiert. Mit einer modernen Rechnungsmaschine liessen sich in kurzer Zeit eine grosse Anzahl Filter mit verschiedenen Parametern berechnen und in graphischer Form darstellen. Damit könnte der Praktiker mühelos ein ihm passendes Filter dimensionieren, ohne dass er sich zuerst in die Theorie einarbeiten müsste.

Der Vorteil der modernen Berechnungsmethode, der Netzwerk-Synthese, liegt darin, dass mit der geringst möglichen Anzahl Schaltelemente die bestmögliche Dämpfungskurve erhalten wird, auch wenn die Schaltelemente nicht verlustlos sind. Die praktisch unvermeidlichen Kreisverluste wirken sich nicht als Verformung der Dämpfungskurve aus, sondern ergeben nur im Durchlassbereich eine Grunddämpfung.

Es soll im folgenden versucht werden, eine Übersicht über die für die Berechnung notwendigen Grundlagen zu geben. Es werden nur sog. schmalbandige Bandpassfilter behandelt, und zwar solche ohne Dämpfungspole, also mit monoton ansteigendem Dämpfungsverlauf ausserhalb des Durchlassbereiches. Nach analogen Methoden lassen sich Tief- und Hochpassfilter, sowie Filter mit linearem Phasengang behandeln. Filter mit Dämpfungspolen im Sperrbereich sind ebenfalls schon berechnet worden.

Auf Beweise und Ableitungen wird verzichtet, es sei auf das Literaturverzeichnis am Schluss des Aufsatzes verwiesen.

Verwendete Symbole:

$\eta = \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)$	Normierte Verstimmung
$\eta_{3db} = \frac{B_{3db}}{f_0}$	Normierte Verstimmung für $\frac{V_p}{V} = \sqrt{2}$
η_v	Normierte max. Verstimmung für $V = V_v$ (Fig. 1)
f_0	Mittenfrequenz des Durchlassbereiches
$\frac{V_p}{V}$	Verhältnis der max. Ausgangsspannung zur Ausgangsspannung bei der Verstimmung η
$\frac{V_p}{V_v}$	Verhältnis der Höckerspannung zur Talspannung im Durchlassbereich
n	Zahl der verwendeten Schwingkreise
$k_{r\,(r+1)}$	Kopplung zwischen Kreis r und Kreis $(r+1)$
$d_0 = \frac{1}{Q_0}$	Kreisdämpfung des unbelasteten Schwingkreises
d_{max}	Maximal zulässige Kreisdämpfung des unbelasteten Schwingkreises
$d_G = \frac{\omega_0 L_1}{R_G}$	Zusatzkreisdämpfung des durch den Generator belasteten Schwingkreises 1
$d_L = \frac{\omega_0 L_n}{R_L}$	Zusatzdämpfung des durch den Abschlusswiderstand belasteten Schwingkreises n

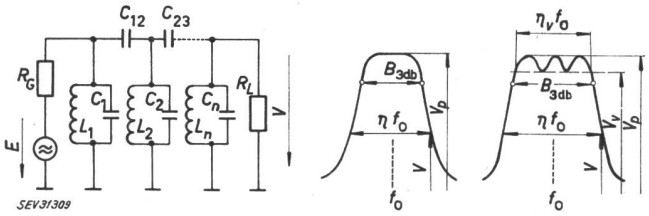


Fig. 1

Schaltung eines kapazitiv gekoppelten Bandpassfilters

rechts prinzipieller Verlauf der Ausgangsspannung V bei konstanter EMK, für Butterworth- und Tschebischeff-Filter

Folgende Punkte sind zur Charakterisierung eines Bandpassfilters wichtig:

a) Dämpfungsverlauf als Funktion der Frequenz oder im normierten Fall als Funktion der Verstimmung η.

b) Minimal benötigte Kreiszahl.

c) Maximal zulässige Kreisdämpfung d_{max}

d) Grunddämpfung im Durchlassbereich.

e) Phasengang.

Je nach dem Verwendungszweck wird auf einen oder mehrere dieser Punkte ein ganz besonderes Gewicht gelegt.

Zu a), dem Dämpfungsverlauf, gehört als Parameter die Welligkeit V_p/V_v im Durchlassbereich. Sie ist von Tschebischeffscher Art, d. h. die Einsattelungen bei mehrkreisigen Filtern sind alle gleich tief. Der Grenzfall für $V_p/V_v = 0$ wird als Butterworth-Filter bezeichnet. Für diesen viel verwendeten Spezialfall ergeben sich vereinfachte Formeln.

Der Dämpfungsverlauf für das Tschebischeff-Filter ergibt sich aus Gl. (1):

$$\frac{\eta}{\eta_{3db}} = \frac{\cosh\left[\frac{1}{n}\operatorname{arcosh}\sqrt{\frac{(V_p/V)^2-1}{(V_p/V_v)^2-1}}\right]}{\cosh\left[\frac{1}{n}\operatorname{arcosh}\sqrt{\frac{1}{(V_p/V_v)^2-1}}\right]} \tag{1}$$

oder:

$$\left|\frac{V_p}{V}\right|^2 = 1 + [(V_p/V_v)^2 - 1]\cdot\cosh^2\left[n\cdot\operatorname{arcosh}\left(\frac{\eta}{\eta_v}\right)\right] \tag{2}$$

Für das Butterworth- oder maximal flache Filter lauten die entsprechenden Gleichungen:

$$\frac{\eta}{\eta_{3db}} = \sqrt[2n]{(V_p/V)^2 - 1} \tag{3}$$

oder:

$$\left|\frac{V_p}{V}\right|^2 = 1 + \left(\frac{\eta}{\eta_{3db}}\right)^{2n} \tag{4}$$

In den Gl. (1)...(4) ist die Anzahl der verwendeten Kreise enthalten. Die Frage b) nach der notwendigen Kreiszahl n lässt sich daraus ableiten als Funktion der geforderten Dämpfung V_p/V bei der Verstimmung η mit dem Parameter V_p/V_v.

$$n_T = \frac{\operatorname{arcosh}\sqrt{\frac{V_p/V)^2-1}{(V_p/V_v)^2-1}}}{\operatorname{arcosh}\frac{\eta}{\eta_v}} \tag{5}$$

Für das Butterworth-Filter gilt:

$$n_B = \frac{\log\sqrt{(V_p/V)^2-1}}{\log\frac{\eta}{\eta_{3db}}} \tag{6}$$

Die dritte Frage c) nach der maximal zulässigen Kreisdämpfung d_{max}, welche noch eine Realisation des Filters erlaubt, kann ebenfalls beantwortet werden. Die Begründung wird man bei der eigentlichen Berechnung noch kennenlernen.

Für das Tschebischeff-Filter gilt:

$$d_{max} = \eta_{3db}\,\frac{\sinh\left[\frac{1}{n}\operatorname{arsinh}\sqrt{\frac{1}{(V_p/V_v)^2-1}}\right]}{\cosh\left[\frac{1}{n}\operatorname{arcosh}\sqrt{\frac{1}{(V_p/V_v)^2-1}}\right]}\,\sin\left(\frac{90°}{n}\right) \tag{7}$$

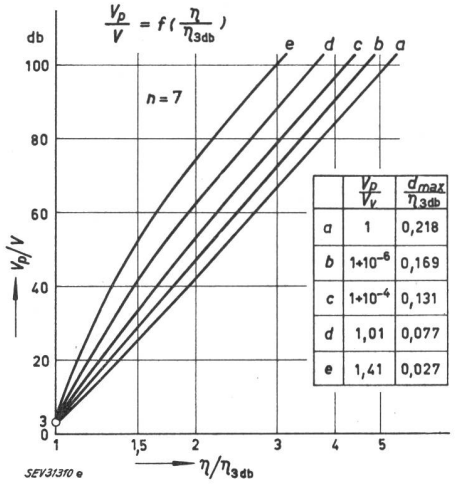
Für das Butterworth-Filter gilt:

$$d_{max} = \eta_{3db}\cdot\sin\left(\frac{90°}{n}\right) \tag{8}$$

Die Gl. (1)...(8) sind nicht unabhängig voneinander. Es sind daher für die Berechnung unter Umständen mehrere Anläufe notwendig, besonders beim Tschebischeff-Filter, bei welchem nebst der Dämpfung und der Kreiszahl auch die Welligkeit im Durchlassbereich V_p/V_v einzusetzen ist. Dieses Verhältnis V_p/V_v übt in allen Formeln einen entscheidenden Einfluss aus, auch wenn die Welligkeit längst nicht mehr störend ist. Tafeln mit der Darstellung des Dämpfungsverlaufes als Funktion von η/η_{3db} und V_p/V_v als Parameter für Kreiszahlen bis $n = 7$ findet man im «Reference data for radio engineers, fourth edition», S. 193...198 (als Beispiel siehe Fig. 2).

Die vierte Frage d) nach der Grunddämpfung im Durchlassbereich, d. h. nach dem Übertragungsverlust im Filter kann ebenfalls beantwortet werden.

$$A = 10\log\frac{d_{Gv}\,d_{Lv}\prod_{r=1}^{n} k^2_{r\,(r+1)v}}{d_G\,d_L\prod_{r=1}^{n} k^2_{r\,(r+1)}} \tag{9}$$



	$\frac{V_p}{V_v}$	$\frac{d_{max}}{\eta_{3db}}$
a	1	0,218
b	$1+10^{-6}$	0,169
c	$1+10^{-4}$	0,131
d	1,01	0,077
e	1,41	0,027

Fig. 2

Filterdämpfung ausserhalb des Durchlassbereiches als Funktion der normierten Verstimmung für ein 7-Kreis-Filter

Parameter ist die Welligkeit $\frac{V_p}{V_v}$ im Durchlassbereich

Mit dem Index v sind diejenigen Grössen bezeichnet, welche für ein verlustloses Filter gelten würden, ohne Index die realen Grössen. Die Durchlassdämpfung nach Gl. (9) lässt sich allerdings erst nach erfolgter Dimensionierung, wenn die Kopplungen und Abschlusswiderstände bekannt sind, ermitteln. Wie man später noch sehen wird, gibt es aber eine einfache Möglichkeit, die Verluste im voraus zu bestimmen, wenigstens bezüglich Anpassung optimal dimensionierter Filter.

Oft interessiert auch der Phasengang der Filterausgangsspannung. Für den relativen Phasenverlauf φ als Funktion der Verstimmung η gilt:

$$\varphi = \sum_{m=1}^{n} \operatorname{arctg}\left(\frac{\eta - i_m}{r_m}\right) \qquad (10)$$

[Über die Bedeutung von i_m und r_m siehe Gl. (15)].

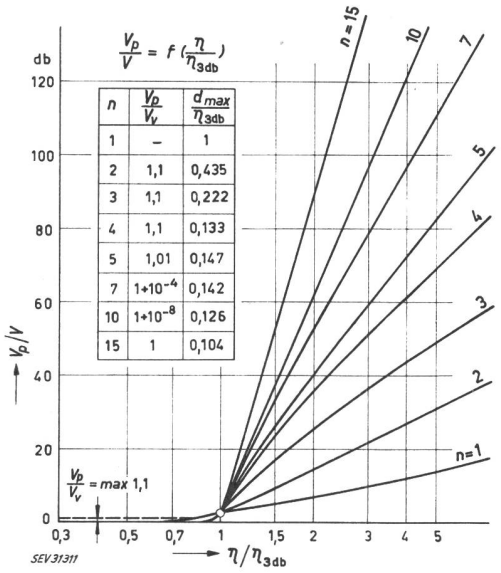
Mit den Gl. (1)...(10) kann ein Filter in seinen Eigenschaften hinreichend beurteilt werden. Wegen der vielen Parameter ist es aber oft schwierig, sich ein Bild über die praktischen Möglichkeiten zu machen, zumal ja auch ein Pflichtenheft selten Absolutwerte enthält, sondern eher Mindestforderungen oder wünschbare Werte.

In der Praxis kann man zwei Gruppen von Forderungen unterscheiden, die entscheidend auf die Dimensionierung einwirken.

1. Das geforderte Filter muss eine definierte Durchlassbandbreite B_{3db} und bei einer bestimmten relativ kleinen Verstimmung η eine definierte Dämpfung V_p / V aufweisen, wie etwa Filter in Zwischenfrequenzverstärkern. Die Grunddämpfung ist hier eher von zweitrangiger Bedeutung; oder

2. Das geforderte Filter muss eine Mindestdämpfung V_p / V bei einer relativ grossen Verstimmung η aufweisen und soll eine bestimmte Grunddämpfung A nicht überschreiten. Die Durchlassbandbreite B_{3db} spielt eher eine zweitrangige Rolle, z. B. wie bei einem HF-Filter für die Spiegelselektion eines Empfängers.

In beiden Fällen 1) und 2) ist normalerweise eine wichtige Grösse aus Abmessungs- und Preisgründen ziemlich festgelegt, nämlich die maximal erreichbare Kreisgüte Q_0, die mit vernünftigem Aufwand realisiert



n	$\frac{V_p}{V_v}$	$\frac{d_{max}}{\eta_{3db}}$
1	–	1
2	1,1	0,435
3	1,1	0,222
4	1,1	0,133
5	1,01	0,147
7	$1+10^{-4}$	0,142
10	$1+10^{-8}$	0,126
15	1	0,104

Fig. 3

Dämpfung in Funktion der normierten Verstimmung für Kreiszahlen von 1...15 bei einer konstant gehaltenen Bandbreite für 3db Dämpfung

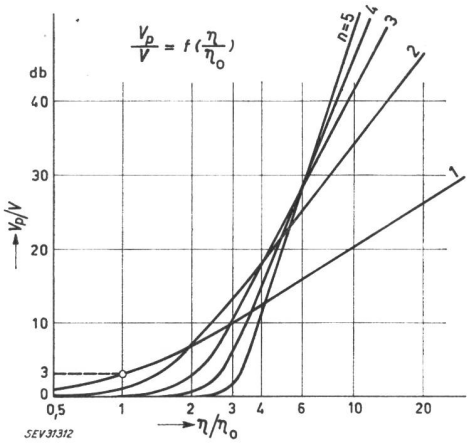


Fig. 4

Dämpfung in Funktion der auf den Einzelkreis normierten Verstimmung für Kreiszahlen von 1...5

Leerlaufkreisgüte Q_0 und Grunddämpfung A im Durchlassbereich sind für alle Filter konstant

$$\eta_0 = \eta_{3db} \text{ für } n = 1; \quad Q_0 = \text{konst.}; \quad A \approx \text{konst.}; \quad \frac{V_p}{V} = 1$$

werden kann. Fig. 3 zeigt eine Kurvenschar für die Gruppe 1), mit praktisch realisierbaren Parameterwerten. Bei grösseren Kreiszahlen lassen sich unter Umständen nahezu identische Dämpfungskurven mit verschiedener Anzahl Kreise realisieren, allerdings mit anderen Verhältnissen V_p/V_v und anderer Grunddämpfung. In der Praxis muss ein Kompromiss gesucht werden zwischen Kreiszahl und Grunddämpfung. Fig. 3 gibt einen ersten Anhaltspunkt für die Kreiszahl und die einzusetzende Welligkeit V_p/V_v. Wie man später noch sehen wird, lässt sich die Grunddämpfung A aus dem Verhältnis d_{max}/d_0 abschätzen.

Fig. 4 zeigt eine Kurvenschar für die Gruppe 2. Sie zeigt den Dämpfungsverlauf bei konstanter Grunddämpfung A und gleicher Kreisgüte Q_0 aller Kreise. Parameter ist die Kreiszahl n. Diese Kurvenschar ist sehr praktisch, weil man vom Einzelkreis aus vorgehen kann; für diesen lassen sich in jeder Schaltung die Verhältnisse sehr einfach überblicken. Aus Fig. 4 sieht man dann ohne weiteres, welche Selektionsverbesserung eine Erhöhung der Kreiszahl, bei gleicher Grunddämpfung und der Verwendung gleichartiger Kreise bringt. Man sieht z. B. sofort, dass ein Zweikreisfilter erst für $\eta/\eta_0 > 2$ erhöhte Selektion gegenüber dem Einzelkreis ergibt, usw.

In enger Beziehung mit obigem steht Fig. 5. Sie zeigt den Zusammenhang zwischen der Grunddämpfung A und dem Verhältnis d_{max}/d_0. Die Kreiszahl hat direkt nur einen geringen Einfluss, indirekt dagegen über d_{max} aus Gl. (7) und (8). Fig. 5 gibt die kleinstmögliche Grunddämpfung an, die bei optimaler Dimensionierung und Anpassung erreicht werden kann. Für einen und zwei Kreise gilt für optimale Anpassung $d_G = d_L$. Für mehrkreisige Filter wird das Dämpfungsminimum bei einem abweichenden Verhältnis d_G/d_L erreicht, und zwar umso mehr, je kleiner d_{max}/d_0 wird. Für Dreikreisfilter haben *Taub* und *Bogner* in «Proceeding of the IRE, May 1957» umfassende Unterlagen veröffentlicht. Für Filter höherer Ordnungszahl sind dem Verfasser keine Veröffentlichungen bekannt. Wenn der Rechnungsaufwand nicht gescheut wird, lässt sich das optimale Verhältnis d_G/d_L mit Gl. (9) bestimmen, wenn vorher für einige angenommene Werte d_G/d_L die

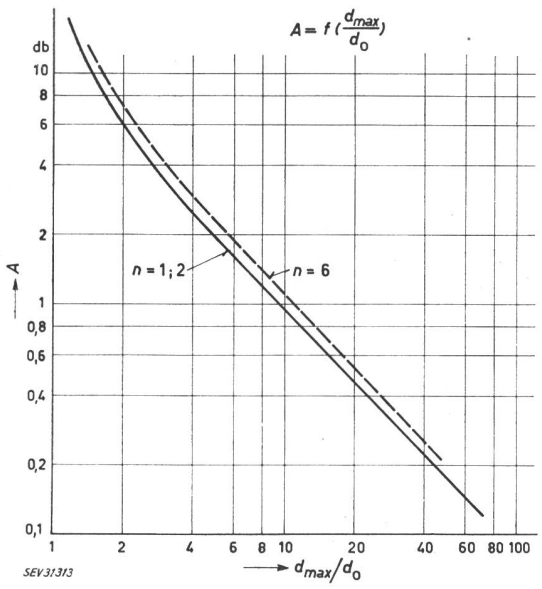


Fig. 5

Grunddämpfung als Funktion von d_{max}/d_0 für optimal dimensionierte Filter

Kopplungen berechnet werden und aus den erhaltenen Grunddämpfungen graphisch nach dem optimalen d_G/d_L gesucht wird. Auch dieses Problem wäre eine einmalige Aufgabe für eine Rechnungsmaschine. Wenn keine übertriebenen Forderungen an die minimale Grunddämpfung gestellt werden, kann für die Praxis mit d_G/d_L gerechnet werden. Oft ist der Generator nahezu eine Stromquelle (Pentode, Transistor), so dass aus Stabilitätsgründen sowieso keine optimale Anpassung möglich ist.

Alle bisher gemachten Angaben beziehen sich auf die Wirkung der Filter und auf die Kreiszahl n. Im folgenden soll nun auf die eigentliche Berechnung der Schaltelemente, d. h. der Abschlusswiderstände und der Kopplungen eingegangen werden.

Für den theoretischen Fall verlustloser Kreise $d_0 = 0$ oder praktisch ($d_{max}/d_0 > 10$ ergeben sich geschlossene Ausdrücke, die sehr rasch zum Ziele führen. Für ($d_{max}/d_0 < 10$ ist eine wesentlich umfangreichere Berechnungsmethode erforderlich, die aber ebenfalls exakte Resultate liefert.

Die Kreisgrössen L und C richten sich nach bekannten Grundsätzen wie Frequenz, Realisationsmöglichkeit, Stabilität der Elemente, usw.

Berechnung für $(d_{max}/d_0) > 10$:

$$d_G + d_L = \eta_v \cdot s_n \cdot \frac{1}{\sin \frac{90°}{n}} \tag{11}$$

Beim Butterworth-Filter tritt η_{3db} an Stelle von η_v, und s_n fällt weg.

Die Kopplungsfaktoren für das Tschebischeff-Filter lauten:

$$k^2_{r\,(r+1)} = \frac{\left(\eta_v^2 \sin^2 r \cdot \frac{90°}{n} \cdot \cos^2 r \cdot \frac{90°}{n}\right) + \left(d_L^2 \cdot \cos^2 r \cdot \frac{90°}{n} + d_G^2 \sin^2 r \cdot \frac{90°}{n}\right) \cdot \sin^2 \frac{90°}{n}}{\left[\sin (2r-1) \frac{90°}{n}\right] \cdot \left[\sin (2r+1) \frac{90°}{n}\right]} \tag{12}$$

Für das Butterworth-Filter gilt:

$$k^2_{r\,(r+1)} = \frac{\left(d_L^2 \cos^2 r \cdot \frac{90°}{n} + d_G^2 \sin^2 r \cdot \frac{90°}{n}\right) \cdot \sin^2 \frac{90°}{n}}{\left[\sin (2r-1) \frac{90°}{n}\right] \cdot \left[\sin (2r+1) \frac{90°}{n}\right]} \tag{13}$$

Berechnung für $(d_{max}/d_0) < 10$:

Um die Rechnung nicht allzusehr zu erschweren, wird vorausgesetzt, dass die Kreisgüte Q_0 für alle Kreise gleich gross ist, und damit auch $d_0 = 1/Q_0$.

Durch Anwendung der Kirchhoffschen Regeln auf das n-kreisige Bandfilter lässt sich dessen Übertragungsfaktor als Funktion der Frequenz und der Kreisgrössen darstellen, und zwar als Polynom n-ten Grades. Durch Gleichsetzen mit der Polynomform von Gl. (2) bzw. (4) erhält man die Möglichkeit, die Kreisgrössen, d. h. die Kopplungen und Abschlusswiderstände, zu berechnen.

Die Polynomform von Gl. (2) und (4) lautet allgemein:

$$\frac{V_p}{V} = \frac{1}{|\Delta_a|_{min}} \cdot [(j\eta)^n + a_{n-1} \cdot (j\eta)^{n-1} + \ldots + a_1 (j\eta) + a_0] \tag{14}$$

$|\Delta_a|_{min}$ ist der Minimalwert des Polynoms.

Die n Wurzeln des Polynoms liegen auf einer Halbellipse (beim Butterworth-Filter auf einem Halbkreis) auf der linken Seite der komplexen oder Gauss'schen Zahlenebene. Die Koordinaten der Wurzeln sind (Fig. 6):

$$\begin{aligned} -r_m &= \eta_v s_n \sin (2m-1) \frac{90°}{n} \\ j i_m &= \eta_v c_n \cos (2m-1) \frac{90°}{n} \\ s_n &= \sinh \left\{\frac{1}{n} \operatorname{arsinh} [(V_p/V_v)^2 - 1]^{-\frac{1}{2}}\right\} \\ c_n &= \sqrt{1 + s_n^2} \end{aligned} \tag{15}$$

Beim Butterworth-Filter entfallen s_n und c_n, und an Stelle von η_v wird η_{3db} gesetzt.

Es lässt sich zeigen, dass bei Berücksichtigung der Kreisverluste, die imaginäre Achse nach links um den

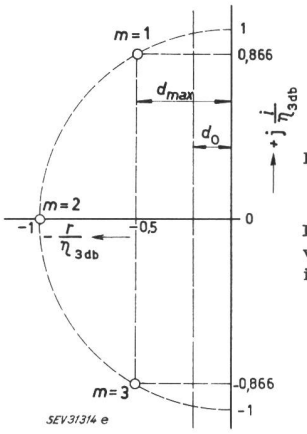


Fig. 6

Die Wurzeln r_m, i_m eines Butterworthfilters mit $n = 3$ in der Gausschen Zahlenebene

Die Berücksichtigung der Kreisverluste hat eine Verschiebung der imaginären Achse um den Betrag d_0 nach links zur Folge

Betrag d_0 verschoben wird. Diese Verschiebung entspricht einer Vorverzerrung der Dämpfungskurve, welche dann durch Einfügen der Kreisdämpfung d_0 wieder aufgehoben wird. Diese Berücksichtigung der Kreisverluste bereits in der reduzierten Dämpfungsgleichung erlaubt später, die Kreise als verlustlos zu betrachten, was eine wesentliche Vereinfachung des Rechnungsganges bedeutet.

Die reduzierten Realteile der Wurzeln betragen:

$$-r_m^* = |r_m| - d_0 \tag{16}$$

Der Ursprung der Gl. (7) und (8) wird nun sofort verständlich, denn d_{max} ist nichts anderes als der Grenzwert für $r_1^* = 0$, d. h. $d_{max} = r_1$. Die imaginäre Achse darf also höchstens bis zu den nächstliegenden Polen r_1 und r_n nach links verschoben werden, soll das Filter tatsächlich realisiert werden können.

Mit den reduzierten Wurzeln r_m^* und i_m erhält das Polynom von Gl. (14) folgende Form:

$$\begin{aligned}(\mathrm{j}\eta)^n + a_{n-1}(\mathrm{j}\eta)^{n-1} + \ldots\ldots + a_0 &= \\ = [\mathrm{j}\eta - (-r_1^* + \mathrm{j}i_1)]\,[\mathrm{j}\eta - (-r_2^* + \mathrm{j}\,i_2)]\ldots \\ \ldots[\mathrm{j}\eta - (-r_n^* - \mathrm{j}i_n)]\end{aligned} \tag{17}$$

Durch Multiplizieren lassen sich die Koeffizienten $a_{n-1} \ldots a_0$ als Zahlenwerte bestimmen.

Der mathematischen Form des Übertragungsfaktors Gl. (14) muss eine analoge Gleichungsform, welche die Kreisgrössen enthält, gegenübergestellt werden.

Die übersichtlichste Darstellungsart bietet die Determinantenform. Da die Kreisverluste bereits in Gl. (17) berücksichtigt wurden, können hier die Kreise als verlustlos angenommen werden.

$$\frac{V_p}{V} = \frac{1}{|\Delta_b|_{min}}\,[(\mathrm{j}\eta)^n + b_{n-1}(\mathrm{j}\eta)^{n-1} + \ldots\ldots + b_1(\mathrm{j}\eta) + b_0)] \tag{18}$$

$$(\mathrm{j}\eta)^n + b_{n-1}(\mathrm{j}\eta)^{n-1} + \ldots\ \ldots + b_0 = \begin{vmatrix} (d_G + \mathrm{j}\eta) & \mathrm{j}k_{12} & 0 & \ldots & \ldots & 0 \\ \mathrm{j}k_{12} & \mathrm{j}\eta & \mathrm{j}k_{23} & \ldots & \ldots & 0 \\ 0 & \mathrm{j}k_{23} & \mathrm{j}\eta & \ldots & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{j}k_{(n-2)(n-1)} & \mathrm{j}\eta & \mathrm{j}k_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{j}k_{(n-1)n} & (d_L + \mathrm{j}\eta) \end{vmatrix} \tag{19}$$

Durch Ausrechnen der Determinante werden die Koeffizienten $b_{n-1} \ldots b_0$ bestimmt. Durch Koeffizientenvergleich $a_{n-1} = b_{n-1}$ bis $a_0 = b_0$ erhält man n Bestimmungsgleichungen für die $(n-1)$ Kopplungskoeffizienten $k_{r\,(r+1)}$ und die Summe der Zusatzdämpfungen $d_G + d_L$. Bei mehrkreisigen Filtern ergibt die ganze Prozedur einen ziemlichen numerischen Rechnungsaufwand. Es sind aber bisher keine Formeln bekannt, welche auf direktem Wege, wie im verlustlosen Fall, die Berechnung der Kopplungskoeffizienten gestatten. Dagegen kann die Summe der Zusatzdämpfungen durch Generator und Last immer direkt angegeben werden.

$$d_G + d_L = \sum_{m=1}^{n} |r_m^*| = \left(\sum_{m=1}^{n} |r_m|\right) - n\,d_0 \tag{20}$$

Die konkreten Werte der Schaltelemente sind nun:

$$R_G = \frac{\omega_0 L_1}{d_G} \qquad R_L = \frac{\omega_0 L_n}{d_L} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} C_{12} &= k_{12}\sqrt{C_{\mathrm{I}}\,C_{\mathrm{II}}} & C_{\mathrm{I}} &= C_1 + C_{12} \\ & & C_{\mathrm{II}} &= C_2 + C_{12} + C_{23} \\ C_{23} &= k_{23}\sqrt{C_{\mathrm{II}}\,C_{\mathrm{III}}} & C_{\mathrm{III}} &= C_3 + C_{23} + C_{33} \\ &\text{usw.} & &\text{usw.} \end{aligned} \tag{22}$$

Analog der kapazitiven kann selbstverständlich auch induktive Kopplung zwischen den Kreisen angewendet werden.

Zusammenfassend sei nochmals das *Vorgehen bei der Berechnung* eines Bandpassfilters nach der Netzwerksynthese in Rezeptform angegeben.

1. Provisorische Bestimmung der Kreiszahl n aus Fig. 3 oder 4; oder Berechnung aus Gl. (5) oder (6).
2. Bestimmung von V_p / V_v, welches in Gl. (1) die gewünschte Dämpfung ergibt.
3. d_{max} berechnen aus Gl. (7) oder (8).
4. Messen der Kreisverluste d_0 an einem in Frage kommenden Kreis (Vorgängig Wahl von L und C).
5. Aus Fig. 5 ermitteln der Grunddämpfung im Durchlassbereich.

Entspricht das Ergebnis nicht den gestellten Forderungen, so sind die Abschnitte 1, 2, 3 und 5 mit anderen Annahmen zu wiederholen bis zur Erreichung eines befriedigenden Kompromisses zwischen Kreiszahl n, Dämpfungsverlauf V_p/V und Grunddämpfung **A**.

6. Sofern $(d_{max} / d_0) > 10$, Berechnung der Abschlusswiderstände und der Kopplungskoeffizienten aus Gl. (11)...(13).
7. Für $(d_{max} / d_0) < 10$, Bestimmen der r_m^* und i_m aus den Gl. (15) und (16). Bestimmen der Zusatzdämpfungen aus Gl. (20).
8. Bilden des Polynoms $\prod_{m=1}^{n} [\mathrm{j}\eta - (-r_m^* \pm \mathrm{j}i_m)]$ (Gl. 17)
9. Aufstellen und Berechnen der Determinante Gl. 19.
10. Koeffizientenvergleich der Gl. (17) und (19) und nach algebraischen Methoden Berechnung der Kopplungskoeffizienten.
11. Falls notwendig, genaue Bestimmung der Grunddämpfung aus Gl. (9), eventuell Phasengang aus Gl. (10).
12. Berechnung der Abschlusswiderstände und der Kopplungskondensatoren aus Gl. (21) und (22).

Abgleichen des aufgebauten Filters:

1. Methode:

Anschliessen des Generators mit dem Innenwiderstand R_G und der Frequenz f_0. An den ersten Kreis wird möglichst lose ein Röhrenvoltmeter (RVM) angeschlossen.

a) Kurzschliessen des zweiten Kreises, Abgleichen des ersten Kreises auf *maximalen* Ausschlag am RVM. Kurzschluss beseitigen.

b) Kurzschliessen des dritten Kreises, Abgleichen des zweiten Kreises auf *minimalen* Ausschlag am RVM. Kurzschluss beseitigen.

c) Kurzschliessen des vierten Kreises, Abgleichen des dritten Kreises auf *maximalen* Ausschlag usw.

2. Methode:

Anschliessen des Generators mit dem Innenwiderstand R_G und der Frequenz f_0. An den letzten Kreis wird möglichst lose ein RVM angeschlossen, sofern nicht nach einer nachfolgenden Verstärkerstufe gemessen werden kann.

a) Dämpfen aller geradzahligen Kreise mit je einem möglichst niederohmigen Widerstand. Abgleichen aller ungeradzahligen Kreise auf maximalen Ausschlag am RVM. Widerstand entfernen.

b) Dämpfen aller ungeradzahligen Kreise. Abgleichen aller geradzahligen Kreise auf maximalen Ausschlag am RVM. Dämpfungswiderstand entfernen.

Literatur

[1] *Reference Data for Radio Engineers.* 4. Aufl. New York: Internat. Telephone & Telegraph Corporation 1956.

[2] *Dishal, M.:* Design of Dissipative Band-Pass Filters Producing Desired Exact Amplitude-Frequency Characteristics. Proc. IRE 37(1949)9, S. 1050...1068.

[3] *Dishal, M.:* Alignment and Adjustment of Synchronously Tuned Multiple-Resonant-Circuit Filters. Proc. IRE 39(1951)11, S. 1448...1455.
[4] *Green, E.:* Exact Amplitude Frequency Characteristics of Ladder Networks. Marconi Rev. 16(1953)108, S. 25...68.
[5] *Dishal, M.:* Concerning the Minimum Number of Resonators and the Minimum Unloaded-Resonator *Q* Needed in a Filter. Electr. Commun. 31(1954)4, S. 257...277.
[6] *Taub, J. J.* und *B. F. Bogner:* Design of Three-Resonator Dissipative Band-Pass Filters Having Minimum Insertion Loss. Proc. IRE 45(1957)5, S. 681...687.
[7] *Weinberg, L.:* Exact Ladder Network Design Using Low-*Q* Coils. Proc. IRE 46(1958)4, S. 739...750.
[8] *Fubini, E. G.* und *E. A. Guillemin:* Minimum Insertion Loss Filters. Proc. IRE 47(1959)1, S. 37...41.
[9] *Dishal, M.:* Gaussian-Response Filter Design. Electr. Commun. 36(1959)1, S. 3...26.

Adresse des Autors:
A. Zimmermann, Ingenieur, Autophon AG, Ziegelmattstrasse 1—13, Solothurn.

Methoden für automatische Regelung von Stauwehranlagen [1])

Von *G. Leuenberger,* Bern-Bümpliz

627.82—53

Mit dem Bau von Verstellwehren ergab sich zwangsläufig bald einmal auch der Wunsch und das Bedürfnis, die Stauwehre in Abhängigkeit der bestimmenden Komponenten zu regulieren.

Neben allerprimitivsten Hilfsmitteln — für die Handbetätigung — wurden aber auch schon früh Lösungen getroffen, die erlaubten, Stauwehre in gewissen Grenzen automatisch zu verstellen. Als Prototyp einer automatischen Wehrregulierung diene diejenige gemäss Fig. 1:

1. Jeder Schwimmerstellung entspricht eine bestimmte Wehrstellung. Bei grossem Wasseranfall arbeitet die Anlage mit erhöhtem, bei kleinen mit niedrigem Niveau.
2. Es wird, wie leicht ersichtlich, auf «Zufluss = Abfluss» reguliert, d. h. bei jedem beliebigen Wasserstand kann demnach ein stationärer Zustand eintreten.

Fig. 2 stellt eine analoge Regulierung (Folgeregler) dar, die im Gegensatz zu der rein mechanischen Funktion elektromagnetisch ist. Auch in diesem Falle erfolgt die Regulierung nach demselben Prinzip: Jedem Wasserstand entspricht wieder eine bestimmte Wehrstellung. Es wird somit ebenfalls auf «Zufluss = Abfluss» reguliert. Der Vorteil der elektromechanischen Lösung liegt darin, dass dem Steuergerät (*5* in Fig. 2) Handsteuerorgane zugeordnet werden können, die jederzeit ein manuelles Eingreifen in die Automatik ermöglichen. Bei der dargestellten Methode handelt es sich um eine typische Regulierung mit Rückführung. Es wird demnach nicht auf Konstanthaltung des Staues reguliert, denn jeder Regulierbefehl kann nur bei weiterem Zufahren der Tendenz um eine bestimmte Stufe erteilt werden. Wenn also ein Wehr beispielsweise in *n* Stufen für seinen vollen Bereich reguliert werden soll, sind dazu *n* Stufen Niveauveränderung notwendig. Setzt man einen konstanten Bezug von Nutzwassermenge (z. B. bei Grundlast) voraus, ergibt sich folgendes:

Bei kleinem Wasseranfall wird mit dem niedrigsten und bei grossem mit dem höchsten Wasserstand bzw. Gefälle gearbeitet. Ein Zustand, der ausgerechnet dem tatsächlich wünschenswerten nicht entspricht. Es ist erstaunlich, dass sich die erwähnte Methode eines unveränderten und anscheinend anhaltenden Zuspruchs erfreut. Dies umsomehr, als die Praxis bei Handregelungen mit geringen Ausnahmen, die ja bekanntlich die Regel bestätigen, mit maximalem und konstantem Stau zu arbeiten trachtet. So sind z. B. Fälle bekannt, bei denen sich eifrige Maschinisten (bzw. Schichtführer) eine Ehre daraus machen, den Stau streng auf einer horizontalen Geraden zu halten. Natürlich können die Verhältnisse und Bedingungen von Fall zu Fall sehr unterschiedlich sein und man darf selbstverständlich nicht ohne weiteres verallgemeinern. Ein Regelkreis ist ja, gemäss der Theorie, immer eine Einheit und nur im Blick auf die Bedeutung aller Eigenschaften dieser Einheit soll man an die Arbeit herangehen. Die Tatsache jedoch bleibt bestehen, dass eine Methode, die erlaubt in der überwiegenden Anzahl der Fälle immer mit dem maximalen Gefälle zu arbeiten,

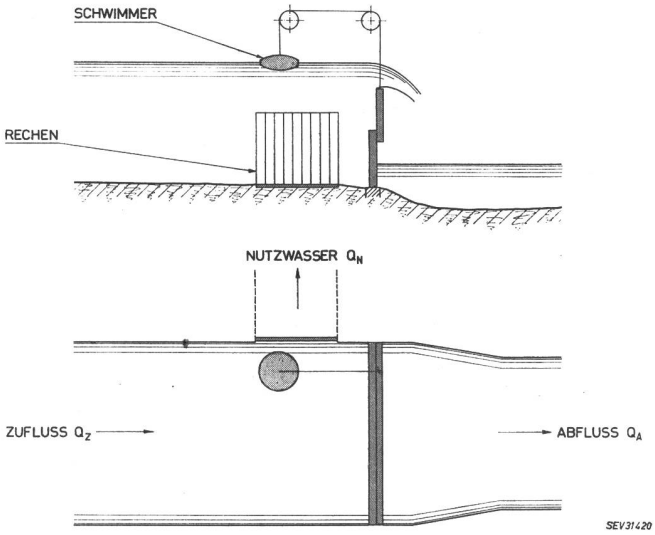


Fig. 1
Wehrregulierung mit direktem Antrieb durch Schwimmer
$Q_Z = Q_N + Q_A$

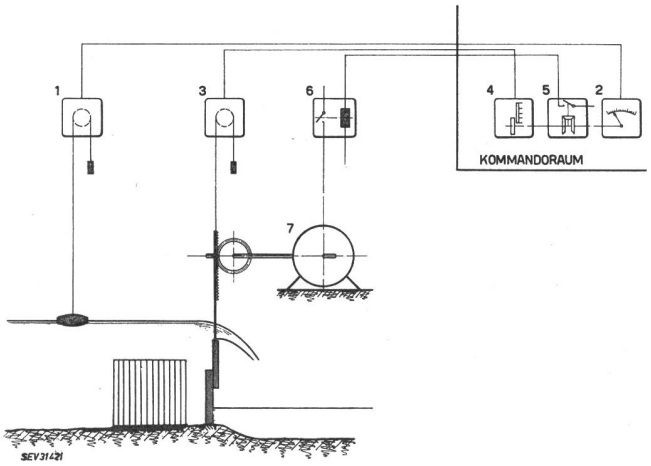


Fig. 2
Wehrregulierung mit elektrischem Folgeregler
1 Geber Wasserstand; *2* Empfänger Wasserstand; *3* Geber Schützenstellung; *4* Empfänger Schützenstellung; *5* Steuergerät; *6* Schaltschütz; *7* Verstellmotor

[1]) Vortrag, gehalten an der 12. Tagung der Schweiz. Gesellschaft für Automatik in Zusammenarbeit mit dem SEV, am 3. Mai 1962 in Bern.